II ЛИТОВСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СБОРНИК 1
LIETUVOS MATEMATIKOS RINKINYS
1962

О ПОЛНОМ ОБЪЕКТЕ КОМПЛЕКСА ПРЯМЫХ В МНОГОМЕРНОМ ПРОЕКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

К. И. ГРИНЦЕВИЧЮС

Эта заметка является продолжением статей [2] и [3]. В ней частично продолжается фундаментальный объект третьего порядка комплекса прямых в многомерном проективном пространстве. Полученный этим продолжением геометрический объект F является: а) подобъектом фундаментального объекта четвертого порядка и б) полным объектом [1]. Этот полный объект F определяет дифференциальную окрестность второго порядка другого комплекса (l_{+1}), присоединенного к данному комплексу (l).

1. В общем случае линейный касательный комплекс M [4] существенно зависит от трех параметров луча l комплекса (в трехмерном пространстве) и поэтому огибает два комплекса прямых, которые образуют пару T [5]. Одним комплексом этой пары является заданный комплекс (l). Второй огибаемый комплекс обозначим (l_{+1}) и назовем эволютой относительно данного комплекса (l) [6].

2. Пусть в многомерном проективном пространстве задан комплекс (l), определяемый дифференциальными уравнениями (1)—(26) [3]. Тогда прямые комплекса (l), лежащие в трехмерной плоскости

$$x^K=\lambda^K_\alpha x^\alpha \left(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \varepsilon,\ \iota,\ \chi=3,\ 4;\quad I,\ J,\ K,\ L=5,\ \ldots,n\right), \tag{1}$$

образуют комплекс трехмерного пространства, лучом l_{+1} которого является прямая, проходящая через точки

$$A_3-\lambda^{44}A_1-\left(\lambda^{34}+\frac{1}{2}\lambda\right)A_2+\lambda^K_3 A_K$$

и

$$A_4+\left(\lambda^{34}-\frac{1}{2}\lambda\right)A_1+\lambda^{33}A_2+\lambda^K_4 A_K,$$

где $\lambda^{\alpha\beta}$ определяются соотношениями:

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_{\alpha\beta\gamma\varepsilon}\lambda^{\gamma\varepsilon}+\lambda_{\alpha\beta}=0,\quad \lambda^{34}=\lambda^{43},\\
&\lambda_{\alpha\beta\gamma\varepsilon}=h_{\alpha\beta\gamma\varepsilon}+4\lambda^K_{(\alpha}h_{\beta\gamma\varepsilon)K}+6\lambda^I_{(\alpha}\lambda^K_\beta h_{\gamma\varepsilon)IK},\\
&\quad\lambda_{\alpha\beta}=f_{\alpha\beta}+\frac{11}{12}\lambda^I_\alpha\lambda^K_\beta f_{IK}+\frac{5}{3}\in^{\gamma\varepsilon}\lambda^I_\gamma\lambda^K_{(\alpha}f_{\beta)\varepsilon IK}+\\
&\qquad+\frac{5}{6}\in^{\gamma\varepsilon}\lambda^K_\gamma f_{\varepsilon\alpha\beta K}-10\lambda^I_3\lambda^K_4 g_{\alpha\beta IK}+\frac{5}{3}\lambda^K_{(\alpha}f_{\beta)K}+
\end{aligned}\right|$$

$$
\left.\begin{aligned}
&+\frac{1}{6}\,\epsilon^{\gamma\epsilon}\,\epsilon^{\iota\chi}\,\lambda^{I}_{\gamma}\,\lambda^{K}_{\iota}\,f_{\epsilon\chi\alpha\beta IK}+\frac{1}{6}\,\epsilon^{\gamma\epsilon}\,\epsilon^{\iota\chi}\,\lambda^{I}_{\gamma}\,\lambda^{K}_{\iota}\,\lambda^{L}_{(\alpha}\,f_{\beta)\,\epsilon\chi IKL}-\frac{20}{3}\,\lambda^{I}_{3}\,\lambda^{K}_{4}\,\lambda^{L}_{(\alpha}\,G_{\beta)\,IKL}+\\
&+\frac{4}{3}\,\epsilon^{\gamma\epsilon}\,\epsilon^{\iota\chi}\,\lambda^{K}_{[3}\,H_{4]\,\gamma\iota K}\,\lambda_{\epsilon\chi\alpha\beta}-\frac{5}{2}\,\lambda\left(\frac{2}{3}\,\epsilon^{\gamma\epsilon}\,H_{\gamma\alpha\beta K}\,\lambda^{K}_{\epsilon}+\frac{1}{3}\,\epsilon_{p(\alpha}\,\lambda^{K}_{\beta)}\,\lambda^{p}_{K}\right)-\\
&-\frac{1}{3}\,\epsilon^{\gamma\epsilon}\,\lambda^{5-\iota}_{K}\,\lambda^{K}_{\gamma}\,\lambda_{\epsilon\iota\alpha\beta}\\
&(i,\ j=1,\ 2,\ \ldots,\ n;\quad p=1,\ 2).
\end{aligned}\right\}\quad(2)
$$

3. Если обозначим

$$
M_3=A_3-\lambda^{44}\,A_1-\left(\lambda^{34}+\frac{1}{2}\,\lambda\right)\,A_2+\lambda^{K}_{3}\,A_K,
$$

$$
M_4=A_4+\left(\lambda^{34}-\frac{1}{2}\,\lambda\right)\,A_1+\lambda^{33}\,A_2+\lambda^{K}_{4}\,A_K,
$$

$$
M_p=A_p,\quad M_I=A_I+m^{p}_{I}\,A_p,\quad dM_i=\Omega^{j}_{i}\,A_j,
$$

то ω^{j}_{i} и Ω^{j}_{i} будут связаны соотношениями:

$$
\left.\begin{aligned}
&\Omega^{\alpha}_{p}=\omega^{\alpha}_{p},\quad \Omega^{K}_{p}+\lambda^{K}_{\alpha}\,\Omega^{\alpha}_{p}=\omega^{K}_{p},\quad \Omega^{\alpha}_{K}=\omega^{\alpha}_{K}+m^{p}_{K}\,\omega^{\alpha}_{p},\\
&\Omega^{I}_{K}+\lambda^{I}_{\alpha}\,\Omega^{\alpha}_{K}=\omega^{I}_{K}+m^{p}_{K}\,\omega^{I}_{p},\\
&\Omega^{\beta}_{\alpha}=\omega^{\beta}_{\alpha}+\lambda^{K}_{\alpha}\,\omega^{\beta}_{K}-\frac{1}{2}\,\lambda\,\omega^{\beta}_{5-\alpha}+\epsilon_{\alpha\epsilon}\,\lambda^{\epsilon\gamma}\,\omega^{\beta}_{5-\gamma},\\
&\Omega^{5-\alpha}_{p}+m^{5-\alpha}_{K}\,\Omega^{K}_{p}-\frac{1}{2}\,\lambda\,\Omega^{\alpha}_{p}-\epsilon_{\beta\gamma}\,\lambda^{\alpha\beta}\,\Omega^{\gamma}_{p}=\omega^{5-\alpha}_{p},\\
&m^{5-\alpha}_{I}\,\Omega^{I}_{K}+\Omega^{5-\alpha}_{K}-\frac{1}{2}\,\lambda\,\Omega^{\alpha}_{K}-\epsilon_{\beta\gamma}\,\lambda^{\alpha\beta}\,\Omega^{\gamma}_{K}=\omega^{5-\alpha}_{K}+dm^{5-\alpha}_{K}+m^{p}_{K}\,\omega^{5-\alpha}_{p},\\
&\Omega^{I}_{\alpha}=d\lambda^{I}_{\alpha}-\lambda^{I}_{\beta}\,\omega^{\beta}_{\alpha}+\lambda^{K}_{\alpha}\,\omega^{I}_{K}+\omega^{I}_{\alpha}-\lambda^{K}_{\alpha}\,\lambda^{I}_{\beta}\,\omega^{\beta}_{K}-\frac{1}{2}\,\lambda\left(\omega^{I}_{5-\alpha}-\lambda^{I}_{\beta}\,\omega^{\beta}_{5-\alpha}\right)+\\
&\qquad+\epsilon_{\alpha\beta}\,\lambda^{\beta\gamma}\left(\omega^{I}_{5-\gamma}-\lambda^{I}_{\epsilon}\,\omega^{\epsilon}_{5-\gamma}\right),\\
&m^{5-\beta}_{K}\,\Omega^{K}_{\alpha}+\Omega^{5-\beta}_{\alpha}-\frac{1}{2}\,\lambda\,\Omega^{\beta}_{\alpha}-\epsilon_{\gamma\epsilon}\,\lambda^{\beta\gamma}\,\Omega^{\epsilon}_{\alpha}=\epsilon_{\alpha\gamma}\,d\lambda^{\beta\gamma}-\frac{1}{2}\,\epsilon^{5-\beta}_{\alpha}\,d\lambda+\\
&\qquad+\omega^{5-\beta}_{\alpha}+\lambda^{K}_{\alpha}\,\omega^{5-\beta}_{K}-\frac{1}{2}\,\lambda\,\omega^{5-\beta}_{5-\alpha}+\epsilon_{\alpha\gamma}\,\lambda^{\gamma\epsilon}\,\omega^{5-\beta}_{5-\epsilon},
\end{aligned}\right\}\quad(3)
$$

где

$$
\epsilon^{5-\beta}_{\alpha}=\begin{cases}1, & \text{если}\quad \alpha=\beta,\\ 0, & \text{если}\quad \alpha\neq\beta.\end{cases}
$$

4. Из уравнений (1)—(26) [3], определяющих окрестность третьего порядка данного комплекса (l), в силу (3), следует, что

$$
\Omega^{1}_{4}+\Omega^{2}_{3}+\left(m^{p}_{K}-\lambda^{p}_{K}\right)\,\Omega^{K}_{5-p}+\lambda_{3K}\,\Omega^{K}_{4}-\lambda_{4K}\,\Omega^{K}_{3}=0, \qquad (4)
$$

где

$$
\left.\begin{aligned}
\lambda_{\alpha K} = {} & f_{\alpha K} + \frac{4}{3}\, \epsilon^{\beta\gamma} \lambda^I_\beta f_{\alpha\gamma KI} + 4\, \epsilon^{\beta\gamma} \lambda^I_\beta g_{\alpha\gamma IK} + \lambda^I_\alpha f_{KI} + \\
& + \frac{1}{6}\, \epsilon^{\beta\varepsilon} \epsilon^{\gamma\iota} \lambda^I_\beta \lambda^K_\gamma f_{\alpha\gamma\iota IKL} - \frac{4}{3}\, \epsilon^{\beta\gamma} \lambda^I_\alpha \lambda^L_\beta G_{\gamma K(IL)} - \\
& - 6 \lambda^I_3 \lambda^L_4 G_{\alpha ILK} + 3\, \epsilon^{\beta\gamma} \lambda\, \lambda^I_\beta h_{\alpha\gamma IK} + 3\lambda\, \lambda^I_\alpha g_{IK} + \\
& + 2\lambda^{\beta\gamma} H_{\alpha\beta\gamma K} - \frac{1}{2}\, \epsilon_{p\alpha} \lambda\, \lambda^p_K + \\
& + \frac{2}{3}\, \epsilon^{\beta\varepsilon} \epsilon^{\gamma\iota} H_{\alpha\beta\gamma K} \left(4\lambda^I_{[3} H_{4]\varepsilon\iota I} + \epsilon_{p\varepsilon} \lambda^I_\iota \lambda^p_K\right) + \\
& + \frac{1}{3}\, \lambda^{5-\beta}_K \left(\epsilon_{p(\alpha} \lambda^I_{\beta)} \lambda^p_I + 4\lambda^I_{[3} H_{4]\alpha\beta I}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (5)
$$

Уравнение (4) является уравнением комплекса, описанного лучом $l_{+1} = (M_3 M_4)$ (l_{+1} — луч комплекса-эволюты в трехмерном пространстве $x^K = \lambda^K_\alpha x^\alpha$, соответствующий лучу l).

5. Из соотношений (3) следует, что вариации λ^K_α, λ и $\lambda^{\alpha\beta}$ при изменении только вторичных параметров определяются уравнениями:

$$
\left.\begin{aligned}
& \delta\lambda^K_\alpha = \lambda^K_\varepsilon \pi^\varepsilon_\alpha - \lambda^I_\alpha \pi^K_I - \pi^K_\alpha, \\
& \delta\lambda = \lambda^K_\alpha \pi^{5-\alpha}_K - \frac{1}{2}\, \lambda \left(\pi^p_p - \pi^\alpha_\alpha\right) + \pi^2_3 + \pi^1_4, \\
& \delta\lambda^{\alpha\beta} + 2\lambda^{\gamma(\beta} \pi^{\alpha)}_\gamma + \frac{1}{2}\, \lambda^{\alpha\beta} \left(\pi^p_p - 3\pi^\gamma_\gamma\right) - \pi^{5-(\alpha}_\gamma \epsilon^{\beta)\gamma} - \lambda^K_\gamma \pi^{5-(\alpha}_K \epsilon^{\beta)\gamma} = 0,
\end{aligned}\right\} \qquad (6)
$$

где δ — символ дифференцирования относительно вторичных параметров а $\pi^i_l = \omega^i_l(\delta)$. Следовательно, системы величин:

$$\lambda^K_\alpha; \tag{7}$$

$$\lambda^K_\alpha,\ \lambda; \tag{8}$$

$$\lambda^K_\alpha,\ \lambda^{\alpha\beta} \tag{9}$$

являются геометрическими объектами.

Если нормальное пространство первого рода $x^K = \lambda^K_\alpha x^\alpha$ определяется дифференциальной окрестностью второго порядка, то геометрические объекты (7) и (8) являются подобъектами фундаментального объекта второго порядка. Если нормальное пространство $x^K = \lambda^K_\alpha x^\alpha$ определяется дифференциальной окрестностью второго или третьего порядка, то геометрический объект (9) является подобъектом фундаментального объекта третьего порядка.

6. Репер $\{M_l\}$ можно подобрать так, чтобы

$$m^p_K = \lambda^p_K, \tag{10}$$

а λ^K_α удовлетворяли уравнениям

$$\lambda_{\alpha K} = 0. \tag{11}$$

Система $\lambda_{\alpha K} = 0$ содержит, в общем случае, $2(n-4)$ уравнений с $2(n-4)$ неизвестными λ^K_α и имеет, по крайней мере, одно решение. Действительно, если за счет вторичных параметров фиксировать $h^p_K = 0$, $f_{\alpha\beta} = 0$, $f_{\alpha K} = 0$, то значения $\lambda^K_\alpha = 0$ удовлетворяют уравнениям (11). Таким образом, в силу (10) и (11), уравнение (4) принимает вид

$$\Omega^1_4 + \Omega^2_3 = 0. \tag{12}$$

7. Продолжая уравнение (12), получим:

$$\left.\begin{aligned}
&\Omega^1_2 - \Omega^4_3 = h_{2222}\Omega^2_4 + 2h_{2221}\Omega^1_4 + \left(h^* - h_{2211}\right)\Omega^1_3 + 2h_{222K}\Omega^K_4 + \left(h^4_K - 2h_{221K}\right)\Omega^K_3,\\
&\Omega^3_3 - \Omega^4_4 - \Omega^2_2 + \Omega^1_1 = 2h_{2221}\Omega^2_4 + 2\left(2h_{2211} + h^*\right)\Omega^1_4 - 2h_{2111}\Omega^1_3 +\\
&\quad + \left(4h_{221K} + h^4_K\right)\Omega^K_4 - \left(4h_{211K} + h^3_K\right)\Omega^K_3,\\
&\Omega^2_1 - \Omega^3_4 = \left(h^* - h_{2211}\right)\Omega^2_4 - 2h_{2111}\Omega^1_4 + h_{1111}\Omega^1_3 + \left(h^3_K - 2h_{211K}\right)\Omega^K_4 + 2h_{111K}\Omega^K_3,\\
&\Omega^1_K = 2h_{222K}\Omega^2_4 + \left(4h_{221K} + h^4_K\right)\Omega^1_4 + \left(h^3_K - 2h_{211K}\right)\Omega^1_3 +\\
&\quad + 6h_{22KI}\Omega^I_4 - 6\left(h_{21KI} + g^*_{KI}\right)\Omega^I_3,\\
&\Omega^2_K = \left(h^4_K - 2h_{221K}\right)\Omega^2_4 - \left(4h_{211K} + h^3_K\right)\Omega^1_4 + 2h_{111K}\Omega^1_3 -\\
&\quad - 6\left(h_{21KI} - g^*_{KI}\right)\Omega^I_4 + 6h_{11KI}\Omega^I_3;
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\Big[\Delta h_{2222}\Omega^2_4 + 2\Delta h_{2221}\Omega^1_4 + \left(\Delta h^* - \Delta h_{2211}\right)\Omega^1_3 + 2\Delta h_{222K}\Omega^K_4 +\\
&\qquad + \left(\Delta h^4_K - 2\Delta h_{221K}\right)\Omega^K_3\Big] = 0,\\
&-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\\
&-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\\
&-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\\
&\Big[\left(\Delta h^4_K - 2\Delta h_{221K}\right)\Omega^2_4 - \left(4\Delta h_{211K} + \Delta h^3_K\right)\Omega^1_4 + 2\Delta h_{111K}\Omega^1_3 -\\
&- 6\left(\Delta h_{21KI} - \Delta g^*_{KI}\right)\Omega^I_4 + 6\Delta h_{11KI}\Omega^I_3\Big] = 0,
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

где $g^*_{IK} = -g^*_{KI}$, а все остальные коэффициенты системы (13) являются симметричными относительно всех нижних индексов. Уравнения (13) и (14) симметричны уравнениям (1) и (2) из [3].

Из (13) и (14), в силу (3), следует, что коэффициенты системы (13) и фундаментальный объект третьего порядка образуют подобъект фундаментального объекта четвертого порядка F. Этот подобъект определяет дифференциальную окрестность второго порядка комплекса (l_{+1}) и является полным объектом. Полноту этого объекта можно доказать следующим образом.

Если за счет вторичных параметров фиксировать

$$h = h^p_K = f_{\alpha K} = f_{\alpha\beta} = 0,$$

задать начальные значения [1] неизвестных функций

$$h_{3333} = h_{3344} = h_{4444} = 1, \quad h_{3334} = h_{3444} = 0, \quad g_{IK} = 0,$$

$$h_{\alpha\beta\gamma K} = 0, \quad h_{33IK} = 0, \quad h_{34IK} = \delta_{IK} = \begin{cases} 1, & \text{если } I = K,\\ 0, & \text{если } I \neq K,\end{cases}$$

$$h_{44NK}=N\delta_{NK} \quad (N=5,\ \ldots,\ n \text{ и по } N \text{ не суммируется}),$$
$$f_{333333}=1, \text{ все остальные } f_{\alpha\beta\gamma\varepsilon\iota\chi}=0,$$
$$f_{\alpha\beta\gamma\varepsilon\iota K}=0,\ f_{\alpha\beta\gamma K}=0,\ f_{\alpha\beta\gamma\varepsilon Kl}=0,$$
$$f_{\alpha\beta IK}=0,\ g_{\alpha\beta IK}=0,\ G_{\alpha IKL}=0,$$
$$f_{\alpha\beta\gamma IKL}=0,\ f_{IK}=24,$$
$$h_{222K}=h_{221K}=h_{211K}=h_{111K}=0,$$
$$h^{\alpha}_{K}=0,\ h_{2222}=2h_{2211}+h^{*}=h_{1111}=1,$$
$$h_{2221}=h^{*}-h_{2211}=h_{2111}=0$$

и полагать

$$\lambda^{K}_{\alpha}=0,$$

то из (1)–(26) [3] и (13), в силу (3), получаем:

$$\omega^4_1+\omega^3_2=0,\quad \omega^4_3-\omega^1_2=\omega^3_1-\omega^4_2,$$
$$\omega^2_2-\omega^1_1-\omega^3_3+\omega^4_4=4\,\omega^4_1,\quad \omega^3_4-\omega^2_1=\omega^4_2-\omega^3_1,$$
$$\omega^K_4=-6\,\omega^K_2,\quad \omega^3_N=-6\,\omega^N_1+N\omega^N_2,$$
$$dh_{333K}-\frac{1}{2}\,\omega^3_K=0,\quad dh_{444N}-\frac{1}{2}\,\omega^4_N-3N\omega^N_4=0,$$
$$dh_{334K}-\frac{1}{2}\,\omega^4_K-2\,\omega^K_3=0,\quad dh_{344N}-\frac{1}{2}\,\omega^3_N-2\,\omega^N_4-N\omega^N_3=0,$$
$$dh_{3333}+\frac{1}{2}\left(3\,\omega^1_1-\omega^2_2-3\,\omega^3_3+\omega^4_4\right)=\omega^3_1,\quad dh_{3334}-\frac{2}{3}\left(\omega^4_3+\omega^1_2\right)-\frac{1}{2}\left(\omega^3_4+\omega^2_1\right)=0,$$
$$dh_{3344}+\omega^1_1+\omega^2_2-\omega^3_3-\omega^4_4=0,\quad dh_{3444}-\frac{3}{2}\left(\omega^3_4+\omega^2_1\right)-\frac{1}{2}\left(\omega^4_3+\omega^1_2\right)=0,$$
$$dh_{4444}+\frac{1}{2}\left(3\,\omega^2_2-\omega^1_1-3\,\omega^4_4+\omega^3_3\right)=0,\quad dh_{33IK}-2\,\delta_{IK}\,\omega^1_2=12\,\omega^4_2,$$
$$dh_{34NK}+\frac{1}{2}\,\delta_{NK}\left(\omega^1_1+\omega^2_2+\omega^3_3+\omega^4_4\right)-N\delta_{NK}-\omega^N_K-\omega^K_N=6\,\omega^4_1-6\,\omega^3_2,$$
$$dh_{44NP}+\frac{1}{2}\,N\delta_{NP}\left(3\,\omega^2_2-\omega^1_1+\omega^3_3+\omega^4_4\right)-2\,\delta_{NP}\,\omega^2_1-N\omega^N_P-P\omega^P_N=-12\,\omega^3_1$$

($P=5,\ \ldots,\ n$ и по P не суммируется),

$$2\,\omega^N_4-2N\omega^N_3-\omega^2_N=24\sum_{K=5}^{n}\omega^K_1,\quad 2\,\omega^K_3-\omega^1_K=-24\sum_{K=5}^{n}\omega^K_2,$$
$$\omega^1_4+\omega^2_3=0,\quad \omega^2_1-\omega^3_4=\omega^1_3,\quad \omega^1_2-\omega^4_3=\omega^2_4,\quad \omega^1_1-\omega^2_2+\omega^3_3-\omega^4_4=2\,\omega^1_4.$$

В силу $\omega^i_i=0$, система, составленная из выше полученных уравнений, разрешима относительно всех ω^i_j. Следовательно, полученный подобъект четвертого порядка F является полным.

Примечание. Если для получения полного объекта комплекса в трехмерном проективном пространстве приходится фундаментальный объект третьего порядка продолжать частично два раза [7], то в случае многомерного пространства (начиная четырехмерным пространством) достаточно частично продолжать один раз.

Вильнюсский гос. университет
им. В. Капсукаса

Поступила в редакцию
22. II. 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Ф. Лаптев, Дифференциальная геометрия погруженных многообразий, Труды Моск. матем. об-ва, т. 2 (1953), 275–382.
2. К. И. Гринцевичюс, Дифференциальная окрестность второго порядка луча комплекса в многомерном проективном пространстве, Матем. сборник, т. 52 (94) : 4, 1960, 991–1019.
3. К. И. Гринцевичюс, О дифференциальной окрестности третьего порядка комплекса прямых, Литовский матем. сборник, т. I, 1–2, 1961, 83–93.
4. К. И. Гринцевичюс, Линейный комплекс, присоединенный к дифференциальной окрестности второго порядка луча комплекса, Успехи матем. наук, т. XIII, вып. 2 (80), 1958, 175–180.
5. М. А. Акивис, Пары Т комплексов, Матем. сборник, 27 (69), 1950, 351–378.
6. К. И. Гринцевичюс, Линейчато-геометрический аналог эволюты и эвольвенты, Успехи матем. наук, т. XV, вып. 1 (91), 1960, 237.
7. К. И. Гринцевичюс, О полном объекте комплекса прямых, Литовский матем. сборник, т. I, 1–2, 1961, 361–362.

APIE TIESIŲ KOMPLEKSO PILNĄ OBJEKTĄ DAUGIAMATĖJE PROJEKTYVINĖJE ERDVĖJE

K. GRINCEVIČIUS

(Reziumė)

Šis straipsnelis yra straipsnių [2] ir [3] tęsinys. Jame iš dalies pratęsiamas tiesių komplekso daugiamatėje projektyvinėje erdvėje trečios eilės fundamentalinis objektas. Pratęsimu gautas geometrinis objektas F yra pilnas. Objektas F yra ketvirtos eilės fundamentalinio objekto poobjektis.

Geometrinis objektas F definuoja kito tiesių komplekso (l_{+1}), prijungto duotam kompleksui (l), antros eilės diferencialinę aplinką.

ÜBER DAS VOLLSTÄNDIGE OBJEKT EINES STRAHLENKOMPLEXES IM MEHRDIMENSIONALEN PROJEKTIVEN RAUM

K. GRINCEVIČIUS

(Zusammenfassung)

Diese Arbeit ist eine Fortsetzung der Artikel [2] und [3]. Hier wird das fundamentale Objekt dritter Ordnung eines Strahlenkomplexes im mehrdimensionalen projektiven Raum teilweis fortgesetzt. Das auf diese Weise erhaltene geometrische Objekt F ist ein vollständiges Objekt und ein Unterobjekt des fundamentalen Objektes vierter Ordnung.

Das genannte vollständige Objekt F definiert eine Differentialumgebung zweiter Ordnung eines anderen, zum gegebenen adjungierten Strahlenkomplexes.