LIETUVOS MATEMATIKOS RINKINYS, VII Nr. 3, 1968
ЛИТОВСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СБОРНИК, VII № 3, 1968

ПОЧТИ-КОНТАКТНЫЕ СТРУКТУРЫ НА ГИПЕРПОВЕРХНОСТЯХ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ЦЕНТРОБИАФФИННОГО ПРОСТРАНСТВА ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО И ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

А. Л. КРИЩЮНАЙТЕ

Целью настоящей статьи является изучение специальных почти контактных структур на гиперповерхностях центробиаффинного пространства эллиптического и гиперболического типа. Эти структуры получаются при оснащении гиперповерхности векторами, лежащими в аналитических площадках, проходящих через центр пространства.

I. Почти-контактные структуры эллиптического типа

На гиперповерхностях почти-комплексного многообразия возникает почти-контактная структура (см. [4]) следующим образом:

пусть дано почти-комплексное многообразие $M_{2n}(x^\alpha)$, со структурным аффинором $F_\alpha^\beta (F^2=-1)$, и в нем дана гиперповерхность

$$x^\alpha = x^\alpha(y^i) \quad (i=1, \ \ldots, \ 2n-1).$$

Обозначим $B_i^\alpha = \dfrac{\partial x^\alpha}{\partial y^i}$, и пусть C^α – оснащающий вектор, такой, что

$$F\mathbf{C} = \xi^i \mathbf{B}_i. \tag{1}$$

Пусть после применения структурного аффинора к векторам $\mathbf{B}_i$, векторы $F\mathbf{B}_i$ разложатся по векторам $\mathbf{B}_i$ и $\mathbf{C}$ следующим образом:

$$F\mathbf{B}_i = \varphi_i^k \mathbf{B}_k - \eta_i \mathbf{C}, \tag{2}$$

тогда совокупность $(\varphi, \ \xi, \ \eta)$ определяет почти контактную структуру (см. [5]), т. е. тензоры φ, ξ, η связаны соотношениями:

$$\begin{gathered}
\varphi_s^s = 0, \\
\varphi_i^k \varphi_k^j = -\delta_i^j + \eta_i \xi^j, \\
\varphi_k^j \xi^k = 0, \\
\varphi_i^k \eta_k = 0, \\
\xi^i \eta_i = 1.
\end{gathered} \tag{3}$$

Оснащение $\mathbf{C}$, удовлетворяющее условию (1), называется **почти-контактным оснащением.**

Ко всякой почти-контактной структуре (φ, ξ, η) можно (см. [5]) глобально присоединить положительно определенную метрику g_{ij}, удовлетворяющую условиям:

$$\begin{aligned} &g_{ij}\xi^j=\eta_i,\\ &g_{ij}\varphi_i^k\varphi_l^j=g_{kl}-\eta_k\eta_e,\\ &\varphi_{ij}=\varphi_i^k g_{kj}=-\varphi_{ji}, \end{aligned} \tag{4}$$

и вместе с φ, ξ, η, удовлетворяющим (3), дающую почти-контактную метрическую структуру $\Big((\varphi, \xi, \eta, g)-$структуру$\Big)$.

Ниже будет показано, что на оснащенных гиперповерхностях биаффинного пространства можно рассматривать и другие (не обязательно положительно определенные) метрические структуры; поэтому мы считаем целесообразным ввести в рассмотрение обобщенные метрические почти-контактные структуры. Можно показать, что ко всякой почти-контактной структуре (3) возможно (по крайней мере локально) присоединить метрику g_{ij}, удовлетворяющую условиям (4), причем сигнатура метрики g_{ij}, которую предположим невырожденной, будет $3-2n+4p$, где $p=0,1, \ldots, n-1$.

Имея в виду последующие рассмотрения, мы будем называть такую $(\varphi, \xi, \eta, g)-$структуру **почти-контактной метрической структурой эллиптического типа 1 рода.**

Можно показать, что ко всякой почти-контактной структуре (φ, ξ, η) возможно (по крайней мере локально) присоединить метрику g_{ij} сигнатуры 1, удовлетворяющую условиям:

$$\begin{aligned} &g_{ij}\xi^j=\eta_i,\\ &g_{ij}\varphi_k^i\varphi_l^j=-g_{kl}+\eta_k\eta_l,\\ &\varphi_{ij}=\varphi_{ji}. \end{aligned} \tag{5}$$

Полученную $(\varphi, \xi, \eta, g)-$структуру, где $g_{ij}-$невырожденная метрика, назовем **почти-контактной метрической структурой эллиптического типа 2 рода.**

Почти-контактная структура называется **интегрируемой** [4], если обращается в нуль тензор N_{ij}^k, где

$$N_{ij}^k=\varphi_j^l\partial_l\varphi_i^k-\varphi_i^l\partial_l\varphi_j^k+\varphi_l^k(\partial_i\varphi_j^l-\partial_j\varphi_i^l), \tag{6}$$

и **нормальной**, если равен нулю тензор n_{ij}^k, где

$$n_{ij}^k=N_{ij}^k-\xi^k(\partial_i\eta_j-\partial_j\eta_i). \tag{7}$$

II. Почти-контактные структуры гиперболического типа

Пусть дано почти двойное многообразие $M_{2n}(x^\alpha)$, т. е. такое многообразие, на котором задан аффинор F_α^β, удовлетворяющий условиям:

$$F^2=1,\ F_\sigma^\sigma=0.$$

Если гиперповерхность $x^\alpha=x^\alpha(y^i)$ оснастим вектором $\mathbf{C}$, удовлетворяющим условию:

$$F\mathbf{C}=\xi^i\mathbf{B}_i, \tag{1}$$

и если справедливы разложения вида

$$F\mathbf{B}_i=\varphi_i^k\mathbf{B}_k-\eta_i\mathbf{C}, \tag{2}$$

то будем говорить, что тензоры φ, ξ, η определяют на гиперповерхности **почти-контактную структуру гиперболического типа.**

Действительно, эти тензоры удовлетворяют соотношениям, аналогичным I (3):

$$\begin{gathered}\varphi_s^s=0,\\ \varphi_i^k\varphi_k^j=\delta_i^j+\xi^j\eta_i,\\ \varphi_i^k\eta_k=0,\quad \varphi_k^j\xi^k=0,\\ \xi^i\eta_i=-1.\end{gathered}\tag{3}$$

Можно показать, что ко всякой почти-контактной структуре гиперболического типа возможно присоединить (по крайней мере локально) метрику g_{ij} сигнатуры 1, удовлетворяющую условиям:

$$\begin{gathered}g_{ij}\xi^i=-\eta_i,\\ g_{ij}\varphi_k^i\varphi_l^j=-g_{kl}+\eta_k\eta_l,\\ \varphi_{ij}=-\varphi_{ji}.\end{gathered}\tag{4}$$

Полученную $(\varphi,\ \xi,\ \eta,\ g)$ — структуру, где метрику g_{ij} предположим невырожденной, назовем **почти-контактной метрической структурой гиперболического типа 1 рода.**

Ко всякой почти-контактной структуре гиперболического типа можно (по крайней мере локально) присоединить метрику g_{ij}, удовлетворяющую условиям:

$$\begin{gathered}g_{ij}\xi^j=-\eta_i.\\ g_{ij}\varphi_k^i\varphi_l^j=g_{kl}-\eta_k\eta_l,\\ \varphi_{ij}=\varphi_{ji}.\end{gathered}\tag{5}$$

Сигнатура этой метрики, которую предположим невырожденной, будет $3-2n+2p$, где $p=0,1,\ \ldots,\ 2(n-1)$.

Полученную $(\varphi,\ \xi,\ \eta,\ g)$ — структуру назовем **почти-контактной метрической структурой гиперболического типа 2 рода.**

Интегрируемость и нормальность почти контактной структуры гиперболического типа определим соотношениями $N_{ij}{}^k=0$ и $n_{ij}{}^k=0$, где тензоры $N_{ij}{}^k$ и $n_{ij}{}^k$ имеют вид 1 (6) и 1 (7), соответственно.

III. Гиперповерхности в центробиаффинном пространстве эллиптического типа

Пусть дано центробиаффинное четырехмерное пространство $Б_4(\xi^\alpha)$ [1] со структурным аффинором F_α^β, удовлетворяющим условию $F^2=-1$. Матрицу этого аффинора всегда можно привести к виду

$$F\begin{pmatrix}0 & \varepsilon\\ -\varepsilon & 0\end{pmatrix}.\tag{1}$$

В аналитических площадках (см. [3]) этого пространства возникает угловая метрика эллиптического типа.

1. Сфероидальной гиперквадрикой в $Б_4$ будем называть такую центральную гиперповерхность 2-го порядка, асимптотический конус которой пересекает несобственную гиперплоскость $Б_3$ по сфероиду [2]. Это гиперквадрика вида

$$a_{\alpha\beta}\xi^\alpha\xi^\beta = 1, \tag{2}$$

где тензор $a_{\alpha\beta}$ удовлетворяет условию:

$$a_{\alpha\sigma} F^\sigma_\beta = -a_{\beta\sigma} F^\sigma_\alpha. \tag{3}$$

Отсюда и из (1) следует, что матрица тензора $a_{\alpha\beta}$ имеет вид

$$a_{\alpha\beta}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & -a_{14} & 0 \\ 0 & -a_{14} & a_{11} & a_{12} \\ a_{14} & 0 & a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \tag{4}$$

и уравнение

$$a_{11}({\xi^1}^2+{\xi^3}^2)+2a_{12}(\xi^1\xi^2+\xi^3\xi^4)+2a_{14}(\xi^1\xi^4-\xi^2\xi^3)+a_{22}({\xi^2}^2+{\xi^4}^2)=1 \tag{5}$$

определяет самую общую сфероидальную гиперквадрику в пространстве $Б_4$ эллиптического типа, центр которой совпадает с центром пространства.

Бицилиндрической гиперквадрикой в $Б_4$ назовем такую гиперповерхность, асимптотический конус которой пересекает несобственную гиперплоскость $Б_3$ по бицилиндру [2]. Это гиперквадрика вида (2), где тензор $a_{\alpha\beta}$ удовлетворяет условию:

$$a_{\alpha\sigma} F^\sigma_\beta = a_{\beta\sigma} F^\sigma_\alpha. \tag{6}$$

Отсюда и из (1) следует, что матрица тензора $a_{\alpha\beta}$ имеет вид

$$a_{\alpha\beta}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{14} & a_{24} \\ a_{13} & a_{14} & -a_{11} & -a_{12} \\ a_{14} & a_{24} & -a_{12} & -a_{22} \end{pmatrix}, \tag{7}$$

и уравнение

$$\begin{gathered} a_{11}({\xi^1}^2-{\xi^3}^2)+2a_{12}(\xi^1\xi^2-\xi^3\xi^4)+a_{22}({\xi^2}^2-{\xi^4}^2)+ \\ +2a_{13}\xi^1\xi^3+2a_{14}(\xi^1\xi^4-\xi^2\xi^3)+2a_{24}\xi^2\xi^4=1 \end{gathered} \tag{8}$$

определяет самую общую бицилиндрическую гиперквадрику в пространстве $Б_4$ эллиптического типа, центр которой совпадает с центром пространства.

2. В центробиаффинном пространстве $Б_4$ зададим произвольную гиперповерхность

$\mathbf{r}(\xi^\alpha)=\mathbf{r}\left(\xi^\alpha(x^i)\right)$, $i=1, 2, 3$, следующим образом.

Так как семейство аналитических площадок, проходящих через одну точку, двухпараметрическое, то пусть координаты x^2, x^3 определяют положение аналитической площадки, натянутой на сопряженные векторы $\mathbf{g}$ и $\tilde{\mathbf{g}}=F\mathbf{g}$ и проходящей через начало:

$$\mathbf{g}=\mathbf{e}_1+x^2\mathbf{e}_2+x^3\mathbf{e}_4,$$

$$\tilde{\mathbf{g}}=\mathbf{e}_3-x^3\mathbf{e}_2+x^2\mathbf{e}_4.$$

В этой площадке зададим произвольную кривую $f=f(x^1, x^2, x^3)$ относительно системы координат с масштабными векторами $\mathbf{g}$ и $\tilde{\mathbf{g}}$ и началом в центре пространства. Эту кривую условимся называть „меридианом". Аналитические площадки рассекают гиперповерхность по меридианам.

Радиус-вектор любой гиперповерхности, отнесенной к параметрам x^1, x^2, x^3, имеет вид

$$\mathbf{r}=x^1\mathbf{g}+f(x^1, x^2, x^3)\tilde{\mathbf{g}}=x^1\mathbf{e}_1+(x^1x^2-fx^3)\mathbf{e}_2+f\mathbf{e}_3+(x^1x^3+fx^2)\mathbf{e}_4. \tag{9}$$

Если к вектору $\mathbf{r}_1(1, x^2-x^3f_1, f_1, x^3+x^2f_1)(\mathbf{r}_1=\partial_1\mathbf{r})$, касающемуся меридианов, применить аффинор F, то вектор $F\mathbf{r}_1=\tilde{\mathbf{r}}_1(f_1, x^3+x^2f_1, -1, x^3f_1-x^2)$ лежит в аналитических площадках, проходящих через начало и дает почти-контактное оснащение.

После такого специального оснащения при помощи $\tilde{\mathbf{r}}_1$, на любой гиперповерхности возникает почти-контактная структура (φ, ξ, η), зависящая только от меридиана $f(x^1, x^2, x^3)$:

$$\varphi_i^j\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ -\eta_3 & 0 & -1\\ \eta_2 & 0 & 0\end{pmatrix},\ \xi^i(-1,\ 0,\ 0),\ \eta_i\left(-1,\ \eta_2=\frac{f_3-f_1f_2}{1+f_1^2},\ \eta_3=-\frac{f_2+f_1f_3}{1+f_1^2}\right), \tag{10}$$

где $f_i=\dfrac{\partial f}{\partial x^i}$.

Класс формы η равен:

1) 3, если $\partial_3\eta_2-\partial_2\eta_3-\eta_2\partial_1\eta_3+\eta_3\partial_1\eta_2\neq 0$,

2) 2, если $\partial_3\eta_2-\partial_2\eta_3-\eta_2\partial_1\eta_3+\eta_3\partial_1\eta_2=0$ и $(\partial_1\eta_2)^2+(\partial_1\eta_3)^2\neq 0$.

3) 1, если $\partial_3\eta_2-\partial_2\eta_3-\eta_2\partial_1\eta_3+\eta_3\partial_1\eta_2=0$,
$\partial_1\eta_2=\partial_1\eta_3=0$.

Требование интегрируемости полученной структуры (10) приводит к уравнению:

$$\partial_3\eta_2-\partial_2\eta_3-\eta_2\partial_1\eta_3+\eta_3\partial_1\eta_2=0. \tag{11}$$

В развернутом виде

$$f_{11}(f_2^2+f_3^2)+(f_{22}+f_{33})(1+f_1^2)-2(f_2f_{13}-f_3f_{12}+f_1f_2f_{12}+f_1f_3f_{13})=0. \tag{12}$$

Интегрируемость структуры зависит только от направления оснащения $\lambda\tilde{\mathbf{r}}_1$, нормальность — от самого оснащения, т. е. от множителя $\lambda(x^1, x^2, x^3)$. При оснащении вектором $\lambda\tilde{\mathbf{r}}_1$ полученная почти-контактная структура (φ', ξ', η'), где $\varphi'=\varphi$, $\xi'=\lambda\xi$, $\eta'=\dfrac{1}{\lambda}\eta$, будет нормальной тогда и только тогда, когда

$$n_{ij}^{k'}=n_{ij}^k+\xi^k(\eta_i\partial_j\ln\lambda-\eta_j\partial_i\ln\lambda)=0, \tag{13}$$

где $n_{ij}^{k'}$ находится из 1(7), а φ, ξ, η имеют вид (10). Отсюда нормирующий множитель λ находится из уравнений:

$$\partial_1\eta_2-\partial_2\ln\lambda-\eta_2\partial_1\ln\lambda=0, \tag{14}$$
$$\partial_1\eta_3-\partial_2\ln\lambda-\eta_3\partial_1\ln\lambda=0.$$

Условие их совместности имеет вид:

$$\partial_1\partial_3\eta_2-\partial_1\partial_2\eta_3-(\partial_3\eta_2-\partial_2\eta_3)\partial_1\ln\lambda-\eta_2\partial_1\partial_3\ln\lambda+\eta_3\partial_1\partial_2\ln\lambda=0. \tag{15}$$

В общем случае (для любой гиперповерхности) λ найти нельзя.

3. Гиперповерхности, для которых центроаффинное оснащение почти-контактное: $\bar{\bar{\mathbf{r}}}=\lambda^i\mathbf{r}_i$, удовлетворяют уравнению:

$$ff_1+x^1=0. \tag{16}$$

Отсюда

$$f=\sqrt{\varphi\,(x^2,\ x^3)-x^{1^2}}, \tag{17}$$

т. е. меридианы являются окружностями с центром 0.

К этим гиперповерхностям принадлежит сфероидальная гиперквадрика (5), для которой

$$\varphi\,(x^2,\ x^3)=\frac{1}{a_{11}+a_{22}\,(x^{2^2}+x^{3^2})+2a_{13}x^2+2a_{14}x^4}\ . \tag{18}$$

Для гиперповерхностей с меридианом (17) можно найти нормирующий множитель $\lambda=-f$, удовлетворяющий уравнениям (14), (15), так, чтобы при оснащении $\lambda\bar{\bar{\mathbf{r}}}_1=-f\bar{\bar{\mathbf{r}}}_1=\mathbf{r}$ получить нормальную почти-контактную структуру $(n_{ij}^K=0)$.

Требование интегрируемости структуры для гиперповерхностей с меридианом (17) накладывает условие на функцию $\varphi(x^2,\ x^3)$:

$$(\varphi_{22}+\varphi_{33})\,\varphi-(\varphi_2^2+\varphi_3^2)=0, \tag{19}$$

откуда

$$\varphi\,(x^2,\ x^3)\equiv e^{A\,(x^2,\,x^3)},\quad A_{22}+A_{33}=0. \tag{20}$$

Так как (18) этому уравнению (19) не удовлетворяет, если $a_{11}a_{22}-a_{12}^2-$ $-a_{14}^2\neq 0$, то получается следующий результат.

1. При центроаффинном оснащении r на невырожденной сфероидальной гиперквадрике биаффинного пространства эллиптического типа возникает нормальная неинтегрируемая почти-контактная структура.

4. Для гиперповерхности $\mathbf{r}\left(x^1,\ x^1x^2-f\,(x^1,\ x^2,\ x^3)\,x^3,\ f,\ x^1x^3+x^2f\right)$ асимптотические направления определяются из уравнения в $b_{ij}dx^idx^j=0$, где

$$\begin{gathered}
b_{11}=-f_{11}\,(x^{1^2}+f^2),\\
b_{12}=(ff_1+x^1)f_2+(x^1f_1-f)\,f_3-f_{12}\,(x^{1^2}+f^2),\\
b_{13}=(ff_1+x^1)f_3+(f-x^1f_1)f_2-f_{13}\,(x^{1^2}+f^2),\\
b_{22}=2f_2\,(x^1f_3+ff_2)-f_{22}\,(x^{1^2}+f^2),\\
b_{23}=x^1\,(f_3^2-f_2^2)+2ff_2f_3-f_{23}\,(x^{1^2}+f^2),\\
b_{33}=2f_3\,(ff_3-x^1f_2)-f_{33}\,(x^{1^2}+f^2).
\end{gathered} \tag{21}$$

Асимптотическим оснащением назовем оснащение вектором $\bar{\bar{\Theta}}$, где Θ^i удовлетворяют уравнениям

$$b_{ij}\Theta^j=\lambda\eta_i,\quad \lambda\neq 0. \tag{22}$$

Гиперповерхности, для которых вектор Θ лежит в аналитических площадках, проходящих через начало, удовлетворяют уравнениям:

$$b_{ij}\xi^j = \lambda \eta_i, \quad \lambda \neq 0. \tag{23}$$

Это приводит к дифференциальным уравнениям:

$$\frac{(ff_1+x^1)f_2+f_3(x^1f_1-f)}{f_{11}({x^1}^2+f^2)} - \frac{f_{12}}{f_{11}} = \frac{f_3-f_1f_2}{1+f_1^2}, \tag{24}$$

$$\frac{(ff_1+x^1)f_3+f_2(f-x^1f_1)}{f_{11}({x^1}^2+f^2)} - \frac{f_{13}}{f_{11}} = -\frac{f_2+f_1f_3}{1+f_1^2}, \tag{25}$$

$$f_{11} \neq 0.$$

Интегрируя эту систему уравнений, мы приходим к следующим трем типам решений:

1) $f = \sqrt{\varphi(x^2, x^3) - {x^1}^2}, \quad \varphi \neq 0;$ (27)

2) функция f находится из уравнения:

$$\operatorname{arctg} \frac{f}{x^1} = c \ln D(x^2, x^3)\sqrt{{x^1}^2+f^2}, \quad c = \text{const} \neq 0; \tag{28}$$

3) $f = x^1 F\Big(\varphi(x^2, x^3) - \ln x^1, \ \psi(x^2, x^3)\Big), \quad \varphi_2 = \psi_3, \quad \varphi_3 = -\psi_2,$ (29)

$F(u, v)$ — находится из уравнения:

$$\Phi\left(u - \ln\sqrt{1+F^2}, \ v - \operatorname{arctg} F\right) = 0,$$

$$u = \varphi(x^2, x^3) - \ln x^1, \quad v = \psi(x^2, x^3),$$

$$F \neq \operatorname{tg}\Big(\psi(x^2, x^3) + c\Big) + e^{\varphi(x^2, x^3)} \frac{1}{x^1 \cos\Big(\psi(x^2, x^3) + c\Big)}.$$

Сравнивая (27) и (17), видим, что гиперповерхности с меридианом (27) — это такие гиперповерхности, для которых центроаффинное оснащение почти-контактное.

Меридианы (28) являются логарифмическими спиралями (эллиптического типа).

Среди гиперповерхностей с произвольными меридианами, расположенными в аналитических площадках по закону (29), содержатся бицилиндрические гиперквадрики.

Действительно, для невырожденной бицилиндрической гиперквадрики, уравнение которой всегда можно привести к виду

$$2\xi^1\xi^3 + 2\xi^2\xi^4 = 1,$$

мы имеем

$$f = \frac{x^1(1+{x^2}^2-{x^3}^2)+\sqrt{{x^1}^2[(1+{x^2}^2-{x^3}^2)^2+4{x^2}^2{x^3}^2]-2x^2x^3}}{2x^2x^3},$$

$$\varphi(x^2, x^3) = -\ln\sqrt[4]{(1+{x^2}^2-{x^3}^2)^2+4{x^2}^2{x^3}^2},$$

$$\psi(x^2, x^3) = -\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{1+{x^2}^2-{x^3}^2}{2x^2x^3},$$

$$F(u, v) = -\frac{\cos 2v + \sqrt{1+\sin 2v \cdot e^{2u}}}{\sin 2v}.$$

Для гиперповерхностей с меридианами (27), (28), (29) можно найти нормирующий множитель λ, удовлетворяющий условиям (14), (15). λ равен:

$$1)\ -f,\quad 2)\ x^1-cf,\quad 3)\ x^1\Phi(u,\ v),\ \text{где}\ \Phi F_u-F\Phi_u-\Phi_v=0$$

для гиперповерхностей (27), (28), (29), соответственно.

Требование интегрируемости структуры для гиперповерхностей с меридианами (27) приводит к условию (20) для $\varphi(x^2,\ x^3)$.

Требование интегрируемости структуры для гиперповерхностей с меридианами (28), приводит к дифференциальным условиям для функции $D(x^2, x^3)$:

$$(D_{22}+D_{33})D-(D_2^2+D_3^2)=0,$$

$$D(x^2,\ x^3)=e^{B(x^2,\ x^3)},\quad B_{22}+B_{33}=0, \tag{30}$$

Структура на гиперповерхностях с меридианами (29) всегда интегрируемы. Таким образом, мы можем отметить следующий факт.

2. При асимптотическом оснащении бицилиндрической гиперквадрики оснащающий вектор лежит в аналитических площадках, проходяших через центр и на ней возникает нормальная и интегрируемая почти-контактная структура.

5. Метрика g_{ij}, вместе с тензорами (10) дающая почти-контактную метрическую структуру эллиптического типа 1 рода, имеет вид:

$$(g_{ij})=\begin{pmatrix} 1 & -\eta_2 & -\eta_3 \\ -\eta_2 & g_{22} & \eta_2\eta_3 \\ -\eta_3 & \eta_2\eta_3 & \eta_3^2-\eta_2^2+g_{22} \end{pmatrix}, \tag{31}$$

где $g_{22}\neq\eta_2^2$.

Гиперповерхности, для которых конус асимптотических направлений в каждой точке совпадает с изотропным конусом такой метрики, удовлетворяют уравнениям:

$$b_{ij}=\lambda g_{ij},\quad \lambda\neq 0, \tag{32}$$

где g_{ij} имеют вид (31), а b_{ij} определены в (21).

Это приводит к дифференциальным уравнениям (24), (25), (26) и

$$\frac{x^1(f_3^2-f_2^2)+2ff_2f_3}{-f_{11}(x^{1^2}+f^2)}+\frac{f_{23}}{f_{11}}=-\frac{(f_3-f_1f_2)(f_2+f_1f_3)}{(1+f_1^2)^2}, \tag{33}$$

$$\frac{2f_3(ff_3-x^2f_2)-2f_2(x^1f_3+ff_2)}{-f_{11}(x^{1^2}+f^2)}+\frac{f_{33}-f_{22}}{f_{11}}=\frac{(f_1f_3+f_2)^2-(f_3-f_1f_2)^2}{(1+f_1^2)^2}, \tag{34}$$

причем условие $\det(g_{ij})\neq 0$ приводит к условию

$$\frac{2f_2(x^1f_3+ff_2)}{-f_{11}(x^{1^2}+f^2)}+\frac{f_{22}}{f_{11}}\neq\frac{(f_3-f_1f_2)^2}{(1+f_1^2)^2}. \tag{35}$$

Решая эту систему уравнений, находим, что

$$f=\sqrt{\varphi(x^2,\ x^3)-x^{1^2}},\quad \varphi(x^2,\ x^3)=\frac{1}{a_{11}+a_{22}(x^{2^2}+x^{3^2})+2a_{12}x^2+2a_{14}x^4}, \tag{36}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & -a_{14} & 0 \\ 0 & -a_{14} & a_{11} & a_{12} \\ a_{14} & 0 & a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}\neq 0.$$

Сравнивая (36) и (18), имеем.

3. Для невырожденной сфероидальной гиперквадрики и только для нее асимптотический тензор служит метрикой, дающей вместе с тензорами (10) почти-контактную метрическую структуру эллиптического типа 1 рода.

Метрика g_{ij}, вместе с тензорами (10), дающая почти-контактную метрическую структуру эллиптического типа 2 рода, имеет вид:

$$(g_{ij})=\begin{pmatrix} 1 & -\eta_2 & -\eta_3 \\ -\eta_2 & g_{22} & g_{23} \\ -\eta_3 & g_{23} & \eta_2^2+\eta_3^2-g_{22} \end{pmatrix}, \tag{37}$$

где $g_{22}\neq\eta_2^2$ или $g_{23}\neq\eta_2\eta_3$.

Гиперповерхности, для которых асимптотические направления совпадают с изотропными направлениями такой метрики, удовлетворяют уравнениям (32), где g_{ij} имеет вид (37).

Это приводит к дифференциальным соотношениям (24), (25), (26) и

$$\frac{2f_3(ff_3-x^1f_2)+2f_2(x^1f_3+ff_2)}{-f_{11}(x^{1^2}+f^2)}+\frac{f_{33}+f_{22}}{f_{11}}=\frac{(f_3-f_1f_2)^2+(f_2+f_1f_3)^2}{(1+f_1^2)^2}, \tag{38}$$

причем либо

$$\frac{x^1(f_3^2-f_2^2)+2ff_2f_3}{-f_{11}(x^{1^2}+f^2)}+\frac{f_{23}}{f_{11}}\neq-\frac{(f_3-f_1f_2)+(f_2+f_1f_3)}{(1+f_1^2)^2}, \tag{39}$$

либо выполняется (35).

Интегрируя эти уравнения, мы получим следующие три типа решений:

$$1.\ f=\sqrt{\varphi(x^2,\ x^3)-x^{1^2}},\quad \varphi=e^{A(x^2,\ x^3)},\quad A_{22}+A_{33}=0, \tag{40}$$

$$A(x^2,\ x^3)\neq-1\ \left(a(x^{2^2}+x^{3^2})+bx^2+dx^3+\frac{b^2+d^2}{4a}\right),\quad A\neq\text{const}; \tag{41}$$

2. Функция f находится из уравнений:

$$\operatorname{arctg}\frac{f}{x^1}=c\ln D(x^2,\ x^3)\sqrt{x^{1^2}+f^2},\quad c=\text{const}\neq0,$$

$$D(x^2,\ x^3)=e^{B(x^2\,x^3)},\quad B_{22}+B_{33}=0, \tag{42}$$

$$B\neq\text{const}; \tag{43}$$

$$3.\ f=x^1F\Big(\varphi(x^2,\ x^3)-\ln x^1,\ \psi(x^2,\ x^3)\Big),\quad \varphi_2=\psi_3,\quad \varphi_3=-\psi_2,$$

$F(u,\ v)$ находится из уравнения

$$\Phi(u-\ln\sqrt{1+F^2},\quad v-\operatorname{arctg}F)=0,\quad u=\varphi(x^2,\ x^3)-\ln x^1,\quad v=\psi(x^2,\ x^3),$$

$$F\neq\operatorname{tg}\Big(\psi(x^2,\ x^3)+c\Big)+e^{\varphi(x^2,\ x^3)}\frac{1}{x^1\cos\big(\psi)x^2,\ x^3)+c\big)},$$

причем

$$\varphi(x^2,\ x^3)\neq-\frac{1}{2}\ln\left(ax^{2^2}+bx^2+\frac{b^2}{4a}\right),\quad \varphi\neq\text{const}, \tag{44}$$

$$\varphi(x^2,\ x^3)\neq-\frac{1}{2}\ln\left(a(x^{2^2}+x^{3^2})+bx^2+cx^3+\frac{b^2+c^2}{4a}\right). \tag{45}$$

Сравнивая (40) с (20), (42) с (30), учитывая, что структура на гиперповерхности с меридианами (20) всегда интегрируема, учитывая, что условие невырожденности асимптотического тензора для гиперповерхностей с меридианами (20) имеет вид (41), для гиперповерхностей с меридианами (30) — (43), для гиперповерхностей с меридианами (29) — (44) и (45), имеем.

4. Для того, чтобы асимптотический тензор гиперповерхности служил метрикой, дающей вместе с тензорами (10) почти-контактную метрическую структуру эллиптического типа 2 рода, необходимо и достаточно, чтобы:

1) гиперповерхности имели меридианы типа (27), (28), (29),

2) имели невырожденный асимптотический тензор,

3) структура (10) была интегрируемой.

6. Гиперповерхности, для которых аффинные нормали меридианов

$$\mathbf{A}(-f_{111},\ -x^2 f_{111}-3x^3 f_{11}^2+x^3 f_1 f_{111},\ 3f_{11}^2-f_1 f_{111},\ -x^3 f_{111}-3x^2 f_{11}^2-x^2 f_1 f_{111})$$

дают почти-контактное оснащение: $\bar{\mathbf{A}}=\lambda^i \mathbf{r}_i$ удовлетворяют уравнению:

$$3f_{11}^2-ff_{111}=\frac{f_{111}}{f_1}. \tag{43}$$

Отсюда следует, что функция f находится из уравнения

$$[f-A(x^2,\ x^3)]^2+[x^1-B(x^2,\ x^3)]^2=[C(x^2,\ x^3)]^2. \tag{44}$$

Таким образом, в этом случае меридианы являются произвольными окружностями в аналитических плоскостях, проходящих через центр пространства

IV. Гиперповерхности в центробиаффинном пространстве гиперболического типа

Пусть дано центробиаффинное четырехмерное пространство $Б_4(\xi^\alpha)$ со структурным аффинором F_α^β, удовлетворяющим условиям $F^2=1$, $F_\alpha^\alpha=0$.
Если координатные векторы $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ и $\mathbf{e}_3$, $\mathbf{e}_4$ выбрать в абсолютных площадках, то аффиное F примет вид:

$$F\begin{pmatrix}\varepsilon & 0\\ 0 & -\varepsilon\end{pmatrix}. \tag{1}$$

Двумерные площадки, не являющиеся абсолютными и остающиеся инвариантными по отношению к аффинору F, называются аналитическими. В них возникает угловая метрика гиперболического типа.

1. **Сфероидальной гиперквадрикой** в $Б_4$ гиперболического типа будем называть гиперквадрику вида III (2), где тензор $a_{\alpha\beta}$ удовлетворяет условию III (3). Учитывая (1) получаем, что матрица тензора $a_{\alpha\beta}$ имеет вид:

$$a_{\alpha\beta}\begin{pmatrix}0 & 0 & a & b\\ 0 & 0 & c & d\\ a & c & 0 & 0\\ b & d & 0 & 0\end{pmatrix},$$

то-есть уравнение

$$a\xi^2\xi^3+b\xi^1\xi^4+c\xi^2\xi^3+d\xi^2\xi^4=1 \tag{2}$$

задает самую общую сфероидальную гиперквадрику в пространстве $Б_4$ гиперболического типа, центр которой совпадает с центром пространства.

Бицилиндрической гиперквадрикой в пространстве $Б_4$ гиперболического типа будем называть гиперквадрику вида III (2), где тензор $a_{\alpha\beta}$ удовлетворяет условию III (6). Учитывая (1), получаем, что матрица тензора $a_{\alpha\beta}$ имеет вид

$$a_{\alpha\beta}\begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 \\ b & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & s \\ 0 & 0 & s & t \end{pmatrix},$$

так что уравнение

$$a\xi^{1^2}+2b\xi^1\xi^2+c\xi^{2^2}+r\xi^{3^2}+2s\xi^3\xi^4+t\xi^{4^2}=1 \tag{3}$$

задает самую общую бицилиндрическую гиперквадрику пространства $Б_4$ гиперболического типа, центр которой находится в центре пространства.

2. В пространстве $Б_4$ гиперболического типа зададим произвольную гиперповерхность $\mathbf{r}(\xi^\alpha)=\mathbf{r}\left(\xi^\alpha(x^i)\right)$ следующим образом.

Пусть координаты x^2, x^3 определяют положение аналитической площадки, натянутой на векторы $\mathbf{g}=\mathbf{e}_1+x^2\mathbf{e}_2$ и $\mathbf{h}=\mathbf{e}_3+x^3\mathbf{e}_4$ и проходящей через начало.

В этой площадке зададим меридиан уравнением $f=f(x^1, x^2, x^3)$ относительно системы координат с масштабными векторами $\mathbf{g}$ и $\mathbf{h}$ и началом в центре пространства. Тогда

$$\mathbf{r}=x^1\mathbf{g}+f(x^1,\ x^2,\ x^3)\mathbf{h}=x^1\mathbf{e}_1+x^1x^2\mathbf{e}_2+f\mathbf{e}_3+x^3f\mathbf{e}_4 \tag{4}$$

будет радиусом вектором любой гиперповерхности, отнесенной к параметрам x^1, x^2, x^3.

При почти-контактном оснащении векторами, лежащими в аналитических площадках, проходящих через начало (т. е. векторами $\tilde{\mathbf{r}}_1(1,\ x^2,\ -f_1,\ -x^3f_1)$, на любой гиперповерхности (4), возникает почти-контактная структура $(\varphi,\ \xi,\ \eta)$ гиперболического типа:

$$(\varphi_i^j)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{-f_1}{f_2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},\quad \xi^i(-1,\ 0,\ 0),\quad \eta_i\left(1,\ \frac{f_2}{f_1},\ 0\right). \tag{5}$$

Класс формы η равен:

1) 3, если $\partial_3\left(\frac{f_2}{f_1}\right)\neq 0$,

2) 2, если $\partial_3\left(\frac{f_2}{f_1}\right)=0$, $\partial_1\left(\frac{f_2}{f_1}\right)\neq 0$,

3) 1, если $\partial_3\left(\frac{f_2}{f_1}\right)=0$, $\partial_1\left(\frac{f_2}{f_1}\right)=0$.

Требование интегрируемости полученной структуры приводит к дифференциальному условию для меридиана:

$$\partial_3\left(\frac{f_2}{f_1}\right)=0.$$

Отсюда

$$f=F\left(A(x^1,\ x^2),\ x^3\right). \tag{6}$$

При оснащении вектором $\lambda\bar{\mathbf{r}}_1$ получаемая почти-контактная структура (φ', ξ', η'), где $\varphi'=\varphi$, $\xi'=\lambda\xi$, $\eta'=\frac{1}{\lambda}\eta$, будет нормальной тогда и только тогда, когда выполняется условие III (13), где φ, ξ, η имеют вид (5), а n_{ij}^k находится из I (17).

Отсюда нормирующий множитель $\lambda(x^1, x^2, x^3)$ должен удовлетворять системе уравнений

$$f_1 f_2 \partial_1 \ln\lambda - f_1^2 \partial_2 \ln\lambda = f_{21} f_1 - f_2 f_{11}, \qquad (7)$$

$$\partial_3 \ln\lambda = 0,$$

если она совместна.

3. Гиперповерхности, для которых центроаффинное оснащение почти-контактное: $\bar{\mathbf{r}}=\lambda^i \mathbf{r}_i$, удовлетворяют уравнению:

$$f + x^1 f_1 = 0,$$

откуда

$$f=\frac{\varphi(x^2, x^3)}{x^1}, \qquad (8)$$

меридианы-гиперболы с центром 0.

Если ввести в аналитической площадке псевдоевклидову метрику, изотропные направления которой принадлежат абсолютным площадкам, то эти гиперболы следует назвать псевдоевклидовыми окружностями.

К гиперповерхностям с меридианами (8) принадлежит сфероидальная гиперквадрика (2), для которой

$$\varphi(x^2, x^3)=\frac{1}{dx^2x^3+cx^2+bx^3+a}. \qquad (9)$$

Для гиперповерхностей с меридианами (8) можно найти нормирующий множитель $\lambda=x^1$, удовлетворяющий условиям (7), такой, чтобы при оснащении $\lambda\bar{\mathbf{r}}_1=x^1\bar{\mathbf{r}}_1=\mathbf{r}$ получить нормальную почти-контактную структуру гиперболического типа ($n_{ij}^{k'}=0$).

Требование интегрируемости получаемых структур для гиперповерхностей с меридианами (8) накладывали условия на функцию $\varphi(x^2, x^3)$:

$$\partial_3\left(\frac{\varphi_2}{\varphi}\right)=0, \qquad (10)$$

откуда

$$\varphi(x^2, x^3)=A(x^2)\,B(x^3). \qquad (10^*)$$

Так как (9) этому уравнению удовлетворяет только тогда, когда $\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=0$, то имеем:

1. При центроаффинном оснащении r на невырожденной сфероидальной гиперквадрике в пространстве $Б_4$ гиперболического типа возникает нормальная неинтегрируемая почти-контактная структура гиперболического типа.

4. Для гиперповерхности $\mathbf{r}(x^1, x^1x^2, f, x^3f)$ асимптотические направления определяются уравнением $b_{ij}\,dx^i dx^j = 0$, где

$$(b_{ij}) = \begin{pmatrix} -ff_{11}x^1 & f(f_2 - x^1f_{21}) & x^1(f_3f_1 - ff_{13}) \\ f(f_2 - x^1f_{12}) & -x^1ff_{22} & x^1(f_2f_3 - ff_{23}) \\ x^1(f_1f_3 - ff_{13}) & x^1(f_2f_3 - ff_{23}) & x^1(2f_3^2 - ff_{33}) \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Пусть вектор $\tilde{\Theta}$ дает почти-контактное асимптотическое оснащение, т. е. Θ^i удовлетворяют условию III (22).

Гиперповерхности, для которых вектор Θ лежит в аналитических площадках, проходящих через начало, удовлетворяют уравнениям III (23), где b_{ij} имеет вид (11), а ξ^i, η_i — (5).

Это приводит к дифференциальным уравнениям:

$$f_1f_2 - x^1f_1f_{12} + x^1f_2f_{11} = 0,$$

$$f_1f_3 = ff_{13},$$

$$f_{11} \neq 0. \tag{12}$$

Интегрируя (12), получаем следующие два типа решений:

$$1)\ f = q(x^3)\,F\left(x^1A(x^2)\right),\quad F(p) \neq ap + b,\quad p = x^1A(x^2); \tag{13}$$

$$2)\ f = x^{1^c}\varphi(x^2, x^3),\quad c \neq 1. \tag{14}$$

Меридианы (14) — аналоги логарифмических спиралей. В аналитических площадках с гиперболической угловой метрикой, под логарифмическими спиралями мы понимаем кривые, пересекающие радиусы-векторы своих точек под постоянным углом.

Среди гиперповерхностей с меридианами (14) содержатся ($c = -1$) гиперповерхности (9), для которых центроаффинное оснащение — почти-контактное.

Среди гиперповерхностей с произвольными меридианами, расположенными в аналитических площадках по формуле (13), содержится бицилиндрическая гиперквадрика (3), для которой

$$f = \sqrt{\frac{1 - x^{1^2}(a + 2bx^2 + cx^{2^2})}{r + 2sx^3 + tx^{3^2}}},$$

$$q(x^3) = \frac{1}{\sqrt{r + 2sx^3 + tx^{3^2}}},$$

$$F(p) = \sqrt{1 - p^2},\qquad A(x^2) = \sqrt{a + 2bx^2 + cx^{2^2}}.$$

Для гиперповерхностей с меридианами (13) и (14) можно найти множитель $\lambda = x^1$, удовлетворяющий уравнениям (7), такой, чтобы при оснащении $\lambda\tilde{\mathbf{r}}_1$ получить нормальную почти-контактную структуру гиперболического типа.

Требование интегрируемости структуры на гиперповерхностях с меридианами (14) накладывает на функцию $\varphi(x^2, x^3)$ условие (10), откуда $\varphi(x^2, x^3)$ имеет вид (10*). На гиперповерхностях с меридианами (13) возникает интегрируемая почти-контактная структура гиперболического типа. Отсюда имеем;

2. При асимптотическом оснащении бицилиндрической гиперквадрики оснащающий вектор лежит в аналитических площадках, проходящих через центр, и на ней возникает нормальная интегрируемая почти-контактная структура.

5. Метрика g_{ij}, вместе с тензорами (5) дающая почти-контактную метрическую структуру гиперболического типа 1 рода, имеет вид

$$g_{ij}\begin{pmatrix} 1 & \frac{f_2}{f_1} & 0 \\ \frac{f_2}{f_1} & \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 & g_{23} \\ 0 & g_{23} & 0 \end{pmatrix}, \tag{15}$$

где $g_{23}\neq 0$.

Гиперповерхности, для которых такая метрика удовлетворяет условию $b_{ij}=\lambda g_{ij}$, $\lambda\neq 0$, где b_{ij} определены в (11), характеризуются уравнениями (12) и, сверх того, уравнениями

$$\begin{gathered} 2f_3^2-ff_{33}=0, \\ f_1^2 f_{22}-f_2^2 f_{11}=0, \\ f_2 f_3-ff_{23}\neq 0, \end{gathered} \tag{16}$$

откуда

$$f=\frac{1}{x^1(dx^2x^3+cx^2+bx^3+a)}\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d\end{pmatrix}\neq 0. \tag{17}$$

Сравнивая (17) с (8) и (9), имеем:

3. Для невырожденной сфероидальной гиперквадрики в пространстве $Б_4$ гиперболического типа, и только для нее, асимптотический тензор служит метрикой, дающей вместе с тензорами (5) почти-контактную метрическую структуру гиперболического типа 1 рода.

Метрика g_{ij}, вместе с тензорами (5) дающая почти-контактную метрическую структуру гиперболического типа 2 рода, имеет вид:

$$g_{ij}\begin{pmatrix} 1 & \frac{f_2}{f_1} & 0 \\ \frac{f_2}{f_1} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} \end{pmatrix}, \tag{18}$$

где $g_{33}\neq 0$, $g_{22}\neq \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$.

Гиперповерхности, для которых асимптотический тензор служит такой метрикой, удовлетворяют соотношениям (12) и

$$\begin{gathered} f_2 f_3-ff_{23}=0, \\ 2f_3^2-ff_{33}\neq 0, \\ \frac{f_{22}}{f_{11}}-\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\neq 0. \end{gathered} \tag{19}$$

Решая эту систему уравнений, получаем два типа решений

1. $f=q(x^3)F\left(x^1A(x^2)\right)$, $F(p)\neq ap+b$, $p=x^1A(x^2)$,

$$q\neq\frac{1}{rx^3+s},\quad A\neq mx^2+n; \tag{20}$$

2. $f=x^{1^c}\varphi(x^2,\ x^3)$, $\varphi=A(x^2)B(x^3)$, $c\neq 1$, (21)

$$B \neq \frac{1}{Kx^3+L}, \quad A \neq (Mx^2+N)^c. \tag{22}$$

Сравнивая (21) с (14) и (10*), учитывая, что на гиперповерхностях с меридианами (13) всегда возникает интегрируемая почти-контактная структура гиперболического типа, учитывая, что требование невырожденности асимптотического тензора на гиперповерхностях с меридианами (13) имеет вид (20), на гиперповерхностях с меридианами (21)–(23), имеем:

4. Для того, чтобы асимптотический тензор гиперповерхности служил метрикой, вместе с тензорами (15), дающей почти-контактную метрическую структуру гиперболического типа 2 рода, необходимо и достаточно, чтобы:

1) гиперповерхности имели меридианы вида (13) и (14),

2) имели невырожденный асимптотический тензор,

3) структура (5) была интегрируемой.

6. Гиперповерхности, для которых аффинные нормали

$$\mathbf{A}\left(-f_{111},\ -x^2f_{111},\ 3f_{11}^2-f_1f_{111},\ x^3(3f_{11}^2-f_1f_{111})\right)$$

меридианов дают почти-контактное оснащение: $\tilde{\mathbf{A}} = \lambda^i \mathbf{r}_i$, удовлетворяют уравнению:

$$3f_{11}^2 - 2f_1f_{111} = 0, \tag{23}$$

откуда

$$f = \frac{1}{x^1 A(x^2, x^3) + B(x^2, x^3)} + C(x^2, x^3). \tag{24}$$

Меридиан — псевдоевклидова окружность с центром $\left(C, -\frac{B}{A}\right)$ и радиусом $\frac{1}{\sqrt{A}}$.

Казань

Поступило в редакцию 30.I.1967

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Норден, Биаффинное пространство и его отображение на себя, Ученые записки Казанского гос. ун-та, т. 112, кн. 10 (1952).
2. А. П. Норден, О самосопряженных образах биаксиального пространства, Ученые записки Казанского гос. ун-та, т. 114, кн. 2 (1954).
3. А. П. Норден, Теория поверхностей биаффинного пространства, Ученые записки Казанского гос. ун-та, т. 114, кн. 2 (1954).
4. K. Yano, S. Ishihara, Almost contact structures induced on hypersurfaces in complex and almost complex spaces, Kodai Math. Semin. Repts, 17, № 3, 222—249 (1965).
5. S. Sasaki, On differentiable manifolds with certain structure which are closely related to almost contact structure I, Tohoku Math. J. 16, 270—284 (1964).

BEVEIK KONTAKTINĖS STRUKTŪROS KETURMATĖS CENTROBIAFININĖS ELIPTINIO IR HIPERBOLINIO TIPO ERDVĖS HIPERPAVIRŠIUOSE

A. KRIŠČIŪNAITĖ

(Reziumė)

Nagrinėjama eliptinio ir hiperbolinio tipo keturmatės centrobiafininės erdvės hiperpaviršių beveik kontaktinė struktūra. Šios struktūros gaunamos, normalizuojant paviršių vektoriais, priklausančiais analitinėms plokštumoms [3], einančioms per erdvės centrą.

Keliant reikalavimus struktūrai, gaunama dalinė hiperpaviršių su beveik kontaktine struktūra klasifikacija.

THE ALMOST CONTACT STRUCTURES ON HYPERSURFACES IN FOUR-DIMENSIONAL CENTRED BIAFFINED SPACE OF ELLIPTIC AND HYPERBOLIC TYPE

A. KRIŠČIŪNAITĖ

(Summary)

Almos contact structures on hypersurfaces in 4-dimentional centred biaffined space of elliptic and hyperbolic type are viewed.

These structures appear on hypersurfaces if normal vectors lie in analitic planes [3] wich go through the center of the space.

Conditions on character of this structure lead to some classification of hypersurfaces with almost contact structure.