УДК 517.531

О сходимости интеграла типа Лапласа—Стилтьеса. Абдрахманов В. Г. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 5—18.

Выводится несколько формул, позволяющих определить область простой сходимости интеграла $\int\limits_0^\infty e^{-z\lambda(t)}\,d\alpha(t)$

$$\left(\lim_{t\to\infty} |\lambda(t)| = \infty,\ \overline{\lim_{t\to\infty}}\ |\arg\lambda'(t)| = \alpha < \frac{\pi}{2}\right). \tag{1}$$

В случае, когда интеграл (1) превращается в ряд Дирихле, эти формулы отличаются от формул, полученных при тех же условиях А. Мишкелявичусом (РЖ Мат, 1967, 6Б131), и каждая из них справедлива, каковы бы ни были коэффициенты ряда. Для интеграла (1) получены также формулы для определения углов равномерной сходимости раствора $\pi-2\alpha$. Библиографий 6. Иллюстраций 1.

УДК 519.21

Некоторые предельные теоремы для процессов восстановления. Алешкявичене А. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 19—25.

В работе исследуется: 1) предельное распределение с различным уточнением (асимптотические разложения в интегральной и локальной предельных теоремах, интегральные и локальные предельные теоремы с учетом больших уклонений) процесса $N(t)$, когда $t\to\infty$ и случайные величины ξ_l принадлежат области притяжения нормального закона; 2) асимптотическое поведение моментов и семиинвариантов процесса $N(t)$ при $t\to\infty$; 3) предельное распределение сумм $\sum\limits_{l=1}^{n} N_l(t)$ независимых одинаково распределенных процессов восстановления, когда $t\to\infty$ и $n\to\infty$. Библиографий 14.

УДК 519.21

О центральной предельной теореме в R^k. I. Бикялис А. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 27—58.

Методом характеристических функций получена оценка остаточного члена в многомерной центральной теореме для распределения нормированной суммы последовательности независимых неодинаково распределенных случайных векторов евклидова пространства R^k. Получена оценка без учета константы, которая зависит от k, точнее всех известных оценок такого же типа. Библиографий 41.

УДК 512.25+519.3 : 30.115

К вопросу о сходимости дискретного процесса оптимального управления к непрерывному. Бистрицкас В. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 59—61.

В работе доказывается, что области управления дискретного процесса оптимального управления

$$f(x,\ y)=\max\begin{bmatrix} A: p_1^{\Delta}\,[ax\Delta+by\Delta+f(r_1^{\Delta}x,\ r_2^{\Delta}y)], \\ B: p_2^{\Delta}\,[cx\Delta+dy\Delta+f(s_1^{\Delta}x,\ s_2^{\Delta}y)], \end{bmatrix}$$

когда $0<p_1r_i,\ p_2s_i<1$; $i=1, 2$; $P_i,\ \Delta>0$; $x, y\geqslant 0$ сходятся к областям управления его непрерывного аналога при $\Delta\to 0$. Библиографий 4.

УДК 513.7(02)

Дифференциальная геометрия неголономной гиперповерхности риманова пространства. Близникас В. И. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 63—76.

Рассматривается неголономная гиперповерхность V_n^{n-1} риманова пространства V_n методом Лаптева. Дифференциальные уравнения многообразия V_n^{n-1} имеют вид

$$\omega_\alpha^n=a_{\alpha\beta}\,\omega^\beta+a_\alpha\,\omega^n$$

$$(\alpha,\ \beta=1, 2,\ \dots,\ n-1),$$

где ω^i, ω_j^i $(i, j=1, 2,\ \dots,\ n)$ 1-формы, связанные структурными уравнениями риманова пространства. Образующим элементом многообразия V_n^{n-1} является опорный элемент (A, Π), т.е. пара, состоящая из точки A риманова пространства и гиперплоскости Π локального касательного пространства $E_n(A)$, соответствующего точке A. Если K—кривая риманова пространства V_n, то этой кривой всегда соответствует кривая $(K,\ \Pi)$ неголономной гиперповерх-

---

УДК 517.949.2

О неоднородной линейной системе дифференциально-разностных уравнений. Гилис А. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 77—92.

Изучается система дифференциально-разностных уравнений

$$A_1F'(z)+A_2F(z)+\sum_{k=1}^{m-1}\sum_{l=0}^{m_1}A_{kl}(z)\,F^{(l)}(z+\alpha_k)+BF(z+\alpha_m)=G(z),$$

$$0<\alpha_1<\dots<\alpha_m, \qquad (1)$$

где известная $F(z)$ — одностолбцевая матрица A_1, A_2, B_1, B_2, — постоянные матрицы и $A_{kl}(z)$ — целые матрицы конечного порядка. Доказана теорема. Если детерминанты $|A_1|\neq 0$, $|B_1|\neq 0$ и $G(z)$ — целая матрица (целая матрица конечного порядка), то система (1) имеет целое решение (целое решение конечного порядка). Библиографий 4.

15. Leid. 11663.

ности V_n^{n-1}, которая называется лифтом кривой K (кривая K называется центроидной кривой (K, П). Оказывается, что кривая (K, П) всегда имеет относительный инвариант l^n. Если $l^n=0$, то кривая (K, П) называется интегральной кривой неголономной гиперповерхности V_n^{n-1}. Разверткой кривой (K, П) является линейчатая поверхность пространства $E_n(A)$. Библиографий 9.

УДК 519.21

О представлении целочисленных случайных мер как стохастических интегралов по пуассоновской мере. Григелионис Б. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 93—108.

В работе рассматриваются целочисленные случайные меры $p(A)$, $A \in \mathscr{B}[0, \infty) \times \times \mathscr{B}_m$, где $\mathscr{B}[0, \infty)$ — σ-алгебра борелевских подмножеств полупрямой $[0, \infty)$, а $\mathscr{B}_m$ — σ-алгебра борелевских подмножеств m-мерного евклидова пространства R_m, и найдены условия, при которых можно определить стандартную пуассоновскую меру $\tilde{p}$ таким образом, что при определенной функции $\varphi(t, x)$ имело место представление:

$$p([0, t] \times \Gamma) = \int_0^t \int_{R_m} \chi_\Gamma \left(\varphi(s, x) \tilde{p}(ds, dx) \right),$$

где χ_Γ — индикатор множества $\Gamma \in \mathscr{B}_m$. Библиографий 18.

УДК 517.537

Заметка о сходимости ряда Дирихле на границе области сходимости. Кабайла В. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 109—115.

Указаны достаточные условия для сходимости ряда Дирихле

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k e^{-\lambda_k z} \tag{1}$$

с действительными показателями λ_k во всех конечных точках границы области сходимости. В случае $\lambda_k = \ln k$ доказано, что если сходится ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$, то для сходимости ряда (1) во всех конечных точках прямой $z = it$, $-\infty < t < +\infty$ достаточно, чтобы сходился ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{|\tilde{r}_k|}{k}$, где $\tilde{r}_k = \frac{1}{k}(r_1 + \ldots + r_k)$.

УДК 513.7

О контактных омбилических гиперповерхностях в пространстве 0-пар. Крищунайте А. Л. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 117—124.

Рассматривается $2n$-мерное многообразие 0-пар M_{2n} n-мерного проективного пространства P_n. Оно, как известно, является метрическим многообразием. Показано, что M_{2n} является также пространством постоянной аналитической кривизны гиперболического типа. В этом пространстве, как частном случае S-пространства гиперболического типа, рассмотрены примеры контактных омбилических гиперповерхностей и выяснен их геометрический смысл в пространстве P_n. Библиографий 3.

УДК 511

Метод производящих рядов Дирихле в теории распределения аддитивных арифметических функций. I. Кубилюс И. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 125—134.

Пусть $g(m)$ — комплексно-значная мультипликативная арифметическая функция, удовлетворяющая неравенствам

$$\sum_{p} |g(p)-\varkappa| \frac{\ln p}{p} < c_1, \quad \sum_{p} |g(p)| \frac{\ln p}{p} < c_2,$$

$$\sum_{p} \sum_{\alpha=2}^{\infty} |g(p^{\alpha})| \frac{\ln p^{\alpha}}{p^{\alpha}} < c_3,$$

где p пробегает все простые числа, $\varkappa$ — комплексное число, не зависящее от p, $|\varkappa| \leqslant c_4$ и c_1, c_2, c_3, c_4 — константы. Тогда при $x \geqslant 20$

$$\sum_{m \leqslant x} g(m) = \frac{x(\ln x)^{\varkappa-1}}{\Gamma(\varkappa)} \prod_{p} \left(1-\frac{1}{p}\right)^{\varkappa} \left(1+\sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{g(p^{\alpha})}{p^{\alpha}}\right)+$$

$$+B\varkappa R(\ln x)^{|\varkappa|/2-1}.$$

УДК 513.836

Обобщенные микропучки и локально плоские вложения. Матузявичюс А. И. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 135—151.

Приводится три примера обобщенных микропучков, а также определяются уитневская сумма, композиция обобщенных микропучков. Для локально плоского вложения топологических многообразий $M^n \to M^{n+k}$ определяется кастельный и нормальный обобщенные микропучки и рассматриваются некоторые предложения, касающиеся этих микропучков. Показывается, что обобщенный микропучек $\mathcal{T}=(T, M^n, s, p)$ гомотопически эквивалентен уитневской сумме обобщенных микропучков $t=(T', M^n, s_1, p_1)$ и $n=(N, M^n, s', p')$. Библиографий 15.

УДК 519.21

Об оптимальной остановке марковской цепи с переоценкой. Мацкявичюс В. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 153—157.

Пусть задана двумерная марковская цепь $Y=\left((\beta^n, x_n), \mathcal{F}_n, P_{\Theta, x}\right)$ в фазовом пространстве $\left((0, 1]\times E, \mathcal{B}_1\times\mathcal{B}\right)$, где $(E, \mathcal{B})$ — любое фазовое пространство, $\mathcal{B}_1$ — σ-алгебра борелевских подмножеств интервала (0, 1, $\beta^n=\beta_0\beta_1\ldots\beta_n$, $_n\beta-\mathcal{F}_n-$измеримые с.в., $0<\beta\leqslant 1$ п.в. для всех $n\geqslant 0$, и при любом $A\in\mathcal{B}_1\times\mathcal{B}$

$$\tilde{P}(x, A)=\mathbf{P}_{\Theta, x}\{(\beta_1, x_1)\in A\}$$

есть $\mathcal{B}$ — измеримая функция от x (не зависящая от Θ). Пусть, останавливая цепь в момент n, мы получим выигрыш $\beta^n g(x_n)$. Доказывается, что при некоторых предположениях о процессе Y и функции g, для задания оптимальных и ε-оптимальных правил остановки цепи Y достаточно рассматривать цепь $(x_n, \sigma(x_0, x_1, \ldots, x_n). \mathbf{P}_x)$, Библиографий 7.

Здесь Γ гамма-функция, $R=(1-|\varkappa|)^{-1/2}$ при $|\varkappa|<1-(\ln\ln x)^{-1}$, $R=(\ln\ln x)^{1/2}$ при $\big||\varkappa|-1\big|\leqslant(\ln\ln x)^{-1}$, $R=(|\varkappa|-1)^{-1/2}(\ln x)^{(|\varkappa|-1)/2}$ при $|\varkappa|>1+(\ln\ln x)^{-1}$. Множитель B ограничен константой, зависящей лишь от c_1, c_2, c_3, c_4. Из этой асимптотической формулы выводится следующая теорема. Пусть $f(m)$ — вещественная аддитивная арифметическая функция, удовлетворяющая условиям

$$\sum_{a_p<c}\frac{a_p\ln p}{p}<c_5,\quad \sum_{a_p\geqslant c}\frac{\ln p}{p}<c_6,\quad \sum_{a_p\geqslant c}\frac{a_p}{p}<c_7,\quad \sum_{p}\sum_{\alpha=2}^{\infty}\frac{|f(p^\alpha)|}{p^\alpha}<c_8,$$

где $a_p=|f(p)-\lambda|$ и λ, c, c_5, c_6, c_7, c_8 — константы. Тогда при $n\geqslant 20$ число натуральных $m\leqslant n$, удовлетворяющих неравенству $f(m)<\lambda\ln\ln n+|\lambda|x\sqrt{\ln\ln n}$, равно

$$\frac{n}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{(-u^2/2)}\,du+\frac{Bn}{\sqrt{\ln\ln n}}\,.$$

Множитель B ограничен константой, зависящей лишь от λ, c, c_5, c_6, c_7, c_8. Библиографий 2.

УДК 51 : 330.115

Аксиоматическое определение некоторых групповых решений. Моркелюнас А. И. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 159—172.

Аксиоматически определены два правила групповых решений. Как аксиомы 1—5, определяющие первое правило, так и аксиомы 1, 2, 3, 4, 5, 6, определяющие второе правило, независимы. Пусть $\mathcal{G}$ — групповой профиль, а $\mathcal{R}_0$ — множество индивидуальных профилей со строгими предпочтениями. Для $\mathcal{G} \subset \mathcal{R}_0$ групповые решения по обоим правилам совпадают, и групповое упорядочение в смысле предпочтения определяется следующим образом. Пусть u_k^s — число, равное числу альтернатив, для которых альтернатива a_k в индивидуальном профиле $R_s \in \mathcal{G} \subset \mathcal{R}_0$ предпочтительнее. Тогда групповое упорядочение альтернатив a_k совпадает с естественным порядком чисел $\sum\limits_{R_s \in G} u_k^s$.

Библиографий 5.

УДК 519. 21

Одна теорема о скорости сходимости в центральной предельной теореме. Паулаускас В. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 173—179.

Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — независимые одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения $F(x)$, $M\xi_i=0$, $M\xi_i^2=1$. Пусть $F_n(x)$ — функция распределения случайной величины

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} \xi_i, \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

и

$$\mu_j = \int_{-\infty}^{\infty} x^j d(F-\Phi)(x), \quad \nu_j = \int_{-\infty}^{\infty} |x|^j |d(F-\Phi)(x)|.$$

УДК 519.21

Одна задача теории суммирования со случайным индексом. Саас Д., Фрайер Б. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 181—187.

Исследуется предельное поведение сумм независимых, одинаково распределенных случайных величин, где число слагаемых случайно и не зависит от слагаемых. Было известно предложение, утверждающее, что если сумма неслучайного числа слагаемых и с соответствующей нормировкой случайный индекс имеют предельные распределения, то сумма случайного числа слагаемых также сходится. В работе рассматриваются некоторые обобщения этого предложения. Библиографий 3.

Теорема. Если $\mu_1=\mu_2=\ldots=\mu_{m-1}=0$ и $\nu_m<\infty$ для некоторого целого $m\geqslant 3$, тогда для всех $n\geqslant 1$

$$\sup_x |F_n(x)-\Phi(x)|\leqslant C_1(m)\,\frac{\max(\nu_m^{1/m+1},\ \nu_m)}{\sqrt{n}},$$

где $C_1(m)$ — константа, зависящая только от m. В частности, $C_1(3)\leqslant 2{,}16$. Теорема обобщает результат автора [4] и улучшает один результат В. М. Золотарева [3]. Библиографий 4. Таблица 1.

УДК 519.21

О случайных процессах как решениях стохастического уравнения К. Ито. Сургайлис Д. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 189—197.

Б. Григелионисом в работе „О марковском свойстве случайных процессов" („Лит. матем. сб. „VIII, 3, 1968) при некоторых предположениях для непрерывного справа m-мерного процесса получено разложение в непрерывную и скачкообразную части, которое при независящей от x мере $\Pi(t, x, \Gamma)=\Pi(t, \Gamma)$ скачков процесса можно рассматривать как стохастическое уравнение К. Ито. Доказывается, что такая возможность существует и для случая зависящей от x меры $\Pi(t, x, \Gamma)$, а именно, предполагая основное ω-пространство достаточно „богатым", можно определить скачкообразную часть процесса как стохастический интеграл по некоторой пуассоновской мере. Библиографий 4

УДК 519.21

О сходимости сумм случайного числа ступенчатых процессов. Фрайер Б. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 199—205.

Доказывается две теоремы о сходимости сумм случайного числа случайных ступенчатых процессов к пуассоновскому процессу или к смеси пуассоновских процессов. Библиографий 3.

УДК 517.948+512.13

О периодичности сложной функции. Шапуров А. Б. «Литовский математический сборник», 1971, XI, 1, 207—213.

Доказана теорема: пусть $f(u)$ — непрерывная ни на одном отрезке не постоянная, периодическая функция и $g(x)$ — непрерывная строго монотонная или аналитическая функция. Если $f(g(x))$ — периодическая функция, то $g(x)$ является суммой линейной и периодической функций. С другой стороны, приводится пример аналитической периодической функции $f(u)$, для которой строится бесконечно дифференцируемая функция $g(x)$ такая, что $f(g(x))$ периодическая, но $g(x)$ не является суммой линейной и периодической функций.