1971

УДК 533.59

УСЛОВИЯ ОТБОРА ИСКОМОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ БАРНЕТА

В. И. Скакаускас

В работе [1] приведены интегродифференциальные условия отбора искомого решения уравнений Навье-Стокса.

В настоящей работе, используя интегродифференциальное представление функции распределения [2], [3], для установившегося движения разреженного газа получены интегродифференциальные условия отбора искомого решения уравнений Барнета.

Удовлетворяющее микроскопическому граничному условию для функции распределения интегродифференциальное представление функции распределения

$$f(\mathbf{r},\ \mathbf{u})=\begin{cases} \dfrac{\tilde{\Phi}^*}{|u_n|}\, e^{-\sigma_0 \int\limits_{\tau_s}^{0} n(\mathbf{r}+\tau\mathbf{u})\, d\tau} + \displaystyle\int\limits_{\tau_s}^{0} \Phi^*_{\text{ч.э.}}(\mathbf{r}+\tau\mathbf{u},\ \mathbf{u})\, e^{-\sigma_0 \int\limits_{\tau}^{0} n(\mathbf{r}+\xi\mathbf{u})\, d\xi}\, d\tau, & \mathbf{u}\in\Omega, \\ \displaystyle\int\limits_{-\infty}^{0} \Phi^*_{\text{ч.э.}}(\mathbf{r}+\tau\mathbf{u},\ \mathbf{u})\, e^{-\sigma_0 \int\limits_{\tau}^{0} n(\mathbf{r}+\xi\mathbf{u})\, d\xi}\, d\tau, & \mathbf{u}\notin\Omega, \end{cases}$$

$$\tilde{\Phi}^*=\int\limits_{u_{1n}\leqslant 0} |u_{1n}|\, \tilde{T}\left(\int\limits_{-\infty}^{0} \Phi^*_{\text{ч.э.}}(\mathbf{r}_s+\tau\mathbf{u}_1,\ \mathbf{u}_1)\, e^{-\sigma_0 \int\limits_{\tau}^{0} n(\mathbf{r}_s+\xi\mathbf{u}_1)\, d\xi}\, d\tau\right) d\mathbf{u}_1,$$

$$\Phi^*_{\text{ч.э.}}(\mathbf{r},\ \mathbf{u})=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\int g b\, db\, d\varepsilon\, f'_{1\text{ч.э.}} f'_{\text{ч.э.}}\, d\mathbf{u}_1, \tag{1}$$

подставим в уравнение Больцмана, записанное на поверхности обтекаемого тела, умножим результат подстановки на некоторую функцию ψ, проинтегрируем по всему пространству скоростей и после преобразований, указанных в [2], [3], [4], получим

$$\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} \psi f\, d\mathbf{u}\right)_S=\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} \psi f_{\text{ч.э.}}\, d\mathbf{u}\right)_S, \tag{2}$$

где: $\mathbf{n}$ – нормаль к поверхности S, $(A)_S$ означает, что A записана на поверхности S, $f_{\text{ч.э.}}$ – функция распределения второго приближения по методу Чепмена – Энскога, $\Phi^*_{\text{ч.э.}}$ выписана в [4].

В качестве ψ возьмем полиномы, образованные из компонент вектора относительной молекулярной скорости $\mathbf{C}=\mathbf{u}-\mathbf{v}$ и, подставляя в (2), построим соответствующую последовательность условий. Ясно, что решением уравнений Барнета удовлетворить всем условиям (2) невозможно. В настоящее время мы не в состоянии указать число условий (2), обеспечивающих единственность решения уравнений Барнета, а также отдать предподчтение тем или другим из них, однако, исходя из некоторых физических соображений, в качестве функции ψ в условиях (2) предлагаем брать полиномы

$$1,\ \mathbf{C},\ \mathbf{C}^2,\ m\mathbf{C}(\mathbf{C}\cdot n),\ \frac{m}{2}\mathbf{C}^2(\mathbf{C}\cdot\mathbf{n}). \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2), после некоторых преобразований получим девять записанных на поверхности S условий

$$\int_{-\infty}^{\infty} f d\mathbf{u} = n, \tag{4}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_x f d\mathbf{u} = n\mathbf{v}_x, \tag{5}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_y f d\mathbf{u} = n\mathbf{v}_y, \tag{6}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_z f d\mathbf{u} = n\mathbf{v}_z, \tag{7}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} m\mathbf{C}^2 f d\mathbf{u} = 3nk\Theta, \tag{8}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} m\mathbf{C}(\mathbf{C}\cdot\mathbf{n}) f d\mathbf{u} = \mathbf{n}\cdot\left(kn\Theta U - 2\mu \overset{0}{\overline{\overline{\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial\mathbf{r}}}}}\right), \tag{9}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{m}{2} C^2(\mathbf{C}\cdot\mathbf{n}) f d\mathbf{u} = -\mathbf{n}\cdot\frac{\partial\Theta}{\partial\mathbf{r}}\lambda, \tag{10}$$

где λ, μ — коэффициенты теплопроводности и вязкости газа, состоящего из максвелловских молекул, $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности в точке $\mathbf{r}_s$, k — постоянная Больцмана, U — единичный тензор, а f представлена формулами (1).

Нетрудно заметить, что из (5)—(7) следует условие $(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})_s = 0$. Систему (4)—(10) мы предлагаем в качестве выставляемых на поверхности условий отбора искомого решения уравнений Барнета.

Линеаризованный вариант условий (9), (10) при $f_{\text{ч.э.}} = f^{(0)}$ (локально максвелловская функция) предложен в [5] в качестве условий отбора искомого решения линеаризованных уравнений Навье—Стокса.

Примечание. Заменяя в (1), (2), (4)—(10) функцию вязкого газа функцией Барнета [6], получим девять интегродифференциальных соотношений (аналог условий (4)—(10)) как условия отбора искомого решения уравнений Барнета.

Вильнюсский Государственный
университет им. В. Капсукаса

Поступило в редакцию
5.X.1970

Литература

1. В. И. Скакаускас, Граничные условия для уравнений вязкого газа, Вестник ЛГУ, № 1, 1971.
2. В. И. Скакаускас, Приближенный метод решения задач аэродинамики разреженных газов, Вестник ЛГУ, № 19, 1970.
3. В. И. Скакаускас, Использование интегральных представлений функции распределения для получения приближенных уравнений аэродинамики разреженных газов, Вестник ЛГУ, (1971) (в печати).
4. В. И. Скакаускас, Тринадцатимоментная система приближенных уравнений аэромеханики разреженных газов, Лит. матем. сб., XI, 3(1971), 665–668.
5. C. Cercignani and G. Tironi, New boundary conditions in the transition regime, J. Plasma Physics, wol 2, part. 3. (1968).
6. R. Schamberg, The fundamental differential equations and the boundary conditions for high -speed slip flow and their applications to several specific problems, Thesis, 1947.

BARNETO LYGČIŲ IEŠKOMO SPRENDINIO ATRANKOS SĄLYGOS

V. Skakauskas

(Reziumė)

Šiame straipsnyje, naudojant artutinę integrodiferencialinę pasiskirstymo funkcijos išraišką, gautos integrodiferencialinės ieškomo Barneto lygčių sprendinio atrankos sąlygos.

SELECTION CODITIONS OF UNKNOWN SOLUTION OF BURNETT EQUATIONS

V. Skakauskas

Summary

Using an approximate integro-differential representation of the distribution function, the integro-differential conditions formed in on the surface of the body for selecting unknown solution of Burnett equations are proposed in the present paper.