УДК 519.21

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОЙ ОСТАНОВКИ УСТОЙЧИВЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

В. Мацкявичюс

1. Пусть $\xi(t)$, $t \geqslant 0$, – устойчивый процесс, имеющий непрерывные справа выборочные функции, и

$$\psi(\lambda) = t^{-1} \ln \mathbf{M} e^{i\lambda\xi(t)} = -C|\lambda|^{\alpha}\left(1 - i\beta \operatorname{sgn}\lambda \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\alpha\right), \tag{1}$$

где $C > 0$, $1 < \alpha \leqslant 2$, $-1 \leqslant \beta \leqslant 1$. C, α и β, если не будет оговорено, будем считать фиксированными. Наряду с $\xi(t)$ будем рассматривать последовательность S_n, $n = 1, 2, \ldots$, $S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$, где X_k – независимые случайные величины (с. в.) с $\mathbf{M}X_k = 0$ и общим распределением, принадлежащим области нормального притяжения устойчивого закона, определяемого (1), т. е.

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}\left\{\frac{S_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}} < x\right\} = \mathbf{P}\{\xi(1) < x\} \text{ для всех } x \in (-\infty, \infty). \tag{2}$$

В работе рассматриваются существование и вид оптимальных правил остановки для

$$\frac{u+\xi(t)}{b+t}, \quad -\infty < u < \infty, \quad b > 0,$$

в непрерывном случае, и для

$$\frac{u+S_n}{b+n}, \quad -\infty < u < \infty, \quad b \geqslant 0, \text{ – в дискретном.}$$

В [1] был рассмотрен случай, когда X_k имеют конечную дисперсию, в [2], – когда $\xi(t)$ – винеровский процесс, и найдена асимптотическая связь дискретного случая с непрерывным. В [2] (§ 10) было также высказано предположение, что основные результаты работ [1], [2] при небольших изменениях в формулировках верны и в рассматриваемом нами случае. Целью настоящей работы и является доказательство этого предположения.

2. Буквой T обозначим интервал $[0, \infty)$ в непрерывном случае и множество натуральных чисел – в дискретном. С. в. $\tau(N)$, принимающую значения из $T \cup \{\infty\}$, назовем *марковским моментом* (м. м.), если для всех $t \in T$ $\{\tau \leqslant t\} \in \mathscr{F}_t = \sigma\left(\xi(s), s \leqslant t\right)$ (соответственно $\{N \leqslant n\} \in \mathscr{B}_n = \sigma(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ для всех $n \in T$ – в дискретном случае). Если, кроме того, $\mathbf{P}\{\tau < \infty\} = 1$ $\left(\mathbf{P}\{N < \infty\} = 1\right)$, то $\tau(N)$ будем называть *моментом остановки* (м.о.). Множества всех м. о. и м. м. обозначим $\mathfrak{M}$ и $\overline{\mathfrak{M}}$, соответственно. Будем говорить, что

$$\tau=\tau(u,\ b)\in\mathfrak{M}\ \left(N=N(u,\ b)\in\mathfrak{M}\right)$$

есть *оптимальный* м. о. для

$$\frac{u+\xi(t)}{b+t}\ \left(\frac{u+S_n}{b+n}\right),$$

если

$$V(u,\ b,\ \tau)=V(u,\ b), \tag{3}$$

где

$$V(u,\ b,\ \tau)=\mathbf{M}\,\frac{u+\xi(\tau)}{b+\tau}$$

и

$$V(u,\ b)=\sup_{\tau\in\mathfrak{M}}\mathbf{M}\,\frac{u+\xi(\tau)}{b+\tau}$$

— *средний выигрыш* при м. о. τ и *цена игры* соответственно (аналогично в дискретном случае). В случае $\tau\in\overline{\mathfrak{M}}$ $V(u,\ b,\ \tau)$ определим, как соответствующий интеграл по множеству $\{\tau<\infty\}$.

Имеют место следующие утверждения.

Теорема 1. *Для* $-\infty<u<\infty$, $b\geqslant 0$ *м. м.*

$$N=\min\{k: u+S_k\geqslant\beta(b+k)\},$$

где $\beta(b)$ *есть единственное решение уравнения*

$$\frac{\beta(b)}{b}=V\left(\beta(b),\ b\right), \tag{4}$$

является минимальным оптимальным м. о., т. е.

$$V(u,\ b,\ N)=V(u,\ b).$$

(Ср. [1], § 2, теорема 1′, § 3.)

Теорема 2. *Для* $-\infty<u<\infty$, $b>0$ *м. м.*

$$\tau=\inf\{t: u+\xi(t)\geqslant\gamma(b+t)^{\frac{1}{\alpha}}\}, \tag{5}$$

где γ — *некоторая константа, не зависящая от* u *и* b, *является единственным оптимальным м. о., т. е.*

$$V(u,\ b,\ \tau)=V(u,\ b).$$

(Ср. [2], § 1, теорема 1, § 7.)

Замечание. В случае $\beta=-1$ в (1), используя существование для $\xi(t)$ преобразования Лапласа

$$\mathbf{M}e^{\lambda\xi(t)}=e^{tK\lambda^{\alpha}}, \tag{6}$$

где

$$K=-C\cos^{-1}\frac{\pi}{2}\alpha$$

([3], гл. 5, § 25, теорема 4), можно, как и в [2] (§§ 2—3), получить, что γ в (5) есть единственное решение уравнения

$$\gamma=\frac{\int\limits_0^\infty \exp\{\gamma y^{\frac{1}{\alpha-1}}-Ky^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\}\,dy}{\int\limits_0^\infty y^{\frac{1}{\alpha-1}}\exp\{\gamma y^{\frac{1}{\alpha-1}}-Ky^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\}\,dy}. \tag{7}$$

и

$$V(u,\ b)=\frac{\int\limits_0^\infty \exp\{uy^{\frac{1}{\alpha-1}}-Kby^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\}\,dy}{\int\limits_0^\infty y^{\frac{1}{\alpha-1}}\exp\{\gamma y^{\frac{1}{\alpha-1}}-Ky^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\}\,dy}\quad\text{при } u\leqslant\gamma b^{\frac{1}{\alpha}},$$

$$V(u,\ b)=\frac{u}{b}\quad\text{при } u>\gamma b^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Теорема 3. *$\beta(b)$ из (4) и γ из (5) связаны соотношением*

$$\lim_{b\to\infty}\frac{\beta(b)}{b^{\frac{1}{\alpha}}}=\gamma. \tag{8}$$

(Ср. [2], § 4, теорема 3, § 8.)

Доказательства этих теорем при использовании рассуждений, аналогичных случаю $\alpha=2$ в [1], [2], следуют из доказанных в п. 3 лемм 2, 4, 5 и (16). При доказательстве теоремы 3 следует использовать предельные теоремы (принцип инвариантности) для распределений функционалов, непрерывных с вероятностью 1 в топологии J-сходимостн (вместо равномерной сходимости в [2], § 8) в пространстве $D[0,\ T]$ функций на $[0,\ T]$, не имеющих разрывов второго рода, непрерывных справа и непрерывных в T (о J-сходимости в $D[0,\ T]$ см. в [3], §§ 38, 40, теорема 2).

3. **Лемма 1** ([1], лемма 6). *Пусть* $N\in\mathfrak{M}$ и

$$V(u,\ b,\ N)\geqslant\frac{u}{b},\quad b'\geqslant b>0,\quad u'\leqslant u.$$

Тогда для любого $a\geqslant 0$ существует $N'=N'(a)\in\mathfrak{M}$, для которого

$$\{N'\leqslant a\}\subset\{S_{N'}>u-u'\} \tag{9}$$

и

$$V(u',\ b',\ N')>\frac{u'}{b'}. \tag{10}$$

Лемма 2. 1) *В непрерывном случае*

$$\mathbf{M}\left(\sup_{t\in T}\left|\frac{u+\xi(t)}{b+t}\right|\right)<\infty$$

для всех $-\infty<u<\infty$, $b>0$.

2) *В дискретном случае*

$$\mathbf{M}\left(\sup_{n\in T}\left|\frac{u+S_n}{b+n}\right|\right)<\infty$$

для всех $-\infty<u<\infty$, $b\geqslant 0$.

Доказательство. 1) Достаточно, очевидно, доказать лемму для $u=0$. Заметим, что для любого $\alpha' \in [1, \alpha)$ $(|\xi(t)|^{\alpha'}, \mathcal{F}_t, t \in T)$ является неотрицательным субмартингалом. Поэтому для $\alpha' \in [1, \alpha)$ (см. [4], теорема 3.2) и $\lambda > 0$

$$P\{\sup_{0 \leqslant s \leqslant t} |\xi(s)| > \lambda\} \leqslant \frac{\mathbf{M}|\xi(t)|^{\alpha'}}{\lambda^{\alpha'}} = \frac{t^{\frac{\alpha'}{\alpha}} \mathbf{M}|\xi(1)|^{\alpha'}}{\lambda^{\alpha'}} = \frac{C_1 t^{\frac{\alpha'}{\alpha}}}{\lambda^{\alpha'}}, \tag{11}$$

где $C_1 = \mathbf{M}|\xi(1)|^{\alpha'} < \infty$, так как для устойчивого процесса существуют все абсолютные моменты порядка меньше α ([3], гл. 5, § 25, теорема 2). Фиксируем $\alpha' \in (1, \alpha)$. Тогда

$$P(\lambda) = \mathbf{P}\left\{\sup_{t \in T} \left|\frac{\xi(t)}{b+t}\right| > \lambda\right\} \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{P}\left\{\sup_{2^{n-1} \leqslant t < 2^n} \left|\frac{\xi(t)}{b+t}\right| > \lambda\right\} + \mathbf{P}\left\{\sup_{0 \leqslant t < 1} \left|\frac{\xi(t)}{b+t}\right| > \lambda\right\} \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{P}\left\{\sup_{2^{n-1} \leqslant t < 2^n} \left|\frac{\xi(t)}{2^{n-1}}\right| > \lambda\right\} + \mathbf{P}\left\{\sup_{0 \leqslant t < 1} \left|\frac{\xi(t)}{b}\right| > \lambda\right\} \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{P}\{\sup_{0 \leqslant t < 2^n} |\xi(t)| > 2^{n-1}\lambda\} + \mathbf{P}\{\sup_{0 \leqslant t < 1} |\xi(t)| > b\lambda\} \leqslant$$

$$\leqslant \frac{C_1}{\lambda^{\alpha'}}\left(2^{\alpha'} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n\alpha'\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)} + b^{-\alpha'}\right) = \frac{C_2}{\lambda^{\alpha'}},$$

откуда

$$\mathbf{M}\left(\sup_{t \in T} \left|\frac{\xi(t)}{b+t}\right|\right) = \int_0^{\infty} P(\lambda)\, d\lambda < \infty.$$

2) В силу леммы 5.2.2. из [5] для любого $\alpha' < \alpha$

$$\lim_{n \to \infty} \mathbf{M}\left|\frac{S_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right|^{\alpha'} = \mathbf{M}|\xi(1)|^{\alpha'}.$$

поэтому существует $C_3 = C_3(\alpha') > \infty$ такое, что для всех $n \in T$

$$\mathbf{M}|S_n|^{\alpha'} \leqslant n^{\frac{\alpha'}{\alpha}} \cdot C_3, \tag{12}$$

и доказательство аналогично случаю 1).

Лемма 3. 1) *В непрерывном случае*

$$V(0, b) = b^{\frac{1}{\alpha}-1} V(0, 1) \text{ для всех } b > 0. \tag{13}$$

2) *В дискретном случае существует $C_4 < \infty$ такое, что*

$$V(0, b) \leqslant C_4 \cdot b^{\frac{1}{\alpha}-1} \text{ для всех } b > 0. \tag{14}$$

Доказательство. 1) Процесс $\xi^*(t)=b^{-\frac{1}{\alpha}}\xi(bt)$ является устойчивым процессом, распределением совпадающим с $\xi(t)$. Заметим, что если $\tau\in\mathfrak{M}$, то $\tau^*=\frac{\tau}{b}$ является м. о. для $\xi^*(t)$. Поэтому, можно ввести взаимно однозначное соответствие между м. о. для $\xi(t)$ и $\xi^*(t)$, удовлетворяющее соотношению

$$V(u,\ b,\ \tau)=b^{\frac{1}{\alpha}-1}V^*(ub^{-\frac{1}{\alpha}},\ 1,\ \tau^*), \tag{15}$$

откуда

$$V(u,\ b)=b^{\frac{1}{\alpha}-1}V(ub^{-\frac{1}{\alpha}},\ 1), \tag{16}$$

и, в частности, верно соотношение (13). Отметим, что, в силу леммы 2, $V(u,\ b)<\infty$.

2) Для любого $N\in\overline{\mathfrak{M}}$

$$V(0,\ b,\ N)=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{b+i}\int\limits_{\{N=i\}}S_i d\mathbf{P}\leqslant\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{b+i}\int\limits_{\{N=i\}}|S_i|d\mathbf{P}=$$

$$=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{b+i}\Big(\int\limits_{\{N\leqslant i\}}|S_N|d\mathbf{P}-\int\limits_{\{N\leqslant i-1\}}|S_N|d\mathbf{P}\Big).$$

Так как $(|S_n|,\ \mathscr{B}_n,\ n\in T)$ – субмартингал, то из (12) следует, что

$$\int\limits_{\{N\leqslant i\}}|S_N|d\mathbf{P}\leqslant\int\limits_{\{N\leqslant i\}}|S_i|d\mathbf{P}\leqslant\mathbf{M}|S_i|\leqslant i^{\frac{1}{\alpha}}\cdot C_3.$$

Поэтому

$$V(0,\ b,\ N)\leqslant C_3\cdot\sup\sum_{i=1}^{\infty}\frac{k_i}{b+i}, \tag{17}$$

где sup берется по всем наборам $(k_i,\ i\geqslant 1)$, удовлетворяющим условиям

$$k_i\geqslant 0,\qquad \sum_{j=1}^{i}k_j\leqslant i^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Так как последовательность $\{(b+i),\ i\geqslant 1\}$ – строго возрастающая, то легко видеть, что sup в (17) достигается при $k_i=i^{\frac{1}{\alpha}}-(i-1)^{\frac{1}{\alpha}}\ (i=1,\ 2,\ \ldots)$. Получаем

$$V(0,\ b,\ N)\leqslant C_3\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\frac{i^{\frac{1}{\alpha}}-(i-1)^{\frac{1}{\alpha}}}{b+i}=C_3\cdot\sum_{i=1}^{\infty}i^{\frac{1}{\alpha}}\Big(\frac{1}{b+i}-\frac{1}{b+i+1}\Big)=$$

$$=C_3\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\frac{i^{\frac{1}{\alpha}}}{(b+i)(b+i+1)}<C_3\cdot\Big(\frac{1}{(b+1)(b+2)}+\int\limits_{1}^{\infty}\frac{y^{\frac{1}{\alpha}}}{(b+y)(b+y+1)}dy\Big)<$$

$$< C_3 \cdot \left(\frac{1}{(b+1)(b+2)} + \int_b^\infty \frac{(z-b)^{\frac{1}{\alpha}}}{z(z+1)}\, dz \right) < C_3 \left(\frac{1}{(b+1)(b+2)} + \right.$$

$$\left. + \int_b^\infty z^{\frac{1}{\alpha}-2} dz \right) = C_3 \left(\frac{1}{(b+1)(b+2)} + b^{\frac{1}{\alpha}-1} \cdot \frac{\alpha}{\alpha-1} \right),$$

и утверждение следует из того, что $\frac{b^{1-\frac{1}{\alpha}}}{(b+1)(b+2)}$ ограничено по b.

Лемма 4. *Существует* $C_5 < \infty$ *такое, что*

1) *в непрерывном случае для всех* $\tau \in \mathfrak{M}$

$$V(u,\ b,\ \tau) \leqslant \frac{u}{b},\ \text{если } u \geqslant C_5 b^{\frac{1}{\alpha}};$$

2) *в дискретном случае для всех* $\tau \in \mathfrak{M}$

$$V(u,\ b,\ N) < \frac{u}{b},\ \text{если } u \geqslant C_5 b^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Доказательство. 1) Пусть $V(u,\ b,\ \tau) > \frac{u}{b}$. Обозначим $\mathfrak{M}(n) \subset \mathfrak{M}$ — класс м. о., принимающих значения $k \cdot 2^{-n}$, $k=1,\ 2,\ \ldots$, и таких, что

$$\{\tau \leqslant k \cdot 2^{-n}\} \in \mathscr{F}^{(n)}_{k \cdot 2^{-n}} = \sigma\left(\xi(2^{-n}),\ \xi(2 \cdot 2^{-n}),\ \ldots,\ \xi(k \cdot 2^{-n})\right).$$

Пусть $\tau_n = k \cdot 2^{-n}$, если $(k-1)\ 2^{-n} < \tau \leqslant k \cdot 2^{-n}$. Тогда $\tau_n \in \mathfrak{M}$, $\tau_n \downarrow \tau$ и

$$Y_n = \frac{u+\xi(\tau_n)}{b+\tau_n} \to Y = \frac{u+\xi(\tau)}{b+\tau} \quad \text{п. н.}$$

Так как

$$|Y_n| \leqslant \sup_{t \in T} \left| \frac{u+\xi(t)}{b+t} \right|$$

для всех n, то, в силу леммы 2, $V(u,\ b,\ \tau_n) \to V(u,\ b,\ \tau)$. Поэтому для достаточно большого n $V(u,\ b,\ \tau_n) > \frac{u}{b}$. Из результатов [6] § 7 следует, что существует $\tau_n' \in \mathfrak{M}\ (n)$ такой, что $V(u, b, \tau_n') > \frac{u}{b}$. Согласно лемме 1 существует $\tau' \in \overline{\mathfrak{M}}\ (n)$ со свойствами

$$\{\tau' \leqslant b\} = \{\tau' \leqslant [b \cdot 2^n] \cdot 2^{-n}\} \subset \left\{ \max_{1 \leqslant k \leqslant [b \cdot 2^n]} |\xi(k \cdot 2^{-n})| > \frac{u}{2} \right\}$$

и

$$V\left(\frac{u}{2},\ b,\ \tau'\right) > \frac{u}{2b}. \tag{18}$$

Так как $\left(|\xi(k \cdot 2^{-n})|, \mathscr{F}^{(n)}_{k \cdot 2^{-n}},\ k \geqslant 1\right)$ — неотрицательный субмартингал, то (см. [4], теорема 3.2)

$$\mathbf{P}\{\tau' \leqslant b\} \leqslant \frac{\mathbf{M}\,|\,\xi(b)\,|}{\frac{u}{2}} = \frac{2b^{\frac{1}{\alpha}}\,\mathbf{M}\,|\,\xi(1)\,|}{u}.$$

Отсюда

$$\mathbf{M}\,\frac{1}{b+\tau'} \leqslant \frac{\mathbf{P}\{\tau'\leqslant b\}}{b+1} + \frac{\mathbf{P}\{\tau'>b\}}{b+[b]+1} < \frac{1}{2b} + \frac{\mathbf{P}\{\tau'\leqslant b\}}{2b} \leqslant \frac{1}{2b} + \frac{b^{\frac{1}{\alpha}}\,\mathbf{M}\,|\xi(1)|}{bu}. \quad (19)$$

Используя (18), (19) и (13), получаем

$$\frac{u}{2b} < \frac{u}{2}\,\mathbf{M}\,\frac{1}{b+\tau'} + \mathbf{M}\,\frac{\xi(\tau')}{b+\tau'} < \frac{u}{4b} + b^{\frac{1}{\alpha}-1}\cdot\frac{\mathbf{M}\,|\xi(1)|}{2} + b^{\frac{1}{\alpha}-1}\cdot V(0,\ 1),$$

откуда

$$u < \left(2\,\mathbf{M}\,|\xi(1)| + 4V(0,\ 1)\right)\cdot b^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Так как $\tau\in\mathfrak{M}$ выбрано произвольно, то в качестве C_5 можно взять любое число, не меньшее

$$2\,\mathbf{M}\,|\xi(1)| + 4V(0,\ 1).$$

2) Доказывается аналогично, используя лемму 1 и (14).

Лемма 5.

1) $\mathbf{P}\left\{\overline{\lim_{n\to\infty}}\ \frac{\xi(t)}{t^{\frac{1}{\alpha}}} = \infty\right\} = 1,$

2) $\mathbf{P}\left\{\overline{\lim_{n\to\infty}}\ \frac{S_n}{h^{\frac{1}{\alpha}}} = \infty\right\} = 1.$

Доказательство. Достаточно доказать 2). Согласно (2) имеем для любого $x \in (-\infty,\ \infty)$

$$\mathbf{P}\left\{\frac{S_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}} \geqslant x \text{ б. ч.}\right\} = \mathbf{P}\,\{S_n\in[n^{\frac{1}{\alpha}}x,\ \infty) \text{ б. ч.}\} =$$

$$= \lim_{n\to\infty}\mathbf{P}\,\{S_n\in[n^{\frac{1}{\alpha}}x,\ \infty) \text{ для некоторого } m\geqslant n\} \geqslant$$

$$\geqslant \overline{\lim_{n\to\infty}}\ \mathbf{P}\,\{S_n\geqslant n^{\frac{1}{\alpha}}x\} = \mathbf{P}\,\{\xi(1)>x\} > 0.$$

Из известного закона 0 и 1 следует, что

$$\mathbf{P}\left\{\frac{S_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}} \geqslant x \text{ б. ч.}\right\} = 1,$$

т. е. для любого $x \in (-\infty,\ \infty)$

$$\mathbf{P}\left\{\overline{\lim_{n\to\infty}}\ \frac{S_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}} \geqslant x\right\} = 1,$$

и тем самым

$$\mathbf{P}\left\{\overline{\lim}\ \frac{S_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}} = \infty\right\} = 1.$$

В заключение хочу выразить благодарность проф. Б. Григелионису за постановку задачи и внимание к данной работе.

Вильнюсский Государственный
университет им. В. Капсукаса

Поступило в редакцию
9.II.1971

Литература

1. A. Dvoretzky, Existence and properties of certain optimal stopping rules, Proc. Fifth Berkeley Symp. Math. Statist. Prob., I (1967), 441–452, Univ. Calif. Press.
2. L. A. Shepp, Explicit solutions to some problems of optimal stopping, Ann. Math. Statist., 40, No 3 (1969), 993–1010.
3. А. В. Скороход, Случайные процессы с независимыми приращениями, М., „Наука", 1964.
4. Дж. Л. Дуб, Вероятностные процессы, М., ИЛ, 1956.
5. И. А. Ибрагимов, Ю. В. Линник, Независимые и стационарно связанные величины, М., „Наука", 1965.
6. А. Н. Ширяев, Статистический последовательный анализ, М., „Наука", 1969.

APIE KAI KURIUOS STABILIŲ ATSITIKTINIŲ PROCESŲ OPTIMALAUS SUSTABDYMO UŽDAVINIUS

V. Mackevičius

(*Reziumė*)

Darbe aprašytos optimalaus sustabdymo taisyklės, kai maksimizuojami

$$\mathrm{M}\,\frac{u+\xi(\tau)}{b+\tau} \quad \text{ir} \quad \mathrm{M}\,\frac{u+S_N}{b+N}, \text{ kur } \xi(t),\ t\geqslant 0, -$$

stabilus procesas su rodikliu α, $1<\alpha\leqslant 2$,

$$S_n=\sum_{k=1}^{n} X_k, \quad n\geqslant 1,$$

X_k – nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, kurių bendras pasiskirstymas priklauso stabilaus dėsnio su rodikliu α, $1<\alpha\leqslant 2$, normalinės traukos sričiai, $\mathrm{M}X_k=0$, $-\infty<u<\infty$, $b>0$. Atvejis, kai $\alpha=2$, anksčiau buvo išnagrinėtas [1] ir [2] darbuose.

ON SOME PROBLEMS OF THE OPTIMAL STOPPING OF STABLE STOCHASTIC PROCESSES

V. Mackevičius

(*Summary*)

The paper describes optimal stopping rules, when

$$\mathrm{M}\,\frac{u+\xi(\tau)}{b+\tau} \quad \text{and} \quad \mathrm{M}\,\frac{u+S_N}{b+N}$$

are maximized, where $\xi(t)$, $t\geqslant 0$, is a stable process with exponent α, $1<\alpha\leqslant 2$,

$$S_n=\sum_{k=1}^{n} X_k, \quad n\geqslant 1,$$

X_k – independent random variables with zero means and common distribution in the domain of normal attraction of the stable law with exponent α, $1<\alpha\leqslant 2$, $-\infty<u<\infty$, $b>0$. The case $\alpha=2$ was investigated in [1] and [2].