

# Šalies makroekonominių rodiklių modeliavimo ypatumai

Nomeda BRATČIKOVIENĖ (VGTU)

el. paštas: nomeda.bratcikoviene@fm.vgtu.lt

**Reziumė.** Straipsnis skirtas sezoniškų komponentės eliminavimo metodų ir Lietuvos makroekonominių rodiklių laiko eilučių sezoniškumo įtakos ekonometriniai modeliai analizei. Nagrinėjami deterministinis, TRAMO-SEATS ir ARIMA-X-12 sezoniškų komponentės eliminavimo metodai. Pateikiami rezultatai, rodantys modeliuojamų ir aiškinamuų rodiklių sezoniškų komponentės eliminavimo nauda, siekiant pagerinti sudaromų modelių ir apskaičiuojamų prognozių tikslumą.

*Raktiniai žodžiai:* sezoniškų komponentės eliminavimas, makroekonominių rodiklių modelis, TRAMO-SEATS, ARIMA-X-12, deterministinis metodas.

## 1. Įvadas

Ekonominėms laiko eilutėms būdingi dėsningai pasikartojuantys ar atsitiktiniai svyrazimai. Galimos šių svyrazimų priežastys kalendoriaus, gamtimai, administracinių, socialinių, kultūrinių, religinių faktorių. Kasmet pasikartojuantys svyrazimai apsunkina išairių rodiklių laiko eilučių analizę, trumpalaikių pokyčių nustatymą, palyginimą su kitais ekonominiais kintamaisiais. Todėl, norint palyginti laiko eilutės reikšmes skirtingais laikotarpiais ar palyginti skirtingų šalių tuos pačius rodiklius, apskaičiuoti trumpalaikius augimus būtina eliminuoti sezonišką komponentę.

Atlikus Lietuvos makroekonominių, verslo statistikos, finansinių rodiklių laiko eilučių grafinę, koreliacinę, regresinę (naudojant fiktyviuosius sezoniškus kintamuosius) ir spektrinę analizes, nustatyta, kad daugumos Lietuvos ekonominiių rodiklių sezoniškiai svyrazimai reikšmingi. Darbo tikslas buvo išanalizuoti sezoniškų komponentės eliminavimo metodus ir ištirti sezoniškų komponentės eliminavimo įtaką sudaromiems Lietuvos makroekonominių rodiklių modelių tikslumui ar struktūrai.

## 2. Makroekonominių rodiklių laiko eilučių struktūra

Ekonominiai rodiklių laiko eilučių analizės rezultatai yra nestebimų laiko eilutės komponenčių (trendo, sezoniškų, ciklo, atsitiktinės komponentės) išverčiai. Laiko eilutėms aprašyti, priklausomai nuo jų prigimties, taikomi adityvūs, multiplikatyvūs ir psiaudoadityvūs modeliai:

1. Adityvus modelis dažniausiai taikomas laiko eilutėms, kurių sezoniškės komponentės dydis mažai kinta:

$$x(t) = \sum_i U_i(t) = T(t) + S(t) + C(t) + \varepsilon(t).$$

Čia ir toliau  $U_i(t)$  nestebimos laiko eilutės komponentės:

$T(t)$  – trendas, kuris parodo ilgalaikę kitimo tendenciją. Dažnai šią tendenciją galima aprašyti kokia nors neatsitiktine monotoniška funkcija.

$S(t)$  – sezominė komponentė aprašo periodiškai pasikartojančius tam tikrais metų laikotarpiais analizuojamos eilutės reikšmių svyravimus, be to, i sezoninę komponentę įeina ir darbo dienų skaičiaus pasikeitimo bei švenčių įtakos įverčiai.

$$\sum_{i=1}^T S(i) = 0, \quad S(i) = S(i + k \cdot T), \quad i = 1, \dots, T, \quad k = 0, \dots, \frac{N-1}{T},$$

$C(t)$  – ciklo komponentė, kuri parodo ilgo laikotarpio, trunkančius ilgiau nei metai, nereguliarius svyravimus,

$\varepsilon(t)$  – atsitiktinė komponentė ją sudaro nepriklausomi standartiniai normaliniai atsitiktiniai dydžiai. Komponentė nusako laiko eilutės atsitiktinius pokyčius. Dažniausiai ji aprašoma ARIMA modeliu.

2. Multiplikatyvus modelis geriausiai tinka laiko eilutėms, kurių sezominės komponentės dydis pastoviai auga arba mažėja:

$$X(t) = \prod_i U_i(t) = T(t) \cdot S(t) \cdot C(t) \cdot (1 + \varepsilon(t)),$$

čia

$$\prod_{i=1}^T S(i) = 1, \quad S(i) = S(i + k \cdot T), \quad i = 1, \dots, T, \quad k = 0, \dots, \frac{N-1}{T}.$$

Multiplikatyvų modelį pritaikius logaritmės transformacijas galime suvesti į adityvų modelį.

3. Laiko eilutėms, kurių reikšmės yra teigiamos ir kai kuriais atitinkamais laiko mementais labai mažos arba lygios nuliui, taikomas ir psiaudo-adityvus modelis:

$$X(t) = T(t) \left( \sum_i (\tilde{U}_i(t)) - 1 \right) = T(t) \cdot (S(t) + \varepsilon(t) - 1).$$

Modelis naudojamas X12-ARIMA sezominės komponentės eliminavimo metode.

### 3. Sezoninių pokyčių vertinimo metodai

#### 3.1. TRAMO-SEATS sezominės komponentės eliminavimo metodas

TRAMO-SEATS sezominės komponentės eliminavimo metodą sukūrė Victor Gomez and Agustin Maravall. Metodas turi 3 procedūras:

- TRAMO (*Time series Regression with ARIMA noise, Missing observations, and Outliers*) yra procedūra, skirta regresinių modelių su praleistais ar išsiskiriančiais stebėjimais, ARIMA triukšmu, vertinimui, prognozei ir interpoliacijai. Algoritmas interpoluoja kintamuosius, identifikuoja ir ištasio skirtingu tipu išsiskiriančius stebėjimus, ivertina darbo dienų, Velykų efektus;

- SEATS (Signal Extraction in ARIMA Time Series) yra procedūra, skirta laiko eilutės nestebimų komponenčių (trendo, sezoniškės, atsitiktinės ir ciklo) vertinimui ir prognozavimui ARIMA metodo pagalba. Apskaičiuojamos standartinės įverčių ir prognozių paklaidos;

### *3.2. X-12-ARIMA sezoniškės komponentės eliminavimo metodas*

X-12-ARIMA sukurtas X-11 (Shiskin, Yong ir Musgrave, 1967), X-11-ARIMA ir X-11-ARIMA/88 (Dagum, 1988) metodų pagrindu, įdiegus papildomas priemones.

X-11 ir X-11-ARIMA metodai išskiria mėnesinės ar ketvirtinės laiko eilutės nestebimas komponentes: trendą, sezoniškę ir atsitiktinę komponentes. Multiplikatyvi nestebimų komponenčių dekompozicija X-11 ir X-11-ARIMA metoduose dažniausiai taikoma, kai laiko eilutės nariai įgyja teigiamas reikšmes, o sezoniškės komponentės amplitudė pastoviai auga/mažėja. Laiko eilutė eliminavus sezoniškę komponentę apskaičiuojama originalią laiko eilutę padalinant iš sezoniškės komponentės. Jei naudojama adityvi dekompozicija, tai laiko eilutė išskaidoma į trendo, sezoniškės ir atsitiktinės komponentės sumą.

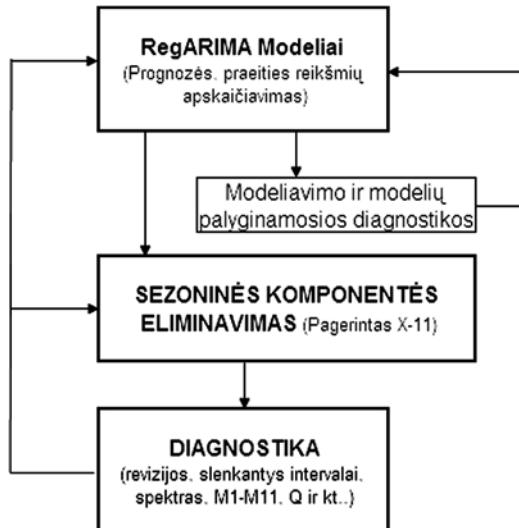
X-12-ARIMA metodas naudoja ne tik multiplikatyvą ir adityvą dekompoziciją, bet ir log-adityvą, bei pseudo-adityvą dekompoziciją. Log-adityvi dekompozicija atliekama apskaičiuojant logaritmuotą laiko eilutės nestebimų komponenčių sumos eksponentę. Kadangi log-adityvios dekompozicijos metu gautus trendo įverčių nuokrypius reikia koreguoti, be to išsiskiriančius stebėjimus sudėtinga identifikuoti, tai šis dekompozicijos modelis dažniausiai taikomas tik mokslo tiriamiesiems darbams. Psiaudio-adityvus dekompozicijos metodas naudojamas, kai norima atlikti sezoniškės komponentės eliminavimą laiko eilutėms, kurių reikšmės kai kuriais laiko momentais pakankamai mažos ar lygios 0. Sezono komponentė tais laiko momentais kiekvienais metais taip pat artima arba lygi 0 (pvz. augalininkystės produkcija). Todėl, komplikuojasi laiko eilutės reikšmių, eliminavus sezoniškę komponentę, apskaičiavimas.

X-12-ARIMA metodo sezoniškės komponentės eliminavimo procedūra pavaizduota 1 pav.

Laiko eilucių dekompozicija į nestebimas komponentes X-11 metodu atliekama trimis etapais: pirminė dekompozicija, sezoniškės komponentės ir laiko eilutės, eliminavus sezoniškę, komponentę įvertinimas, galutinis Hendersono trendo ir galutinės atsitiktinės komponentės nustatymas.

X-12-ARIMA metode nestebimų komponenčių eliminavimui naudojami ne tik simetriniai, bet ir asimetriniai filtrai, kurių koeficientai apskaičiuojami naudojant Musgrave (1964) pasiūlytus metodus.

X-12-ARIMA metode įdiegtas tiesinės regresijos modeliavimas su ARIMA laiko eilucių paklaidomis (regARIMA). Tai leidžia apskaičiuoti laiko eilutės praeities reikšmes ir eliminuoti įvairius efektus prieš sezoniškės komponentės eliminavimą. RegARIMA modeliai X-12-ARIMA metode naudojami ir automatiniam adityvių išskiriančių reikšmių ir lygio postūmių identifikavimui.



1 pav. X-12-ARIMA sezominės komponentės eliminavimo procedūra.

X-12-ARIMA naudojamus regARIMA  $(p, d, q)(P, D, Q)$  laipsnio modelius galima užrašyti:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1 - B)^d(1 - B^s)^D \left( y_t - \sum_{i=1}^r \beta_i x_{it} \right) = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t,$$

čia  $B$  yra poslinkio atgal operatorius, t.y.  $By_t = y_{t-1}$ ;  $\phi_p(z), \Phi_P(z), \theta_q(z), \Theta_Q(z)$  – atitinkamai  $p, P, q$ , ir  $Q$  laipsnio polinomai

$$\begin{aligned}\phi_p(B) &= 1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p, \\ \Phi_P(B^s) &= 1 - \Phi_1 B^s - \cdots - \Phi_P B^{sP}, \\ \theta_q(B) &= 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q, \\ \Theta_Q(B^s) &= 1 - \Theta_1 B^s - \cdots - \Theta_Q B^{sQ}.\end{aligned}$$

Be, to absolutinės lygčių  $\phi_p(z) = 0, \Phi_P(z) = 0, \theta_q(z) = 0, \Theta_Q(z) = 0$  sprendinių reikšmės didesnės už vienetą.  $s$  sezono ilgis, t.y.  $s = 4$  ketvirtinio dažnumo, arba  $s = 12$  mėnesinio dažnumo laiko eilutėms;  $a_t$  nepriklausomų kintamujų, kurių vidurkiai lygūs nuliui, o dispersijos  $\sigma_a^2$  pastovios, rinkinys.  $\beta_j$  – vertinami regresinės dalies koeficientai.

Stochastiniai procesai aprašomi regARIMA modeliu nebūtinai turi būti stacionarūs.

Po sezominės komponentės eliminavimo atliekamas diagnostinių statistikų tikrinimas. X-12-ARIMA metode įdiegtos ne tik X-11 ir X-11-ARIMA metodų diagnostines lentelės, bet ir papildomos sezominės komponentės eliminavimo kokybės statistikos: spekto įverčiai sezominėi komponentei ir darbo dienų įtakai, sezominės komponentės

eliminavimo stabilumui tikrinti apskaičiuojamos diagnostinės statistikos slenkantiems persidengiantiems laiko eilutės intervalams ir revizijos dydis.

### 3.3. Deterministiniai sezoniškumo modeliai

Sezoninę komponentę  $t$  laiko momentu galima apibrėžti adityviam modeliui

$$S_t = \sum_{i=1}^{s-1} S_i D_{it},$$

Kai  $S_i$  – vertinamas parametras, salyginis laikas  $t = 1, 2, \dots, N$ ,

$$D_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{kai } t = i + ks, \\ 0 & \text{kai } t \neq i + ks, \end{cases}$$

$k = 0, 1, \dots, s - 1$  – laiko eilutės periodiškumas. Šiame darbe naudojamos ketvirtinio periodiškumo laiko eilutės, tai  $s = 4$ .

Toks sezoniškumo komponentės apibrėžimas tenkina fiksuotos sezoniškumo komponentės reikalavimą, kad sezoniškumo komponentės įtakos suma metų eigoje lygi nuliui

$$\sum_{i=1}^s S_i = 0.$$

Multiplikatyvų modelį, panaudojus logaritminę transformaciją, galima suvesti į adityvų modelį. Todėl jo nedetalizuosime.

Fiksuotą sezoniškumo komponentę galima išreikšti naudojant trigonometrines funkcijas, kur sezoniškumo dažnis  $\lambda_t = 2\pi j/s$ ,  $j = 1, \dots, s/2$ . Sezoninę komponentę laiko momentu  $t$  apibrėžiame taip:

$$S_t = \sum_{i=1}^{s/2} (\alpha_i \cos \lambda_i t + \beta_i \sin \lambda_i t), \quad t = 1, \dots, T.$$

Čia, kaip ir ankstesniame deterministiniame sezoniškumo komponentės apibrėžime, yra  $s - 1$  parametras  $\alpha_j$  ir  $\beta_j$ .  $\lambda_t$  yra  $2\pi j/s$  kartotinis. Jei  $s$  lyginis, tai, kai  $i = s/2$  sinuso dalis bus lygi nuliui, nes  $\sin \pi k = 0$ .

Remiantis standartinėmis trigonometrinių funkcijų savybėmis, nesudėtinga parodytu, kad sezoniškumo komponentės reikšmių suma metų bėgyje lygi nuliui.

Fiksuotos sezoniškumo komponentės vertinimas naudojant fiktyviuosius kintamuosius yra ekvivalentinis trigonometriniam.

## 4. Sezoninės komponentės eliminavimo metodų lyginamoji analizė

Sezoninės komponentės eliminavimo metodų lyginamosios analizės tikslas – nustatyti, kuris iš aprašytų metodų geriausiai įvertina modeliuotų laiko eilučių sezoniškumo komponentę. Sezoninės komponentės eliminavimo metodų palyginimui naudojamas modeliuotų ir realių statistinių duomenų laiko eilutės.

Sezoninės komponentės eliminavimo metodo tinkamumas nustatomas pagal laiko eilutę, kurioje eliminuota sezoninė komponentė, ir atsitiktinę komponentę. Šiose laiko eilutės komponentėse neturi likti sezoniškumo įtakos. Liekamoji sezoniškumo įtaka nustatoma naudojant spektrinę funkciją ir standartines diagnostines statistikas.

Nagrinėta 800 skirtinį modeliuotų laiko eilučių, kurias sudaro trendo, sezoninė ir atsitiktinė komponentės. Naudotos dvi skirtinios trendo funkcijos:

– Gompertz funkcija

$$\ln y(t) = a - be^{-t},$$

– Tornquist funkcija

$$\ln y(t) = \frac{at}{t + b}.$$

Toks trendų pavidalas pasirinktas norint imituoti realias ekonominių rodiklių laiko eilutes. Parinktos keturių rūšių sezoninė komponentės: pastovi, kintanti, pastovi su atsitiktiniais svyravimais ir kintanti su atsitiktiniais svyravimais. Sumodeliuota 100 atsitiktinių komponenčių, kurių vidurkis  $MX = 1$ , o dispersija  $DX = 0,0025$ .

Modeliuotos laiko eilutės turi 64 ketvirtinio dažnumo stebėjimus.

Kadangi laiko eilutės modeliuotos iš atskirų žinomų komponenčių, tai žinoma tiksliai laiko eilutę, kuriai eliminuota sezoninė komponentė. Modeliuotų laiko eilučių sezoninės komponentės eliminavimo tikslumas nustatomas faktinę laiko eilutę be sezoninės komponentės lyginant su laiko eilute, po sezoninės komponentės eliminavimo naudojant TRAMO-SEATS, ARIMA-X-12 ir deterministinius sezoninės komponentės eliminavimo metodus. Kiekvienam sezoninės komponentės eliminavimui buvo apskaičiuota vidutinė santykinė absolutinė paklaida (VSAP) ir santykinė vidutinė kvadratinė paklaida (VKN):

$$VSAP = N^{-1} \sum_{i=1}^N \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t},$$

$$VKN = \sqrt{N^{-1} \sum_{i=1}^n \frac{(y_t - \hat{y}_t)^2}{y_t^2}},$$

čia  $N$  – laiko eilutės narių skaičius,  $y_t$  – faktinės laiko eilutės sezoninė komponentė,  $\hat{y}_t$  – TRAMO-SEATS, ARIMA-X-12 ir deterministiniai metodai ivertinta sezoninė komponentė. Tikslesniu sezoninės komponentės eliminavimo metodu laikomas tas, kurio VSAP ir VKN mažesnės. Jei vienas iš paklaidų mažesnė naudojant vieną metodą, o kita paklaida mažesnė naudojant kitą metodą, tai šie metodai laikomi lygiaverčiais, bet didesnis svoris atiduodamas VSAP. 1 lentelėje pateiki ti paklaidų skaičiavimo rezultatai.

Gauti rezultatai rodo, kad tiksliausi sezoninės komponentės išskyrimo rezultatai pasieki naudojant TRAMO-SEATS ir ARIMA-X-12 metodus. Naudojant deterministinius metodus modeliuotoms laiko eilutėms, maksimali vidutinė absolutinė paklaida siekė iki 7,17 proc., o vidutinė kvadratinio nuokryprio paklaida – 8,4 proc. Vertinant sezoninę komponentę TRAMO-SEATS maksimali VSAP reikšmė siekė tik 2,77

1 lentelė. Sezoninės komponentės eliminavimo metodų paklaidų vidurkis pagal modeliuotų laiko eilučių tipą, proc.

	Gompertz trendas, pastovii sezoninė komponentė	Gompertz trendas, kintanti sezoninė komponentė	Gompertz trendas, pastovii (su atsitiktiniais svyraimais) sezoninė komponentė	Gompertz trendas, kintanti (su atsitiktiniais svyraimais) sezoninė komponentė	Tornquist trendas, pastovii sezoninė komponentė	Tornquist trendas, kintanti sezoninė komponentė	Tornquist trendas, kintanti (su atsitiktiniais svyraimais) sezoninė komponentė	Vidurkis
<b>Deterministinis metodas</b>								
VSAP	6,67	6,65	5,59	5,77	7,05	7,06	6,00	6,14
VKN	7,11	7,72	6,63	7,17	7,74	8,29	7,24	7,45
<b>TRAMO-SEATS metodas</b>								
VSAP	2,93	0,34	2,57	2,49	0,26	0,52	2,63	2,50
VKN	3,09	6,94	4,33	6,89	3,43	6,90	3,85	5,31
<b>X-12-ARIMA metodas</b>								
VSAP	0,09	0,50	2,63	2,77	0,12	0,12	0,44	2,77
VKN	0,11	0,74	3,22	3,36	0,17	0,17	0,68	3,40
								1,18
								1,48

proc., VKN – 7,2 proc. Naudojant ARIMA-X-12 metodu gauti įverčiai nuo tikrujų reikšmių maksimaliai skyrėsi 2,84 proc. (VSAP) ir 3,43 proc. (VKN). Visų nagrinėtų laiko eilučių mažiausiai paklaidų vidurkiai pasiekti sezoninės komponentės išskyrimui naudojant ARIMA-X-12 metodą.

Analizuojant laiko eilučių, kurioms eliminuota sezoninė komponentė, ir atsitiktinių komponenčių spektrinių funkcijų grafikus, M1, M3-M11 (tik ARIMA-X-12 metodui), Ljung-Box, Box-Pierce statistikas nustatyta, kad laiko eilučių, kuriose aptiktas liekamasis sezoniskumas skaičius mažiausias naudojant ARIMA-X-12 ir TRAMO-SEATS metodus.

Kitas iškeltas uždavinys buvo, nustačius tiksliausiai sezoninę komponentę aprašantį metodą, įvertinti sezoninės komponentės eliminavimo naudą sukurtą Lietuvos makroekonominiai rodiklių regresinių modelių ir apskaičiuotų prognozių tikslumui padidinti. Buvo sudaryti identiški modeliai rodikliams, kuriems eliminuota sezoninė komponentė, ir rodikliams, kuriems sezoninė komponentė neelimINUota. Gauti rezultatai pateikiami 2 lentelėje.

2 lentelė. Modelių santykinių absolūtinės paklaidos eliminavus ir neeliminavus sezminę komponentę, procentais

## Išvados

Atlikus išsamią sezoninės komponentės eliminavimo metodų analizę, nustatyta, kad tiksliausiai modeliuotų laiko eilučių nestebimas komponentes aprašo ARIMA-X-12 ir TRAMO-SEATS metodai. Sezoninės komponentės aprašymui naudojant deterministinį sezoninės komponentės eliminavimo metodą, gautos didžiausios paklaidos, todėl šis metodas netaikytas modeliuojant makroekonominius rodiklius.

Norint modeliuoti ekonominės laiko eilutes būtina atliki jų struktūrinę analizę ir, esant reikšmingai sezoninei komponentei, ją išskirti.

Nagrinėjamų Lietuvos makroekonominių rodiklių laiko eilučių sezoninės komponentės eliminavimas leido ženkliai sumažinti makroekonominių rodiklių modelių paklaidas ir taip pagerinti sudaromą modelių ir apskaičiuojamą prognozių tikslumą.

## Literatūra

1. E.B. Dagum, *The X-11-ARIMA/88 Seasonal adjustment Method – Foundations and Yser's Manual*, Statistics Canada, Ottawa (1988).
2. V. Gomez, A. Maravall, *Program TRAMO and SEATS: Instructions for the User, Beta Version*, Banco de Espana (1997).
3. D.F. Findley, B.C. Monsell ir kt., New capabilities and methods of the X-12-ARIMA seasonal adjustment program, *Journal of Business and Economic Statistics*, **16** (1998).
4. J.C. Musgrave, A set of end weights to end all end weights, Working paper, Bureau of Census (1964).
5. J. Shiskin, A.H. Young, J.C. Musgrave, The X-11 variant of the Census Method II Seasonal adjustment program, Thechnical Paper No. 15, Bureau of Census, JAV (1967).

## SUMMARY

### *N. Bratčikovienė. Pavadinimas???*

Economic time series have repeatable or non-repeatable fluctuation. A pattern of a time series, which repeats at regular intervals every year, same direction, and similar magnitude is defined as seasonality. The seasonal component represents intra-year fluctuations that are more or less stable year after in a time series. Possible causes of these variations are a systematic and calendar related effects and include natural factors (for instance seasonal weather patterns), administrative measures (for example the starting and ending dates of the school year), social/cultural/religious traditions (fixed holidays such as Christmas), the length of the months (28, 29, 30 or 31 days) or quarters (90, 91 or 92 days).

Analysts, economists, police makers use time series to make conclusions and decisions in respective area. They try to identify important features of economic series such as short term changes, directions, turning points and consistency between other economic indicators. These points are usually in interest. Sometimes seasonal movements can make these features difficult to see and this type of analysis is not easy using raw time series data.

Deterministic, TRAMO-SEATS and ARIMA-X-12 seasonal adjustment methods are analysed in this article. 1600 time series were simulated for solving which seasonal adjustment method is precise. TRAMO-SEATS and ARIMA-X-12 both perform similarly for the simulated series.

Econometric models of macroeconomic indicators of Lithuania reveal that modeling with seasonal adjusted data is more accurate.

*Keywords:* ???