Liet. matem. rink, **47**, *spec. nr.*, 2007, 484–488

Santvarų topologijos ir formos optimizavimas genetiniais algoritmais

Dmitrij ŠEŠOK, Paulius RAGAUSKAS (VGTU)
el. paštas: dms@fm.vgtu.lt, pr@fm.vgtu.lt

Reziumė. Straipsnyje nagrinėjamas strypinių sistemų (santvarų) globaliosios optimizacijos uždavinys. Optimizavimui naudojami genetiniai algoritmai. Tikslo funkcija imama konstrukcijos masė, kurią stengiamasi minimizuoti nepažeidžiant iš anksto nustatytų apribojimų (pusiausvyros, stabilumo ir kt.). Visos genetiniam algoritmui reikalingos santvaros charakteristikos skaičiuojamos baigtinių elementų metodu. Santvarų topologijos optimizavimas atliekamas autorių modifikuotu genetiniu algoritmu, o formos optimizavimas – paprastu genetiniu algoritmu. Pateikiami skaitiniai pavyzdžiai. Gauti sprendiniai lyginami su globaliaisiais ekstremumais, gautais perrinkimo būdu. Visi uždaviniai išspręsti su autorių sukurta originalia programine įranga.

Raktiniai žodžiai: globalioji optimizacija, baigtinių elementų metodas, genetiniai algoritmai, santvarų topologijos optimizavimas, santvarų formos optimizavimas.

1. Įvadas

Strypinių sistemų (santvarų) optimizavimas yra aktualus technikos uždavinys. Skiriami trys optimizacijos tipai [1]: topologijos (angl. topology), matmenų (angl. size, cross-sectional) ir formos (angl. shape). Šiame darbe nagrinėjama santvarų topologijos ir formos globalioji optimizacija, naudojant genetinius algoritmus [2,3]. Sprendžiamas nedidelis septynių mazgų uždavinys, kuriam įmanoma surasti globalų sprendinį perrinkimo būdu. Vėliau tas pats uždavinys sprendžiamas genetiniais algoritmais ir gauti rezultatai lyginami su žinomu globaliu sprendiniu. Tikslo funkcija imama konstrukcijos masė, kurią stengiamasi minimizuoti:

$$\min_{X \in D} M(X), \tag{1}$$

kur M yra tikslo funkcija, D – galima santvaros konfigūracija, X – projektavimo kintamieji.

Santvaros masė gali būti nesunkiai apskaičiuojama pagal formulę:

$$M = \sum_{e=1}^{n} L_e \rho_e A_e, \tag{2}$$

kur L_e – e-ojo elemento (strypo) ilgis, ρ_e – e-ojo elemento tankis, A_e – e-ojo elemento skerspjūvio plotas.

Uždaviniui įvedami pusiausvyros (3) ir stabilumo (4) apribojimai. Taip pat reikalaujama, kad įtempimai strypuose neviršytų nustatytos ribos (5).

$$\sum_{j=1}^{k} \overrightarrow{F}_{ij} = 0, \tag{3}$$

kur $\overrightarrow{F}_{ij}$ yra i-ojo mazgo j-oji jėga.

$$F_e \leqslant \frac{\pi^2 E_e I_e}{L_e^2}, \tag{4}$$

kur F_e – maksimali leistina gniuždymo jėga e-ame elemente, E_e – e-ojo elemento Jungo modulis, I_e – e-ojo elemento inercijos momentas, L_e – e-ojo elemento ilgis.

$$|\sigma_e| \leqslant \sigma_{\max}, \tag{5}$$

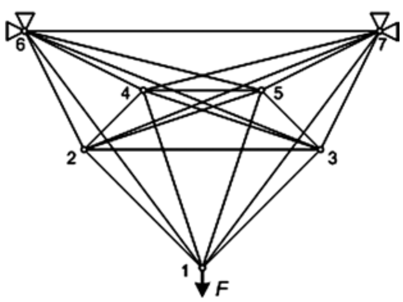
kur σ_e – e-ojo strypo įtempimas, σ_{max} – didžiausias leistinas įtempimas.

Tikslo funkcijos reikšmė skaičiuojama baigtinių elementų metodo (BEM) [4, 5] pagalba. Autoriai nesinaudojo tokių standartinių paketų kaip ANSYS, ALGOR, ABAQUS, COSMOS galimybėmis, o sukūrė savo programinę įrangą C++ kalboje, realizuojančią baigtinių elementų metodą strypams. Taip buvo padaryta tam, kad BEM programą būtų galima efektyviai apjungti su genetinį algoritmą realizuojančia programa (kurią autoriai irgi realizavo C++ kalboje) ir tokiu būdu gauti greitai veikiančią optimizavimo programą.

2. Topologijos optimizacija

Kaip jau buvo minėta, buvo sprendžiamas septynių mazgų santvaros topologijos optimizacijos uždavinys. Uždavinio schema su visais galimais strypų sujungimais pavaizduota 1 pav.

Konstrukcija yra įtvirtinta 6-tame ir 7-tame mazguose nepaslankiais šarnyrais. 1-mame mazge vertikaliai žemyn yra pridėta išorinė 25000 N jėga. Visų strypų skerspjūvio plotas yra 500 mm^2, medžiagos Jungo modulis 200 GPa. Mazgų koordinatės



1 pav. Sprendžiamo uždavinio schema.

mm yra tokios: (1500; 0), (500; 1000), (2500; 1000), (1000; 1500), (2000; 1500), (0; 2000), (3000; 2000). Įtempimai arba gniuždymai strypuose neturi viršyti 15 N/mm^2.

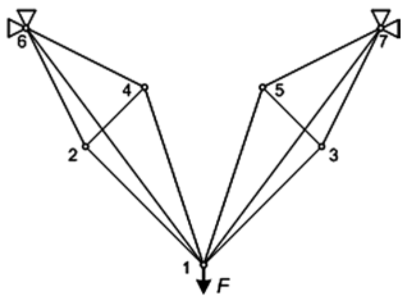
Iš pradžių šis uždavinys buvo išspręstas perrinkimo algoritmų. Teko nagrinėti 2^{21} arba 2097152 įvairių santvarų kombinacijų, tačiau buvo surastas globalus santvaros topologijos optimizavimo sprendinys, kuris yra pavaizduotas 2 pav.

Optimalios konstrukcijos strypų ilgis yra lygus 16877,1 mm, o maksimalus įtempimas 14,117 N/mm^2, kas neviršija leistinos 15 N/mm^2 ribos.

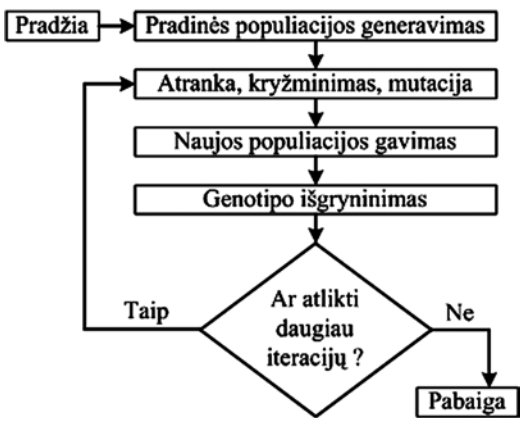
Toliau aprašytas uždavinys buvo sprendžiamas modifikuotu genetiniu algoritmu, kurio schema pavaizduota 3 pav.

Kaip matome iš 3 pav. naudojamas genetinis algoritmas primena klasikinį genetinį algoritmą [2], kuriame realizuota dar viena papildoma operacija – genotipo išgryninimas. Genotipo išgryninimo metu individo genai, kurie atitinka mažai įtemptus strypus, keičia savo reikšmę iš „1“ į „0“. Kaip rodo autorių praktinė patirtis, toks būdas yra efektyvesnis, negu atitinkamo apribojimo įvedimas.

Sprendžiant uždavinį genetiniu algoritmu rezultatas gali priklausyti nuo populiacijos individų skaičiaus, taip pat nuo mutacijos tikimybės ir kitų genetinio algoritmo



2 pav. Globalus topologijos optimizavimo sprendinys.



3 pav. Naudojamo genetinio algoritmo schema.

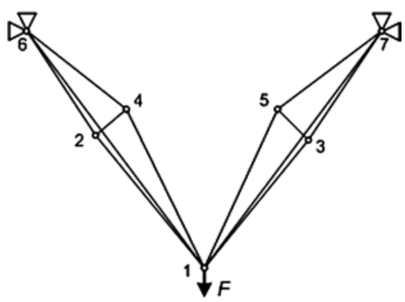
parametrų. Praktika rodo, kad individų skaičius turi būti panašus į genų skaičių individe, o mutacijos tikimybė turi būti iki 10%. Topologijos optimizavimo atveju turime 21 galimą strypų poziciją, t. y. individas turi 21 geną. Todėl buvo atlikta eilė bandymų su skirtingu individų skaičiumi (nuo 2 iki 50 su žingsniu 2) ir su skirtingomis mutacijos tikimybėmis (1%, 2%, 3% , 4%, 5%, 6%, 10%). Viso buvo išnagrinėta 175 skirtingų populiacijų. Daugiau negu pusei atvejų modifikuotas genetinis algoritmas leido surasti globalų minimumą 16877,1 mm. Sprendimas su AMD Athlon 1,09 GHz, 1 GB RAM kompiuteriu užtruko mažiau negu 10 minučių.

3. Formos optimizavimas

Topologijos optimizavimas neleidžia konstrukcijos mazgams keisti savo padėčių. Todėl, norint gauti racionalesnę, negu 2 pav. pavaizduota konstrukcija, reikia atlikti formos optimizaciją.

Buvo optimizuojama 2 pav. pavaizduota konstrukcija. Įtvirtintų mazgų ir mazgo, kuriame pridėta išorinė jėga koordinatės buvo fiksuojamos, o likusių keturių mazgų koordinatės galėjo keisti savo reikšmes su žingsniu 40 mm, *X* arba *Y* ašimis. Mazgų padėtims užkoduoti buvo naudojama 24 bitų eilutė.

Iš pradžių uždavinys buvo sprendžiamas perrinkimo algoritmu. Teko nagrinėti 2^{24} arba 16777216 įvairių santvarų ir buvo surastas globalus minimumas. Gavosi, kad optimalios konstrukcijos visų strypų ilgis lygus 15885,7 mm. Maksimalus įtempimas šiuo atveju 14,997 N/mm^2. Toliau uždavinys buvo sprendžiamas genetiniu algoritmu, kurio schema yra panaši į 3 pav. pavaizduotą schemą, tik be genotipo išgryninimo bloko. Kaip ir topologijos optimizavimo atveju, buvo atlikta eilė bandymų su skirtingo dydžio populiacijomis (nuo 2 iki 50 individų su žingsniu 2) ir skirtingomis mutacijos tikimybėmis (1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 10%). Sprendimui buvo naudojamas tas pats kompiuteris, kaip ir optimizuojant topologiją. Sprendimas užtruko mažiau negu 10 min. Globalaus minimumo gauti nepavyko, bet genetiniai algoritmai ir negarantuoja, kad visada bus gautas globalus sprendinys. Geriausias surastas sprendinys turėjo ilgį 15919,1 mm, kas tik 0,21% skiriasi nuo globalaus sprendinio. Jis yra pavaizduotas 4 pav.



4 pav. Geriausias GA pagalba surastas sprendinys.

4. Apibendrinimai ir išvados

Genetiniai algoritmai gali būti nesunkiai pritaikomi strypinių sistemų topologijos bei formos optimizavimui.

Formos optimizavimas, atliktas po topologijos optimizavimo, leidžia surasti efektyvesnę konstrukciją, negu ta kuri buvo gauta, atliekant tik topologijos optimizavimą.

Genetiniai algoritmai negali garantuoti, kad bus surastas globalus sprendinys, bet vis dėlto tikimybė, kad per pakankamai trumpą laiką bus surastas artimas globaliam (arba sutampantis su juo) sprendinys, yra didelė.

Literatūra

1. J. Smith, J. Hodgins, I. Oppenheim, Creating models of truss structures with optimization, *ACM Tracsactions on Graphics* (*SIGGRAPH 2002*), **21**(3), 295–301 (2002).
2. D. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, New-York (1989).
3. J.H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press, Ann Arbor (1975).
4. C. Spyrakos, J. Raftoyiannis, *Linear and Nonlinear Finite Element Analysis in Engeneering Practice*, Inc. Publishing Division Pittsburg, Algor, PA (1997).
5. R. Barauskas, R. Belevičius, R. Kačianauskas, *Baigtinių elementų metodo pagrindai*, Technika, Vilnius (2004).

SUMMARY

D. Šešok, P. Ragauskas. Truss' topology and shape optimization by genetic algorithms

In the paper the global optimization problem of truss systems is studied. The genetic algorithms are employed for the optimization. As the objective function the structure mass is treated; the constraints include equilibrium, local stability and other requirements. All the truss system characteristics needed for genetic algorithm are obtained via finite element solution. Topology optimization of truss system is performed using original modified genetic algorithm, while the shape optimization – using ordinary genetic algorithm. Numerical solutions are presented. The obtained solutions are compared with global extremes obtained using full search algorithm. All the numerical examples are solved using original software.

Keywords: global optimization, finite element method, genetic algorithms, topology optimization of truss systems, shape optimization of truss systems.