Liet. matem. rink, **46***, spec. nr.*, 2006, 158–162

Dėstytojų nuomonės apie studentų klaidas

Aleksandras KRYLOVAS, Juozas RAULYNAITIS, Olga SUBOČ (VGTU)
el. paštas: {akr,os}@fm.vtu.lt

1. Šio tyrimo objektas – skirtingų dėstytojų nuomonės apie tą patį klaidingai išspręstą uždavinį. Buvo parinktos VGTU pirmojo semestro matematikos egzamino užduotys ir šių uždavinių sprendimai su padarytomis klaidomis. Dėstytojų nuomonės buvo sužinotos išdalinus tokio pavidalo anketas:

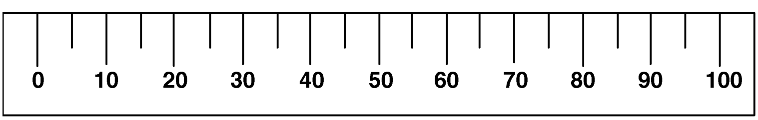
ANKETA Nr. 1

Gerbiamas kolega,

tarp aukštosios matematikos (analizinės geometrijos ir diferencialinio skaičiavimo) pirmojo kurso pirmojo semestro egzamino klausimų buvo toks uždavinys:

Rasti funkcijos $y = \operatorname{arctg} \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ išvestinę.

Koks galėtų būti šio uždavinio, kaip vieno iš egzamino klausimų, svertinis koeficientas[1]*, išreikštas procentais?*



Studento sprendimas turi tokią klaidą: vietoje $\boxed{x^2}$ turėjo būti: $\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = \dfrac{1}{x}$.

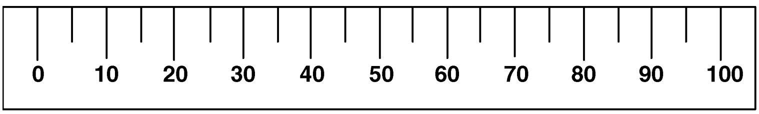
$$y' = \frac{1}{1+\boxed{x^2}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = \frac{1}{1+\boxed{x^2}} \cdot \left((x)^{-\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{1+\boxed{x^2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}\right)$$

[1]Turima galvoje, kad šis klausimas galėtų būti vienas iš egzamino bilietų klausimų, pavyzdžiui, 1 iš 5 klausimų, t. y. sudaryti 20%, arba 1 iš 10, t. y. sudaryti 10%. Patirtis parodė, kad šis klausimas ne visada buvo aiškus ir tai buvo patikslinama pokalbio su dėstytojais metu.

$$= -\frac{1}{\left(1+\boxed{x^2}\right)\cdot 2\cdot x^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}\left(1+\boxed{x^2}\right)}.$$

Taigi, visa sprendimo eiga teisinga, tačiau, neteisingai pritaikius formulę $(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$, galutinis atsakymas yra klaidingas.

Kiek procentų nuo teisingai išspręsto uždavinio taškų galėtų sudaryti šio sprendimo įvertis?



Pedagoginį darbą dirbate nuo __________ *metų.*

Jei nenorite, šios informacijos nenurodykite

____________________ ____________________

vardas, pavardė *mokslinis laipsnis ir vardas*

Ačiū už atsakymus

2. Pirmojo anketos klausimo tikslas – įvetrinti tokio uždavinio įtaką egzamino pažymiui, pvz. kiek suminio balo taškų jam būtų galima suteikti. Padaryta sprendimo klaida gali liudyti tam tikrą žinių trūkumą ir būti atsitiktinė. Visose anketose buvo pateikti sprendimai su viena padaryta klaida ir visur sprendimo eiga rodė pakankamas uždaviniui spręsti studento žinias. Tačiau teisingas atsakymas nebuvo gautas. Dėstytojams buvo pasiūlyta įvertinti studento sprendimą, t.y. praktiškai sumažinti maksimalų ivertį už padarytą klaidą. Apklausoje dalyvavo 22 VGTU, VPU ir VU dėstytojai, dėstantys aukštosios matematikos kursą. Iš jų 15 turi mokslo daktaro laipsnį, o 12 yra ir docentai. Tik dviejų iš jų pedagoginis stažas mažesnis, kaip 5 metai, o 16 pedagoginos stažas viršija 10 metų.

Pateiktos anketos klausimo svertinį koeficientą dėstytojai įvertino nuo 10 (11 dėstytojų) iki 70 (1 dėstytojas). Moda 10; vidurkis $18,33$; dispersija $15,76$. Uždavinio sprendimas įvertintas nuo 0 (1 dėstytojas) iki 75 (3 dėstytojai). Moda 50; vidurkis $49,09$; dispersija $21,30$.

Antroje anketoje buvo pateiktas to pačio klausimo sprendimas su kita klaida (neturėjo būti ženklo $\boxed{-}$).

$$y' = \boxed{-}\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = \boxed{-}\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\cdot\left(x^{-\frac{1}{2}}\right)' = \boxed{-}\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\cdot\left(-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}\right)$$

$$= \frac{1}{\left(1+\frac{1}{x}\right)\cdot 2\cdot x^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x^3}\left(1+\frac{1}{x}\right)}.$$

Taigi, ir vėl visa sprendimo eiga teisinga, tačiau, neteisingai pritaikius formulę $(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$, galutinis atsakymas yra klaidingas.

Šiuo atveju įverčiai nuo 0 (1 dėstytojas) iki 95 (1 dėstytojas). Moda 90, vidurkis 69, 76, dispersija 24, 90.

Didelė nuomonių įvairovė (anketavimo duomenys pateikti lentelėje straipsnio gale) buvo ir dėl tokios klaidos (vietoje $\boxed{\frac{x^2+1}{\sqrt{(x^2+1)}}}$ turėjo būti: $\frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$)

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}},$$

$$y' = \frac{x'\cdot\sqrt{x^2+1} - x\cdot\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{\sqrt{x^2+1} - x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\cdot(x^2+1)'}{x^2+1}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \boxed{\frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}}.$$

Taigi, visa sprendimo eiga teisinga, tačiau dėl neteisingai atlikto paskutiniojo veiksmo galutinis atsakymas yra klaidingas. Šiuo atveju įverčiai nuo 0 (1 dėstytojas) iki 95 (2 dėstytojai). Moda 80, vidurkis 65, 71, dispersija 24, 56 (anketa nr. 3).

3. Kitose anketose buvo pateiktas toks uždavinys

Rasti $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos^2 2x-\cos^4 2x}{x\operatorname{tg} 3x}$.

Studento sprendimas turi nurodytą klaidą (vietoje $\boxed{x}$ turėjo būti: $\boxed{3x}$). Teisingas atsakymas $\frac{4}{3}$.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos^2 2x-\cos^4 2x}{x\operatorname{tg} 3x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{\left(\cos^2 2x-\cos^4 2x\right)'}{(x\operatorname{tg} 3x)'}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-2\cdot\cos 2x\cdot\sin 2x\cdot 2 + 4\cdot\cos^3 2x\sin 2x\cdot 2}{\operatorname{tg}\boxed{x} + \frac{\boxed{x}}{\cos^2\boxed{x}}}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x\left(-4\cos 2x + 8\cos^3 x\right)}{\sin\boxed{x}\left(\frac{1}{\cos\boxed{x}} + \frac{\boxed{x}}{\sin\boxed{x}\cos^2\boxed{x}}\right)} = \boxed{2}\cdot\frac{-4+8}{1+1} = \boxed{4}$$

Šiuo atveju įverčiai nuo 10 (2 dėstytojai) iki 90 (2 dėstytojai). Moda 75, vidurkis 60, 00, dispersija 24, 45 (anketa nr. 6).

Kita padaryta klaida (anketa nr. 7) yra tokia (vietoje $\boxed{-}$ turėjo būti: $\boxed{+}$). Neteisingai apskaičiuota išvestinė $(\operatorname{tg} 3x)' = \boxed{-}\frac{3}{\cos^2 3x}$.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos^2 2x - \cos^4 2x}{x \operatorname{tg} 3x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{\left(\cos^2 2x - \cos^4 2x\right)'}{(x \operatorname{tg} 3x)'}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-2\cdot \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot 2 + 4\cdot \cos^3 2x \sin 2x \cdot 2}{\operatorname{tg} 3x \boxed{-} \frac{3x}{\cos^2 3x}}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x \left(-4\cos 2x + 8\cos^3 x\right)}{\sin 3x \left(\frac{1}{\cos 3x} \boxed{-} \frac{3x}{\sin 3x \cos^2 3x}\right)} = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{-4+8}{1\boxed{-}1}\right) = \frac{2\cdot 4}{3\cdot \boxed{0}} = \infty$$

Šiuo atveju įverčiai nuo 10 (2 dėstytojai) iki 95 (2 dėstytojai). Moda 80, vidurkis 69, 05, dispersija 23, 43.

5. Čia pateikiami anketų apdorojimo rezultatai. Raidėmis a ir b pažymėti anketų pirmasis ir antrasis klausimai. Brūkšnys reiškia, kad dėstytojas neatsakė į klausimą.

Nr.	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	5a	5b	6a	6b	7a	7b
1	15	30	15	60	15	80	15	30	20	70	20	60	20	80
2	–	50	–	80	–	70	–	60	–	50	–	30	–	50
3	10	70	10	90	10	60	10	90	10	80	10	90	10	90
4	10	75	10	90	10	85	10	85	10	75	15	75	15	75
5	15	70	15	80	15	70	15	70	15	70	15	70	15	70
6	10	0	10	0	10	0	10	0	20	10	20	10	20	10
7	10	50	10	90	10	75	10	90	20	90	20	75	20	90
9	20	50	20	50	20	80	20	60	20	80	20	70	20	80
10	20	50	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
11	10	45	10	55	10	35	10	35	15	55	20	65	20	75
12	10	50	10	90	10	95	10	75	20	90	20	90	20	95
13	20	75	20	85	20	90	20	70	20	75	20	75	20	75
14	10	70	10	80	10	50	10	80	20	80	20	70	20	80
15	20	30	20	70	20	70	20	30	20	50	20	60	20	60
16	10	50	10	10	10	10	10	10	10	50	20	10	20	10
17	15	75	15	75	15	75	25	75	20	70	20	75	20	70
18	10	70	10	95	10	95	10	95	20	55	10	80	10	95
19	10	50	10	50	10	50	10	20	10	50	10	50	10	50
20	60	10	60	70	60	60	80	20	70	60	40	30	70	50
21	70	10	70	70	70	70	70	30	60	70	60	20	60	70
22	20	50	20	85	15	80	15	25	15	90	15	75	15	85

6. Taigi, matome gerai žinomą faktą [1, 2]: skirtingi dėstytojai tų pačių studentų žinias vertina skirtingai. Sušvelninti šią problemą galima griežčiau apibrėžus vertinimo kriterijus, išskyrus tipines klaidas, įvertinus, kiek tos klaidos liudija apie tam tikrų žinių, gebėjimų bei įgūdžių trūkumą, kiek jos gali būti atsitiktinės. Tokia analizė reikalauja daug dėstytojo darbo laiko, kurio jis realiomis sąlygomis neturi. Nereikia pamiršti apie tokias žinių vertinimo sistemas kaip studentų atliktų darbų kaupiamojo balo skaičiavimas [3, 4], kontroliniai darbai testų pavidalu [1]. Svarstytinas ir studentų žinių norminis vertinimas, kaip jau daug metų vertinami abiturientų valstybinių egzaminų rezultatai.

Literatūra

1. N.L. Gage, D.C. Berliner, *Pedagoginė psichologija*, Vilnius, Alma litera (1994).
2. A. Krylovas, J. Raulynaitis, J. Jaurienė, Matematikos žinių įvairių vertinimų suderinamumas, *Liet. matem. rink.*, **42**(spec. nr.), 397–401 (2002).
3. A. Krylovas, J. Raulynaitis, Studentų matematikos žinių vertinimas semestro metu, *Liet. matem. rink.*, **44**(spec. nr.), 477–481 (2004).
4. A. Krylovas, J. Raulynaitis, VGTU pirmakursių mokyklinės matematikos žinių bei įgūdžių tikrinimas, *Liet. matem. rink.*, **45**(spec. nr.), 261–265 (2005).

SUMMARY

A. Krylovas, J. Raulynaitis, O. Subač. Estimation of errors by different lecurers

Evaluation of students' works where they present not only answer but solution also, can be subjective. In this article we present some exam tasks with non-correct solutions and statistics, that show wide evaluation scale dependingly on revising teacher.

Keywords: statistic education research, student achievement, mathematics teaching, measurement.