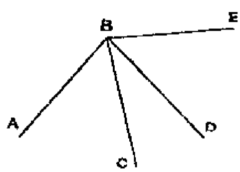
Liet. matem. rink, **46**, *spec. nr.*, 2006, 203–207

Juozas Revuckas apie loginio mąstymo ugdymą geometrijos mokymo procese

Algirdas AŽUBALIS (LKA)
el. paštas: algirdas.azubalis@one.lt

Sovietinėje Lietuvoje geometrijos mokymo didaktikos lietuviškoje mokykloje klausimais rašė nedaug autorių. Į šią matematikos didaktikos sritį, šalia Vytauto Drėgūno, nemažą indėlį įnešė Juozas Revuckas. Kadangi šiais metais sukanka 15 metų nuo jo mirties, trumpai apžvelgsime jo biografiją. J. Revuckas gimė 1924 09 20 Marijampolės aps. Puskelnėlių k. 1934 m. jis baigė Birštono pradžios mokyklą, o 1941 m. – Prienų gimnaziją. Nuo 1941 m. dirbo pradžios mokyklų mokytoju: Alytaus apskr. Marcinkonių vls. Kapiniškių mokykloje, Jiezno vls. Daukantų, Būdos, Jiezno mokyklose. 1945–1948 m. J. Revuckas dirbo Jiezno gimnazijos matematikos mokytoju, kartu studijuodamas matematiką dab. VPU neakivaizdiniu būdu. 1948 m. perėjo į stacionarinį skyrių ir, kartu dėstydamas matematiką Respublikinėje Vilniaus akušerių mokykloje, 1950 m. baigė studijas ir pagal paskyrimą atvyko dėstyti į dab. ŠU. Dėstė matematikos didaktiką. Ilgamečius tyrimus apibendrino disertacijoje „Pratimų sistema kaip priemonė teoremų įrodymų mokymui VI klasės geometrijos kurse“ (apgynė SSRS Pedagogikos mokslų akademijos Mokymo turinio ir metodų mokslinio tyrimo institute 1979 01 05). Pagrindinis oficialusis oponentas – prof. habil. dr. Vaclovas Bliznikas (1930–1997). Docento vardas J. Revuckui suteiktas 1981 m. Dėl pablogėjusios sveikatos 1985 m. išėjo į pensiją. 1991 06 23 J. Revuckas mirė [1, p. 55].

Lietuvos pedagoginėje periodikoje esminius disertacijoje nagrinėtus klausimus J. Revuckas išdėstė 4 straipsniuose. Apžvelgsime juos. Pirmajame straipsnyje [2] J. Revuckas aptarė loginio mąstymo ugdymą įrodant teoremas. Jis pabrėžė, kad mokant geometrijos VI klasėje, viena loginio mąstymo lavinimo priemonių yra teoremų įrodymas. Čia mokinys, logiškai samprotaudamas, iš vienų bendrų teiginių išveda kitus bendrus teiginius. Norint atsakyti į klausimą, kiek pirmųjų teoremų įrodymas lavina mokinių loginį mąstymą, reikia panagrinėti kai kurias sąlygas, kurioms esant, šios teoremos turi būti įrodomos. Svarbiausios – psichologinis ir dalykinis mokinio pasiruošimas. Būti pasiruošusiam psichologiškai, anot J. Revucko, – reiškia suprasti įrodymo esmę, žinoti, kam yra reikalingas įrodymas. Dalykinis pasiruošimas – tai žinios ir įgūdžiai, kurie mokiniui reikalingi, kad jis galėtų teoremą įrodyti. Kiekvienos teoremos įrodymas susideda iš atskirų dalių: papildomo brėžimo, išprotavimo, turinčio silogizmo formą, ir kt. Šias dalis J. Revuckas pavadino žingsniais. Mokiniai, atgamindami pirmųjų teoremų įrodymus, kartais sukeičia žingsnius vietomis arba kai kuriuos teiginius formuluoja atvirkščiai. Tai, J. Revucko nuomone, rodo, kad šiuo metu ryšiai tarp atskirų samprotavimų silpni; mokinys gerai nesuvokia, kuris teiginys iš kurio išplaukia. Kada ryšiai tarp atskirų teiginių yra silpni, tuomet teoremos įrodymo sunkumas, tuo pačiu ir jos sąmoningas supratimas priklauso daugiausia nuo žingsnių, kuriuos turi padaryti mokinys, įrodydamas teoremą, skaičiaus. Jei teoremos įrodymas susideda iš dviejų žingsnių, tai mokiniui reikia atrinkti, kurį žingsnį reikia padaryti pirma, o kurį paskui; galimi du variantai. Jei teoremos įrodymas susideda iš trijų žingsnių, tai galimų variantų skaičius yra lygus kėlinių skaičiui iš 3, t.y. $3! = 6$. Mokiniui tenka pasirinkti jau iš šešių variantų vieną. Jei teoremos įrodymas susideda iš 4 žingsnių, tai galimų variantų skaičius yra $4! = 24$. Didėjant žingsnių skaičiui, galimų variantų skaičius didėja. Tuo pačiu sunkėja ir teoremos įrodymas. Žinoma, pabrėžia J. Revuckas, čia pateikiamas variantų skaičius nėra visiškai tikslus, nes tam tikrą ryšį tarp žingsnių mokiniai šiek tiek suvokia. Be to, gali būti pasikartojančių žingsnių, kas variantų skaičių sumažina. Tačiau tas sumažinimas nebūna pernelyg ryškus. Todėl pirmosios teoremos turėtų būti tokios, kurių įrodymai turi tik po vieną žingsnį. Toliau turėtų eiti teoremos, kurių įrodymai susideda iš dviejų žingsnių. Jos ir yra itin svarbios, nes jas įrodant labai ryškiai atskleidžiami ryšiai tarp atskirų teiginių. Tik po to jau galima eiti prie teoremų, kurių įrodymai susideda iš trijų, keturių ir t. t. žingsnių. Taip turėtų būti, J. Revucko nuomone, išdėstytos teoremos ir vadovėlyje. Tačiau to nebuvo nei senesniuose, nei tuometiniame vadovėlyje [3]. Tačiau pats J. Revuckas abejoja ar apskritai galima sudaryti tokią teoremų dedukcinę sistemą. Tad J. Revuckas siūlė jau IV–V klasėse spręsti parengiamuosius uždavinius, kurie mokytų mokinius daryti atitinkamus išprotavimus. Pradžioje uždavinio sprendime būtų mokoma atlikti vieną, o po to – pereiti prie uždavinių, kurių sprendimas susideda iš dviejų išprotavimų. Pateikia J. Revuckas ir 2 tokių uždavinių pavyzdžius. Vieną jų pateikiame (1 pav.).



1 pav.

Duota: $\angle ABD$ – status; $\angle CBE$ – status

Paaiškinti, kodėl $\angle ABC = \angle DBE$

Sprendimas

1. $\angle ABD = \angle EBC$ (abu statūs).
2. $\angle ABC = \angle DBE$ (iš lygių kampų ABD ir CBE atėmę po lygų kampą CBD, gauname lygius kampus ABC ir DBE).

Šiame uždavinyje turime ryšius tarp teiginių: „statūs kampai yra lygūs“ ir „iš dviejų lygių kampų atėmus lygius kampus, gaunami lygūs kampai“.

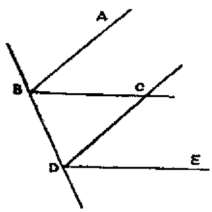
O parengiamieji uždaviniai VI klasėje, anot J. Revucko, jau turėtų specialiai ruošti ir atitinkamų teoremų įrodymams. Jis analizuoja trikampio vidaus kampų didumų sumos teoremą. Teigia, kad norint, jog mokiniai sąmoningai suprastų šios teoremos įrodymą, jie turi žinoti šiuos teiginius:

1. Vienodų krypčių spindulių apibrėžimą.

2. Kampai, kurių kraštinės yra atitinkamai vienodų krypčių spinduliai, yra kongruentūs.
3. Kryžminių kampų apibrėžimą.
4. Kryžminiai kampai yra kongruentūs.
5. Ištiestinis kampas lygus 180°.
6. Lygybės tranzityvumą.

(Pastebėtina, kad teiginiai formuluojami prisilaikant tuomet vartotos terminijos).

Parengiamieji uždaviniai, anot J. Revucko, turėtų būti tokie, kad jų sprendimas būtų šių teiginių pritaikymas atskirai po vieną ir po du. Jis pateikė keletą tokių uždavinių. Vieno jų pavyzdį pateikiame (2 pav.).



2 pav.

Duota: spinduliai BA, BC, DC ir DE yra vienoje pusplokštumėje nuo (BD);
(BA) lygiagreti (DC);
(BC) lygiagreti (DE)

Ką galima pasakyti apie kampus ABC ir CDE?

Sprendimas

1. Kadangi (BA) lygiagreti (DC) ir spinduliai BA ir DC yra vienoje pusplokštumėje nuo (BD), tai jie yra vienodų krypčių.
2. Kadangi (BC) lygiagreti (DE) ir spinduliai BC ir DE yra vienoje pusplokštumėje nuo (BD), tai jie taip pat yra vienodų krypčių.
3. Iš (1) ir (2) išeina, kad $\angle ABC$ yra kongruentus $\angle CDE$.

Šiame uždavinyje yra sujungti anksčiau išvardinti pirmas ir antras teiginiai.

Baigdamas straipsnį, J. Revuckas akcentuoja, kad tik sąmoningai supratę parengiamuosius uždavinius, mokiniai galės sąmoningai suprasti ir pačios teoremos įrodymą. O tai bus laidas, kad mokydami įrodyti teoremas, ugdysime jų loginį mąstymą.

Kitame straipsnyje [4] J. Revuckas aptarė mokinių savarankiško mąstymo ugdymą įrodant teoremas. Jis pabrėžė, kad teoremų įrodymas – sudėtingas, mokiniams gana sunkus procesas. Pagrindinės sunkumo priežastys yra šios:

1. Per pirmuosius įrodymus mokiniai susiduria su nauja, jiems neįprasta protavimo forma – dedukcija.
2. Dedukcija, lyginant su indukcine protavimo forma, yra daug abstraktesnė. O kai daugiau abstraktumo, suvokimas yra sunkesnis. Dėl šios priežasties įrodinėti teoremas sunku ne vien pradedantiesiems. Su įrodymo sunkumais susiduria ir turintieji nemažą patirtį.
3. Norint įrodyti teoremą, reikia žinoti teiginius, kuriais remiantis ji įrodoma, mokėti tuos teiginius atrinkti iš visų žinomų teiginių ir pritaikyti.
4. Reikia žinoti loginius ryšius tarp teiginių.
5. Reikia žinoti išvedimo taisykles, kurias taikant padaromos išvados.

Norint palengvinti mokiniams teoremų įrodymą, reikia pradėti mokyti nuo įrodymo komponentų.

Teoremos įrodymo komponentais J. Revuckas laikė: a) teoremos sudėtinių dalių išskyrimą; b) išvados padarymo taisyklės (*modus ponens* ar silogizmo taisyklės) taikymą; c) išskyrimą teiginių, kurie reikalingi teoremos įrodymui; d) loginių ryšių tarp teiginių supratimą; e) atrinkimą teiginių, reikalingų teoremos įrodymui, jų grupavimą ir eilės nustatymą. J. Revuckas akcentavo, kad turėjo galvoje tik tiesioginį įrodymo būdą. Visa tai jis iliustravo parengiamųjų uždavinių sprendimu.

Trečiame straipsnyje [5] J. Revuckas aptarė dedukcinio mąstymo ugdymą įrodant pirmąsias teoremas. Pabrėždamas, kad VI klasės mokiniams prieinamesnė yra indukcinė mąstymo forma, tačiau teoremų įrodymas – dedukcinio mąstymo forma, siūlė prie kiekvienos svarbiausios vadovėlio [6] teoremos suformuoti „dedukcines saleles“ ir davė vienos jų pavyzdį. „Salelės“ esmė – kiekviena iš jų turi savo aksiomų sistemą, jau žinomą mokiniams. Teoremų skaičius salelėje priklauso nuo pagrindinės teoremos ypatumų. „Saleles“ siūlė aptarti knygose mokytojams. Deja, tai nebuvo realizuota.

Dar viename straipsnyje [7] J. Revuckas kritikavo teoremos, pateiktos tuometiniame vadovėlyje apie statmens ir pasvirosios, išvestų iš vieno taško į tą pačią tiesę, nelygumą ir pateikė savąjį įrodymą.

Kai kurias straipsniuose išdėstytas mintis J. Revuckas buvo išdėstęs ir mokymo priemonėje studentams [8].

Išvados

1. J. Revucko darbuose išdėstytos mintys buvo susietos su tuometine matematikos mokymo programa ir tuometiniais geometrijos vadovėliais. Visa tai dabar yra pakeista. Tad daugelis jo pateiktų pavyzdžių turi, atrodytų, tik daugiau istorinę vertę.
2. Tačiau visko „nurašyti istorijai“ nevertėtų. Mokinių loginio mąstymo ugdymas, sumanaus indukcinių ir dedukcinių samprotavimų derinimas matematikos mokymo procese buvo, yra ir bus visada svarbus, todėl šia prasme J. Revucko darbai priklauso pereninės matematikos didaktikos sričiai ir nusipelno to, kad juos studijuotų matematikos mokytojai ir jais besirengiantys tapti studentai.

Literatūra

1. A. Ažubalis, *Matematikos didaktika Lietuvos pedagoginėje periodikoje* (1945–1990 m.), Generolo Jono Žemaičio Lietuvos karo akademija, Vilnius (2005).
2. J. Revuckas, Loginis mąstymas, įrodant teoremas, *Tarybinė mokykla*, **5**, 36–38 (1974).
3. V.A. Gusevas ir kt., *Geometrija*, Šviesa, Kaunas (1973).
4. J. Revuckas, Mokinių savarankiško mąstymo ugdymas, įrodant teoremas, *Tarybinė mokykla*, **3**, 42–44 (1980).
5. J. Revuckas, Dedukcinio mąstymo ugdymas įrodant pirmąsias teoremas, *Tarybinė mokykla*, **10**, 42–44 (1981).
6. A. Kolmogorovas ir kt. *Geometrija, Mokymo priemonė 6–9 klasei*, Šviesa, Kaunas (1980).
7. J. Revuckas, Kaip pateikti mokiniams pirmųjų teoremų įrodymus, *Tarybinė mokykla*, **1**, 43–45 (1981).
8. J. Revuckas, *Pirmosios geometrijos teoremos*, Pedagoginis institutas, Šiauliai (1975).

SUMMARY

A. Ažubalis. Juozas Revuckas on development of logical thinking of pupils in teaching geometry

Juozas Revuckas (1924–1991) lectured didactics of mathematicsa at Šiauliai Pedagogical Institute (at present – Šiauliai Pedagogical University) for 35 years. He investigated development of logical thinking of pupils in teaching geometry. On this subject, he had published 4 articles and maintained a thesis.

Keywords: teaching geometry, development of logical thinking.