Liet. matem. rink, **46**, *spec. nr.*, 2006, 303–309

Dabartinė įmonės turto vertė susijusių paskolų atveju

Mantas VALUŽIS (VU)
el. paštas: mvaluzis@gmail.com

Įvadas

Klasikiniame Merton 1974 m. darbe (žr. [2]) parodyta, kad kredito riziką galima interpretuoti pasirinkimo sandorio terminais. Būtent čia samprata yra paremta viena iš svarbiausių kredito rizikos modelių klasių – struktūriniai modeliai. Nesunku matyti, kad skolininko pozicija gali būti nusakyta pasirinkimo pirkti sandorio pelnu, t.y. $\max(V(T) - D, 0)$, o kreditoriaus pozicija yra $\min(V(T), D)$; čia $V(T)$ ir D yra atitinkamai firmos turto vertė bei paskolos vertė paskolos grąžinimo momentu T.

Šiame darbe pateikiamos kai kurios apibendrintų pasirinkimo sandorių (angl. *contingent option*) verčių apskaičiavimo formulės bei jų interpretacijos kredito rizikos kontekste. Būtent, randama dabartinė įmonės turto vertė tam tikru būdu nusakytu nemokumo momentu bei, esant nemokumui, galutiniu momentu T.

1. Dabartinė įmonės turto vertė dviejų susijusių paskolų atveju

Siekiant įvertinti kredito riziką gali būti naudojamasi rizikingų pasirinkimo sandorių vertinimo technika. Tuo įsitikinsime, apskaičiuodami rizikingą paskolą paėmusios įmonės turto vertę žemiau nusakytoje schemoje. Tarkime, nerizikingo vertybinio popieriaus su metine palūkanų norma r kaina momentu t ir dviejų tarpusavyje susijusių įmonių turto vertės $V_1(t)$ ir $V_2(t), t \geqslant 0$ nusakomos modeliu

$$\begin{cases} B(t) = \mathrm{e}^{rt}, \\ \mathrm{d}V_1(t) = V_1(t)(\mu_1\,\mathrm{d}t + \sigma_1 dW_1(t)), \\ \mathrm{d}V_2(t) = V_2(t)(\mu_2\,\mathrm{d}t + \sigma_2 dW_2(t)), \quad t \geqslant 0, \end{cases}$$

čia $\{W_1(t), t \geqslant 0\}$, $\{W_2(t), t \geqslant 0\}$ – koreliuoti Wiener procesai, kurių tarpusavio koreliacija lygi ρ, t.y. $E[W_1(t)W_2(t)] = \rho t$, μ_i, σ_i – atitinkamai i-osios įmonės turto vertės grąža ir kintamumas (*volatility*). Tarkime, abiejų įmonių paskolų likučiai (pasirinkimo sandorių įvykdymo kainos) yra atitinkamai $D_i, i = 1, 2$. Nemažindami bendrumo tarkime, kad abiejų paskolų grąžinimo momentas yra tas pats – T. Apskaičiuosime antrosios įmonės *dabartinę turto vertę* tuo atveju, kai pirmasis paskolą paėmęs skolininkas tampa nemokus laiko momentu $\tau = \inf\{t \geqslant 0\colon\ V_1(t) \leqslant D_1\}$. Be to, jei $V_1(t) \neq D_1$ visiems $t \geqslant 0$, tuomet $\tau := \infty$. Tarkime, kad pradiniu laiko momentu pirmosios įmonės turto vertė yra didesnė už jai suteiktą paskolą: $V_1(0) > D_1$. [1] darbe įrodyta, kad tuo atveju, kai išpildyta sąlyga $\sigma_2\rho(1-\sqrt{2r}) < \sigma_1 < \sigma_2\rho(1+\sqrt{2r})$, antrąją paskolą paėmusios įmonės dabartinė turto vertė pradiniu laiko momentu yra

$$\begin{aligned} v &= E\big[\mathrm{e}^{-r\tau} V_2(\tau)\mathbf{1}_{\{\tau\leqslant T\}}\big] \\ &= V_2(0)\bigg[\exp\bigg\{\frac{\big(\log\frac{D_1}{V_1(0)}\big)^2\bar{\sigma}}{\sigma_1^2}\bigg\}\Phi\bigg(-\frac{\log\frac{D_1}{V_1(0)}}{\sigma_1\sqrt{T}} - \bar{\sigma}\sqrt{T}\bigg) \\ &\quad + \Phi\bigg(-\frac{\log\frac{D_1}{V_1(0)}}{\sigma_1\sqrt{T}} + \bar{\sigma}\sqrt{T}\bigg)\bigg], \end{aligned}$$

čia $\bar{\sigma} := \sigma_2\rho + \frac{r}{\sigma_1} - \frac{\sigma_1}{2}$.

Pastebėsime, kad atskiru atveju, kai koreliacija tarp dviejų paskolų ρ lygi nuliui, iš pastarosios formulės matyti, jog dabartinė antrąją paskolą paėmusios įmonės turto vertė nepriklauso nuo jos kintamumo σ_2. Tuo atveju, kai $T=\infty$, t.y. kai paskola išduota neribotam laikui, $v = E[\mathrm{e}^{-r\tau}V_2(\tau)] = V_2(0)$.

2. Dabartinė įmonės turto vertė n susijusių paskolų atveju

Šiame skyrelyje apibendrinsime [3] straipsnyje įrodytas rizikingo barjerinio pasirinkimo sandorio dabartinę vertę nusakančias teoremas tuo atveju, kai apatiniai rėžiai yra atsitiktiniai procesai.

Nagrinėkime $n \geqslant 2$ susijusių paskolų portfelį. Tarkime, rinkoje egzistuoja nerizikingas vertybinis popierius su metine palūkanų norma r. Be to, tarkime, jog kiekviena įmonė turi paėmusi tik vieną paskolą, kurios grąžinimo momentas yra T ir kad k-osios, $k=1,2,\ldots,n$, paskolą paėmusios įmonės turto vertė aprašoma geometriniu Wiener procesu $\mathrm{d}V_k(t) = V_k(t)(\alpha_k\,\mathrm{d}t + \sigma_{V,k}\,\mathrm{d}W_k(t))$, o k-osios paskolos likutis dėl egzistuojančios kitokio pobūdžio finansinės rizikos rūšies – įvairių kredito rinkos pokyčių – taip pat yra atsitiktinis: $dD_k(t) = D_k(t)(\beta_k\,\mathrm{d}t + \sigma_{D,k}\,\mathrm{d}W_k(t))$. k-osios įmonės nemokumo momentą apibrėžkime kaip atitinkamą stabdymo momentą: $\tau_k = \inf\{t\geqslant 0\colon V_k(t) = D_k(t)\}$. Jei $V_k(t)\neq D_k(t), t\geqslant 0$, tai $\tau_k := \infty$. Daugiamačio koreliuoto Wiener proceso $W(t) = (W_1(t), W_2(t),\ldots,W_n(t))'$ simetrinė koreliacijos matrica yra

$$\Sigma_n = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \cdots & \rho_{1,n} \\ \rho_{1,2} & 1 & \cdots & \rho_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1,n} & \rho_{2,n} & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

n-mačio standartinio normaliojo atsitiktinio dydžio su koreliacijų matrica Σ pasiskirstymo funkciją žymėkime $\Phi(x_1,\ldots,x_n;\Sigma)$. Nesunku matyti, kad transformacijos $X_k(t) = \log\frac{V_k(t)}{V_k(0)}$, $k=1,\ldots,n$, gali būti nusakytos daugiamačiu Wiener procesu su poslinkiu

$$X(t) \equiv \big(X_1(t), X_2(t),\ldots,X_n(t)\big)' = \mu t + \sigma_V W(t),$$

čia $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)'$,

$$\sigma_V = \begin{pmatrix} \sigma_{V,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{V,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{V,n} \end{pmatrix}$$

– kintamumas, $W(t) = (W_1(t), W_2(t), \dots, W_n(t))'$ – n-matis Wiener procesas, $X_k(t) = \mu_k t + \sigma_{V,k} W_k(t)$, $\mu_k = \alpha_k - \frac{1}{2}\sigma_{V,k}^2$, $k = 1, 2, \dots, n$.

Analogišką k-osios paskolos likučio transformaciją $Y_k(t) = \log \frac{D_k(t)}{D_k(0)}$ atitinka procesas $Y(t) \equiv (Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_n(t))' = \eta t + \sigma_D W(t)$ su $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)'$ ir kintamumu

$$\sigma_D = \begin{pmatrix} \sigma_{D,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{D,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{D,n} \end{pmatrix},$$

$Y_k(t) = \eta_k t + \sigma_{D,k} W_k(t)$, $\eta_k = \beta_k - \frac{1}{2}\sigma_{D,k}^2$, $k = 1, 2, \dots, n$.

Pastebėsime, kad $\tau_k = \inf\{t \geqslant 0\colon\ Z_k(t) = b_k\}$, kai

$$Z_k(t) = \delta_k t + \sigma_k W_k(t), \quad \delta_k = \mu_k - \eta_k, \quad \sigma_k = \sigma_{V,k} - \sigma_{D,k}, \quad b_k = \log \frac{D_k(0)}{V_k(0)},$$

$$Cov[Z_i(t), Z_j(t)] = \sigma_{i,j} t = \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} t, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Dažniausiai kreditorius, siekdamas užtikrinti suteiktos paskolos grąžinimą, stebi, kokia yra skolininko finansinė būklė ir, atsižvelgdamas į paskolos dydį ir įmonės turto vertę, taiko tam tikrą kredito kokybės matą, t.y. atsargumo kriterijų konkrečiai paskolai. Tegul šis kriterijus vertinant k-osios įmonės kredito riziką taip pat nusakomas geometriniu Wiener procesu: $d\gamma_k(t) = \gamma_k(t)(\nu_k\, \mathrm{d}t + \sigma_{\gamma,k}\, \mathrm{d}W_k(t))$. Tokia prielaida atspindi situaciją, kai bet kuriuo laiko momentu nėra įmanoma visiškai tiksliai nusakyti minėto kriterijaus, todėl tariant, kad tai atsitiktinis procesas, bandoma įvertinti ir to kriterijaus nustatymo riziką. Tarkime, išduodamas paskolą kreditorius nustato k-osios įmonės kredito kokybės kriterijaus lygį $\gamma_k(0) \geqslant D_k(0)$, tačiau nežino jo raidos ateityje. Šiuo atveju laikomasi vadinamojo konservatyvumo principo vertinant suteiktų paskolų kredito riziką: jei $V_k(t) \leqslant \gamma_k(t)$ kuriam nors $t \geqslant 0$ su maža tikimybe, tai dar nereiškia k-osios įmonės nemokumo, o tik parodo, jog jos finansinė padėtis pasiekė kreditoriaus nustatytą minimalų kredito rizikos požiūriu toleruotiną lygį. k-oji įmonė tampa nemoki tuo atveju, kai $V_k(t) \leqslant D_k(t)$ kuriam nors $t \leqslant T$.[1]

Kita vertus, net jei pradiniu laiko momentu k-oji įmonė netenkintų kriterijaus $V_k(0) \leqslant \gamma_k(0)$ (kaip matyti, to teoremose ir nereikalaujama), tačiau vis tiek būtų moki,

[1] Atskiru atveju, jeigu būtų išpildytos atitinkamos sąlygos $\alpha_k \geqslant \beta_k$, $\alpha_k \geqslant \nu_k$, $\nu_k \geqslant \beta_k$ ir $\sigma_{V,k} = \sigma_{D,k} = \sigma_{\gamma,k}$, t.y. jei k-osios įmonės turto kintamumas ir jai nustatyto kredito kokybės kriterijaus bei išduotos paskolos kintamumas sutaptų ir galiotų nelygybė $V_k(0) > \gamma_k(0)$, būtų teisingas apribojimas $V_k(t) \geqslant \gamma_k(t) \geqslant D_k(t), t \geqslant 0$.

kreditorius, vadovaudamasis komercinės sėkmės lūkesčiais, gali išduoti skolininkui paskolą, kadangi tikisi, jog paskolos grąžinimo momentu T bus išpildyta sąlyga $V_k(T) \geqslant \gamma_k(T)$. Analogiškai galima interpretuoti ir situaciją $V_k(0) = D_k(0)$.

Nemažindami bendrumo, apskaičiuosime pirmosios įmonės dabartinę turto vertę $n \geqslant 2$ susijusių paskolų atveju, kai bet kuri kita k-oji paėmusi paskolą įmonė tapo nemoki atitinkamu atsitiktiniu laiko momentu $\tau_k \leqslant T, k = 2, 3, \ldots, n$.

2.1 TEOREMA. *Tarkime, kad $T < \infty$. Tuomet su geometriniais Wiener procesais $\{D_k(t), t \geqslant 0\}$, $\{\gamma_k(t), t \geqslant 0\}$, $k = 1, 2, \ldots, n$, tokiais, kad $D_k(0) \leqslant \min(\gamma_k(0), V_k(0))$ pirmosios įmonės dabartinė turto vertė paskolos grąžinimo momentu T turi pavidalą*

$$
\begin{aligned}
&E\big(V_1(T) I(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T), \ldots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T), \tau_k \leqslant T)\big) \\
&\quad = \mathrm{e}^{-rT} V_1(0) \exp\left\{2b_k\sigma_k^{-2}(\delta_k + \sigma_{1,k}) + \left(\delta_1 + \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)T\right\} \\
&\qquad \times \Phi\left(\frac{\log\frac{V_1(0)}{\gamma_1(0)} + (\delta_1 + \sigma_1^2)T}{\sigma_1\sqrt{T}} + \frac{2b_k\rho_{1,k}}{\sigma_k\sqrt{T}}, \frac{\log\frac{V_2(0)}{\gamma_2(0)} + (\delta_2 + \sigma_{1,2})T}{\sigma_2\sqrt{T}} + \frac{2b_k\rho_{2,k}}{\sigma_k\sqrt{T}},\right. \\
&\qquad\qquad \left.\ldots, \frac{\log\frac{V_n(0)}{\gamma_n(0)} + (\delta_n + \sigma_{1,n})T}{\sigma_n\sqrt{T}} + \frac{2b_k\rho_{n,k}}{\sigma_k\sqrt{T}}; \Sigma_n\right).
\end{aligned} \tag{1}
$$

Šiuo atveju dėl ateities neapibrėžtumo kreditorius nežino, ar kredito kokybės kriterijus visada viršys paskolos likutį. Pastarojoje išraiškoje kaip tik į tai ir atsižvelgiama: k-ąją įmonę nemokumas gali ištikti, tačiau kredito kokybės kriterijus to gali ir neužfiksuoti. Taigi šioje formulėje iš dalies atsižvelgiama ir į kitokio pobūdžio – operacinę (metodo tinkamumo problemai spręsti) riziką. Panašiai nemažindami bendrumo apskaičiuosime pirmosios įmonės dabartinę turto vertę $n \geqslant 2$ susijusių paskolų portfelio atveju, kai visos likusios įmonės tapo nemokios atitinkamais atsitiktiniais laiko momentais $\tau_k \leqslant T, k = 2, 3, \ldots, n$.

2.2 TEOREMA. *Tarkime, kad $T < \infty$. Tuomet su geometriniais Wiener procesais $D_k(t), \gamma_k(t)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, tokiais, kad $D_k(0) \leqslant \min(\gamma_k(0), V_k(0))$ ir $\rho_{ij} = 0, i \neq j \in \{2, 3, \ldots, n\}$ pirmosios įmonės dabartinė turto vertė paskolos grąžinimo momentu T turi pavidalą*

$$
\begin{aligned}
&E\big(V_1(T) I(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T), \\
&\qquad\qquad \ldots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T), \tau_2 \leqslant T, \tau_3 \leqslant T, \ldots, \tau_n \leqslant T)\big) \\
&\quad = \mathrm{e}^{-rT} V_1(0) \exp\left\{2\sum_{i=2}^{n} b_i\sigma_i^{-2}(\delta_i + \sigma_{1,i}) + \left(\delta_1 + \frac{1}{2}\sigma_1^2\right)T\right\} \\
&\qquad \times \Phi\left(\frac{\log\frac{V_1(0)}{\gamma_1(0)} + (\delta_1 + \sigma_1^2)T}{\sigma_1\sqrt{T}} + \sum_{i=2}^{n}\frac{2b_i\rho_{i,1}}{\sigma_i\sqrt{T}}, \frac{\log\frac{V_2(0)}{\gamma_2(0)} + (\delta_2 + \sigma_{1,2})T}{\sigma_2\sqrt{T}} + \frac{2b_2}{\sigma_2\sqrt{T}},\right.
\end{aligned}
$$

$$\ldots, \frac{\log \frac{V_n(0)}{\gamma_n(0)} + (\delta_n + \sigma_{1,n})T}{\sigma_n\sqrt{T}} + \frac{2b_n}{\sigma_n\sqrt{T}}; \tilde{\Sigma}_n\biggr). \tag{2}$$

Pabrėšime, kad pastarojoje išraiškoje panaudotas atskiras daugiamačio Wiener proceso $\{W(t), t \geqslant 0\}$ koreliacijų matricos Σ_n atvejis, kai $\rho_{ij} = 0$, $i \neq j \in \{2, 3, \ldots, n\}$:

$$\tilde{\Sigma}_n = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \ldots & \rho_{1,n} \\ \rho_{1,2} & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \rho_{1,n} & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix}.$$

2.1 ir 2.2 teoremų įrodymai gaunami apibendrinant [3] straipsnyje pateiktus faktus apie rizikingų pasirinkimo sandorių įvertinimą. Pastebėsime, kad tuo atveju, kai $n = 2$, 2.1 ir 2.2 teoremos sutampa.

2.1 pastaba. Toliau pateiksime atskirą 2.2 teoremos atvejį, kai nemokios bet kuriuo laiko momentu $t \in [0, T]$ tampa ne likusios $n - 1$, o m $(1 < m < n - 1)$ įmonės. Tam reikalinga sąlyga $V_j(0) = D_j(0)$, $j = m + 1, m + 2, \ldots, n$[2]. Ekonominė pastarojo reiškinio interpretacija labai paprasta: jei žinoma iš anksto, kad pradiniu laiko momentu įmonės turto vertė būtų lygi paskolos vertei, kreditorius, būdamas racionalus, jai paskolos neišduotų. Tačiau lūkesčiai, kad ateityje bus išpildyta sąlyga $V_j(T) > \gamma_j(T)$, $j = m+1, m+2, \ldots, n$ gali nulemti priešingus sprendimus. Esant išpildytoms šioms ir 2.2 teoremos sąlygoms gauname, kad įmonės dabartinė turto vertė paskolos grąžinimo momentu T likusių $m - 1$ įmonių atžvilgiu turi pavidalą

$$\begin{aligned}
&E\bigl(V_1(T)I(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T), \\
&\qquad \ldots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T), \tau_2 \leqslant T, \tau_3 \leqslant T, \ldots, \tau_m \leqslant T)\bigr) \\
&= \mathrm{e}^{-rT} V_1(0) \exp\biggl\{2\sum_{i=2}^{m} b_i\sigma_i^{-2}(\delta_i + \sigma_{1,i}) + (\delta_1 + \frac{1}{2}\sigma_1^2)T\biggr\} \\
&\quad \times \Phi\biggl(\frac{\log \frac{V_1(0)}{\gamma_1(0)} + (\delta_1 + \sigma_1^2)T}{\sigma_1\sqrt{T}} + \sum_{i=2}^{m} \frac{2b_i\rho_{i,1}}{\sigma_i\sqrt{T}}, \frac{\log \frac{V_2(0)}{\gamma_2(0)} + (\delta_2 + \sigma_{1,2})T}{\sigma_2\sqrt{T}} + \frac{2b_2}{\sigma_2\sqrt{T}}, \\
&\qquad \ldots, \frac{\log \frac{V_m(0)}{\gamma_m(0)} + (\delta_m + \sigma_{1,m})T}{\sigma_m\sqrt{T}} + \frac{2b_m}{\sigma_m\sqrt{T}}; \tilde{\Sigma}_m\biggr).
\end{aligned} \tag{3}$$

2.2 pastaba. Remiantis lygybėmis

$$\begin{aligned}
&E\Bigl(V_1(T), I\bigl(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T), \ldots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T), \tau_k > T\bigr)\Bigr) \\
&\quad = E\Bigl(V_1(T)I\bigl(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T), \ldots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T)\bigr)\Bigr)
\end{aligned}$$

---

[2] Ši sąlyga yra tik techninio pobūdžio, tačiau ją galima interpretuoti kredito rizikos kontekste.

$$- E\Big(V_1(T)I\big(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T), \dots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T), \tau_k \leqslant T\big)\Big),$$
$$k = 2, \dots, n,$$

bei

$$E\Big(V_1(T), I\big(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T), \dots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T), \tau_k \leqslant T, \tau_j > T\big)\Big)$$
$$= E\Big(V_1(T)I\big(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T), \dots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T), \tau_k \leqslant T\big)\Big)$$
$$- E\Big(V_1(T)I\big(V_1(T) \geqslant \gamma_1(T), V_2(T) \geqslant \gamma_2(T),$$
$$\dots, V_n(T) \geqslant \gamma_n(T), \tau_k \leqslant T, \tau_j \leqslant T\big)\Big), \quad j=2, \dots, n, \ k=2, \dots, n, \ j \neq k,$$

ir analogiškai samprotaujant didesnio skaičiaus įmonių nemokumo momentų atžvilgiu, galima apibendrinti 2.1, 2.2 teoremas tuo atveju, kai atitinkamos įmonės iki paskolos grąžinimo išlieka mokios.

Kaip matyti iš (1)–(3) išraiškų, įmonės dabartinės turto vertės apskaičiavimo formulėse reikalingi parametrai yra k-osios įmonės pradinė turto vertė, suteiktos paskolos pradinė vertė bei jos trukmė, kurie yra fiksuoti paskolos suteikimo metu, ir k-osios įmonės turto vertės grąža, kintamumas, paskolų tarpusavio koreliacijos (pastarieji dydžiai nėra tiesiogiai stebimi ir dažniausiai įvertinami statistiniais metodais). Vienas iš pateiktų formulių trūkumų pritaikant jas praktiniuose skaičiavimuose yra tai, kad laikomasi prielaidos, jog įmonė turi paėmusi tik vieną paskolą. Esant didesniam paskolų skaičiui, gautąsias formules galima būtų taikyti agregavus duomenis.

3. Išvados

Šiame darbe parodyta, jog rizikingą paskolą paėmusios įmonės dabartinei turto vertei $n \geqslant 2$ susijusių paskolų portfelio atveju apskaičiuoti galima taikyti rizikingų pasirinkimo sandorių vertinimo techniką. Be to, apibendrintos [3] straipsnyje rizikingo barjerinio pasirinkimo sandorio vertę nusakančios teoremos tuo atveju, kai apatiniai rėžiai yra atsitiktiniai procesai, atspindintys kitokio pobūdžio finansinės rizikos rūšis – rinkos pokyčių ir operacinę. Taigi, galima naudoti stochastinių diferencialinių lygčių techniką siekiant įvertinti suteiktų paskolų kredito riziką, tačiau jų pritaikymą praktiniame kredito rizikos vertinime apsunkina tai, kad jiems reikia labai agreguotų duomenų. Didžiausias $n \geqslant 2$ koreliuotų paskolų portfelio modelių trūkumas yra tai, jog jie sukurti ne atsitiktiniam nemokumo, o fiksuotam paskolos grąžinimo momentui. Todėl būtų prasminga apibendrinti 2 skyrelyje gautas formules atsitiktiniam laiko momentui.

Literatūra

1. R. Leipus, M. Valužis, *Kredito rizika kaip pasirinkimo sandoris*, Preprintas (2006).
2. R.C. Merton, On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates, *Journal of Finance*, **29**, 449–470 (1974).
3. D. Rich, R. Leipus, An option-based approach to analyzing financial contracts with multiple indenture provisions, *Advances in Futures and Options Research*, **9**, 1–36 (1997).

SUMMARY

M. Valužis. Present value of firm in case of correlated defaults

In this article, the valuation of firm's present value in case of correlated defaults is studied. We showed that the valuation of portfolio credit risk can be interpreted as a valuation of the multiple contingent option. In this article, some results for valuation of multiple contingent options are generalized in case of stochastic barriers and the financial interpretation is given. Also, the modelling of other financial risks, notably, the market risk (the change of debt value) and the operational risk (the adequacy of selected credibility criteria) are included in these theorems. Using the principle of conservatism in credit risk assessment, the debtor credibility, the debt value and the firm value are assumed to follow geometric Wiener process.

Keywords: credit risk, default correlation, contingent option.