Liet. matem. rink., **44**, *spec. nr.*, 2004, 183–188

Normaliosios ir integruojamosios parabolinio tipo metrinės $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūros parabolinių integruojamųjų (F, G)-daugdarų hiperpaviršiuose

Angelė BAŠKIENĖ (ŠU)
el. paštas: baskiene@fm.su.lt

1. Parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$-struktūrą diferencijuojamoje n-matėje daugdaroje $M_n(x^a)$, $a, b, ... = 1, 2, ..., n$, apibrėžia afinorius φ_a^b, vektorius ξ^b, kovektorius η_a ir funkcija λ, tenkinantys sąlygas [1]:

$$\varphi_a^c \varphi_c^b = -\xi^b \eta_a, \quad \varphi_a^c \eta_c = -\lambda \eta_a, \quad \varphi_a^c \xi^a = -\lambda \xi^c, \quad \xi^a \eta_a = -\lambda^2. \tag{1}$$

Jei daugdaroje papildomai apibrėžta metrika g_{ab}, tenkinanti sąlygas:

$$\varphi_a^c g_{cb} = \varphi_{ab} = \rho \varphi_{ba}, \quad g_{cb} \xi^b = \varepsilon \rho \eta_c, \quad \varepsilon = \pm 1, \quad \rho = \pm 1, \tag{2}$$

tuomet sakoma, jog daugdaroje M_n turime parabolinio tipo metrinę struktūrą $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$. Ji vadinama I rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūra, jei $\rho = -1$, ir II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūra, jei $\rho = 1$ [1].

Parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$-struktūra, apibrėžta (1) aksiomomis, vadinama integruojamąja, jei afinoriaus φ_a^b Nijenhuis'o tenzorius $N_{cb}^a = 0$, ir normaliąja, jei daudaroje $M_n \times R$ afinorinė struktūra $\begin{pmatrix} \varphi_a^b & \xi^b \\ \eta_a & \lambda \end{pmatrix}$ yra integruojamoji, t. y. jei galioja lygybės [1]:

$$\begin{aligned}
&\text{a) } S_{cb}^a = N_{cb}^a - \xi^a (\nabla_c \eta_b - \nabla_b \eta_c) = 0, \ \ N_{cb}^a = \varphi_c^d \nabla_d \varphi_b^a - \varphi_b^d \nabla_d \varphi_c^a - \varphi_d^a (\nabla_c \varphi_b^d - \nabla_b \varphi_c^d),\\
&\text{b) } S_c^a = \xi^d (\nabla_c \varphi_d^a - \nabla_d \varphi_c^a) + \varphi_c^d \nabla_d \xi^a + \lambda \nabla_c \xi^a = 0,\\
&\text{c) } S_{cb} = L_{cb} - L_{bc} + \nabla_c \lambda \eta_b - \nabla_b \lambda \eta_c = 0, \ \ L_{cb} = \varphi_c^d (\nabla_d \eta_b - \nabla_b \eta_d),\\
&\text{d) } S_c = \xi^d (\nabla_c \eta_d - \nabla_d \eta_c) + \varphi_c^d \nabla_d \lambda + \lambda \nabla_c \lambda = 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Čia kovariantinis diferencijavimas atliekamas bet kurios simetrinės afiniosios sieties atžvilgiu.

Įrodyta [2], jog vienam iš tenzorių S_{cb}^a, S_c^a, S_{cb} esant lygiam 0, tenzorius $S_c = 0$. Taip pat žinoma [2], jog kai $\lambda \neq 0$ arba ξ^a nėra nulinis vektorius ir η_b nėra nulinis kovektorius, iš (3a) lygybės išplaukia likusios lygybės (3b), (3c), (3d). Tuo atveju būtina ir pakankama parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$-struktūros (1) normalumo sąlyga yra $S_{cb}^a = 0$.

2. Sakykime, turime $(n+1)$ - matę diferencijuojamą daugdarą $M_{n+1}(y^\alpha), \alpha, \beta, \ldots = 1, 2, \ldots, n+1$, kurioje apibrėžtas afinorius F_α^β, tenkinantis sąlygą $F_\alpha^\beta F_\beta^\gamma = 0$. Bendru atveju ją vadinsime parabolinio tipo F-daugdara. Kai $n = 2k-1$, $\operatorname{rank}(F) = k$, tokia daugdara vadinama beveik dualia daugdara. Toje daugdaroje panagrinėkime hiperpaviršių $M_n(x^a)$, apibrėžtą lygtimis $y^\alpha = y^\alpha(x^a)$, $a, b, \ldots = 1, 2, \ldots, n$, ir normalizuotą vektoriumi C^α. Žinoma [1], jog hiperpaviršiuje indukuojasi parabolinio tipo $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$-struktūra (1), kurios objektai randami iš sistemos

$$F_\alpha^\beta B_a^\alpha = \varphi_a^b B_b^\beta + \eta_a C^\beta, \quad F_\alpha^\beta C^\alpha = \xi^a B_a^\beta + \lambda C^\beta, \quad B_a^\beta = \frac{\partial y^\beta}{\partial x^a}. \tag{4}$$

Tarkime, kad daugdaroje M_{n+1} apibrėžta simetrinė afinioji sietis $\Gamma_{\gamma\beta}^\alpha$. Normalizuotame hiperpaviršiuje M_n indukuojasi simetrinė afinioji sietis γ_{cb}^a, tenzoriai h_{cb}, k_c^a, l_c, gaunami iš lygybių

$$\begin{aligned} \nabla_c B_b^\delta &= \partial_c B_b^\delta + B_c^\alpha B_b^\beta \Gamma_{\alpha\beta}^\delta - B_a^\delta \gamma_{cb}^a = h_{cb} C^\delta, \\ \nabla_c C^\delta &= \partial_c C^\delta + B_c^\alpha C^\beta \Gamma_{\alpha\beta}^\delta = -k_c^a B_a^\delta + l_c C^\delta. \end{aligned} \tag{5}$$

Diferencijuodami (4) lygybes sieties γ atžvilgiu, iš (5) gauname, jog

$$\begin{aligned} \nabla_\beta F_\alpha^\delta B_c^\beta B_b^\alpha &= (\nabla_c \varphi_b^a - h_{cb}\xi^a - k_c^a \eta_b) B_a^\delta + (\nabla_c \eta_b + h_{ca}\varphi_b^a + l_c \eta_b - \lambda h_{cb}) C^\delta, \\ \nabla_\beta F_\alpha^\delta B_c^\beta C^\alpha &= (\nabla_c \xi^a + k_c^b \varphi_b^a - l_c \xi^a - \lambda k_c^a) B_a^\delta + (k_c^a \eta_a + h_{cb}\xi^b + \nabla_c \lambda) C^\delta. \end{aligned} \tag{6}$$

Kadangi afinoriaus F_α^β Nijenhuis'o tenzorius lygus

$$N_{\beta\alpha}^\gamma = F_\beta^\delta \nabla_\delta F_\alpha^\gamma - F_\alpha^\delta \nabla_\delta F_\beta^\gamma - F_\delta^\gamma \left(\nabla_\beta F_\alpha^\delta - \nabla_\alpha F_\beta^\delta \right),$$

tai iš (6) ir (3) išplaukia, kad

$$\begin{aligned} N_{\beta\alpha}^\delta B_c^\beta B_b^\alpha &= \left[S_{cb}^a - \eta_c (k_b^e \varphi_e^a - \varphi_b^e k_e^a) + \eta_b (k_c^e \varphi_e^a - \varphi_c^e k_e^a) + \xi^a (\eta_c l_b - l_c \eta_b) \right] B_a^\delta \\ &+ \left[S_{cb} + \eta_a (k_c^a \eta_b + k_b^a \eta_c) - l_a (\varphi_b^a \eta_c - \varphi_c^a \eta_b) + \lambda (\eta_c l_b - l_c \eta_b) \right] C^\delta \\ &+ \eta_c \nabla_\beta F_\alpha^\delta C^\beta B_b^\alpha - \eta_b \nabla_\beta F_\alpha^\delta C^\beta B_c^\alpha, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} N_{\beta\alpha}^\delta C^\beta B_c^\alpha &= \left[S_c^d + \varphi_c^a k_a^e \varphi_e^d + \xi^e k_e^d \eta_c - \varphi_c^e l_e \xi^d + \lambda (k_c^e \varphi_e^d - \varphi_c^e k_e^d) - \lambda l_c \xi^d \right] \\ &+ \left[S_c - \lambda^2 l_c - \xi^a l_a \eta_c + \varphi_c^a k_a^e \eta_e + \lambda k_c^e \eta_e \right] C^\delta + F_\gamma^\delta \nabla_\alpha F_\beta^\gamma B_c^\beta C^\alpha \\ &+ \nabla_\gamma F_\alpha^\delta C^\gamma C^\alpha \eta_c - \lambda \nabla_\gamma F_\beta^\delta C^\gamma B_c^\beta. \end{aligned}$$

Tarkime, kad $\nabla_\alpha F_\beta^\gamma = 0$. Tuomet $N_{\alpha\beta}^\delta = 0$ ir F-struktūra daugdaroje M_{n+1} yra integruojamoji. Iš (7) išplaukia, jog integruojamosios parabolinės F-daugdaros M_{n+1} hiperpaviršiuje M_n tenzoriai S_{cb}^a, S_{cb}, S_c^a, S_c turi pavidalą:

a) $S_{cb}^a = \eta_c M_b^a - \eta_b M_c^a, \quad M_b^a = k_b^e \varphi_e^a - \varphi_b^e k_e^a - \xi^a l_b;$

$$\text{b)}\quad S_{cb}=\eta_a(k^a_b\eta_c-k^a_c\eta_b)+l_a(\varphi^a_b\eta_c-\varphi^a_c\eta_b)-\lambda(\eta_c l_b-\eta_b l_c);$$

$$\text{c)}\quad S^a_c=-\varphi^e_c k^b_e\varphi^a_b-\xi^e k^a_e\eta_c+\varphi^e_c l_e\xi^a-\lambda M^a_c;$$

$$\text{d)}\quad S_c=-\varphi^a_c k^e_a\eta_e+\xi^a l_a\eta_c+\lambda^2 l_c-\lambda k^e_c\eta_e. \tag{8}$$

Kai $\nabla_\alpha F^\gamma_\beta=0$, iš (6) gauname, jog

$$\text{a)}\quad \nabla_c\varphi^a_b=h_{cb}\xi^a+k^a_c\eta_b;\quad \text{b)}\quad \nabla_c\eta_b=-h_{ca}\varphi^a_b-l_c\eta_b+\lambda h_{cb};$$

$$\text{c)}\quad \nabla_c\xi^a=-k^b_c\varphi^a_b+l_c\xi^a+\lambda k^a_c;\quad \text{d)}\quad k^a_c\eta_a+h_{cb}\xi^b+\nabla_c\lambda=0. \tag{9}$$

Ieškosime būtinų ir pakankamų sąlygų, kad parabolinio tipo $(\varphi,\xi,\eta,\lambda)$-struktūra (1) parabolinės integruojamosios F-daugdaros M_{n+1} hiperpaviršiuose M_n būtų normalioji.

1 teorema. *Parabolinio tipo $(\varphi,\xi,\eta,\lambda\neq 0)$-struktūra hiperpaviršiuje $M_n\subset M_{n+1}$ yra normalioji tada ir tik tada, kai galioja viena iš ekvivalenčių sąlygų:*

$$1)\ S^a_{cb}=\eta_c M^a_b-\eta_b M^a_c=0;\quad 2)\ S^a_c=-\varphi^e_c k^b_e\varphi^a_b-\xi^e k^a_e\eta_c-\varphi^e_c l_e\xi^a+\lambda M^a_c=0.$$

Užtenka parodyti, jog iš antros sąlygos išplaukia pirmoji.

Kai $S^a_c=0$, tuomet $S_c=0$ [2]. Iš (8d) ir (8c) lygybių

$$\varphi^a_c k^e_a\eta_e+\lambda k^e_c\eta_e-\lambda^2 l_c=\eta_c\xi^a l_a,\qquad \lambda M^a_c=-\varphi^e_c k^b_e\varphi^a_b+\varphi^e_c l_e\xi^a-\eta_c k^a_e\xi^e.$$

Padauginkime (8c) lygybę iš φ^d_a ir susumuokime pagal a. Pritaikę (1) formules gauname, kad $M^a_c=\eta_c\nu^a$, kur $\nu^a=\frac{1}{\lambda^2}(-\lambda k^a_e\xi^e-\varphi^a_d k^d_e\xi^e+\xi^a\xi^e l_e)$. Iš čia ir (8a) $S^a_{cb}=0$.

Nesunku pastebėti, kad iš (3a) $N^a_{cb}=S^a_{cb}+\xi^a(\nabla_c\eta_b-\nabla_b\eta_c)$, todėl iš (9b) išplaukia hiperpaviršiuje $M_n\subset M_{n+1}$ indukuotos $(\varphi,\xi,\eta,\lambda)$-struktūros integruojamumo būtina ir pakankama sąlyga:

$$\eta_c(\varphi^a_e k^e_b-\varphi^e_b k^a_e)-\eta_b(k^e_c\varphi^a_e-k^a_e\varphi^e_c)+\xi^a(h_{be}\varphi^e_c-h_{cd}\varphi^d_b)=0. \tag{10}$$

3.1. Sakykime, daugdaroje M_{n+1} be afinoriaus F^β_α, tenkinančio sąlygą $F^\beta_\alpha F^\gamma_\beta=0$, duota metrika $G_{\alpha\beta}$, kuriai galioja lygybė $F^\beta_\alpha G_{\beta\gamma}=F_{\alpha\gamma}=\rho F_{\gamma\alpha}$, $\rho=\pm 1$. Tokią daugdarą vadinsime parabolinio tipo (F,G) - daugdara. Šiame punkte nagrinėsime atvejį, kai $\rho=-1$, t. y. kai G yra A-metrika. Tarkime, kad afinorius F yra kovariantiškai pastovus metrikos G Rymano sieties atžvilgiu, t. y. daugdaros M_{n+1} struktūra yra integruojamoji. Kai $n=2k-1$, $\operatorname{rank}(F)=k$, tokia daugdara vadinama paraboline A-erdve.

Hiperpaviršiuje $M_n\subset M_{n+1}$, normalizuotame normaliniu neizotropiniu ε -vienetiniu vektoriumi C^α, indukuojasi tenzoriai φ^b_a, ξ^b, η_a, funkcija $\lambda=\varepsilon F^\beta_\alpha G_{\beta\gamma}C^\alpha C^\beta=0$, gaunami iš (4) sistemos, bei metrika $g_{ab}=G_{\alpha\beta}B^\alpha_a B^\beta_b$, tenkinantys (1) ir (2) sąlygas, kai $\rho=-1$. Taigi M_n yra parabolinio tipo I rūšies beveik kontaktinė metrinė daugdara [1].

Hiperpaviršiuje indukuotos parabolinio tipo I rūšies (φ, ξ, η, g)-struktūros tenzoriams galioja (8) ir (9) formulės, tačiau jose $l_c = 0$ ir $\lambda = 0$:

$$1)\ \nabla_c \phi^a_b = h_{cb}\xi^a + k^a_c \eta_b; \quad 2)\ \nabla_c \eta_b = -h_{ca}\varphi^a_b; \quad 3)\ \nabla_c \xi^a = -k^b_c \varphi^a_b;$$
$$4)\ k^a_c \eta_a = -h_{cb}\xi^b; \quad 5)\ k^a_c = \varepsilon h_{cb} g^{ba}. \tag{11}$$

Čia ∇ – kovariantinio diferencijavimo metrikos g Rymano sieties atžvilgiu simbolis.

Pastebime, jog iš (2) išplaukia, kad vektorius ξ^a ir kovektorius η_b yra abu nuliniai arba abu nenuliniai vektoriai, todėl parabolinio tipo I rūšies (φ, ξ, η, g)-struktūra yra normalioji tada ir tik tada, kai $S^a_{cb} = 0$ [2].

2 teorema. *Parabolinio tipo I rūšies (φ, ξ, η, g)-struktūra parabolinio tipo integruojamos (F, G)-daugdaros $(\rho = -1)$ hiperpaviršiuje yra normalioji tada ir tik tada, kai galioja viena iš ekvivalenčių sąlygų:*

$$1)\ h_{be}\varphi^e_c + h_{ce}\varphi^e_b = \mu\eta_b\eta_c, \quad \mu - \text{bet kuri funkcija};$$
$$2)\ k^e_b\varphi^a_e - \varphi^e_b k^a_e = \mu\xi^a\eta_b; \quad 3)\ \nabla_c\eta_b + \nabla_b\eta_c = -\mu\eta_b\eta_c. \tag{12}$$

Pakankamumas ir ekvivalentiškumas išplaukia iš (8), (11) formulių bei lygybių $l_c = 0$ ir $\lambda = 0$.

Tarkime, jog (φ, ξ, η, g)-struktūra yra normalioji, t. y. $S^a_{cb} = 0$. Tada iš (8a) $M^a_b = \nu^a\eta_b$. Padauginkime šią lygybę iš g_{ac} ir susumuokime pagal c. Pritaikę (2), (8), $l_c = 0$, $\lambda = 0$, gauname, jog $h_{be}\varphi^c_e + \varphi^e_b h_{ec} = -\varepsilon\nu^a g_{ac}\eta_b$, $\nu^a g_{ab} = \nu\eta_b$.

Pažymėję $-\varepsilon\nu = \mu$, gauname (12_1). Iš šios teoremos ir (10) formulės išplaukia

1 išvada. Parabolinio tipo integruojamosios (F, G)-daugdaros $(\rho = -1)$ M_{n+1} hiperpavišiuje M_n indukuota parabolinio tipo I rūšies beveik kontaktinė metrinė struktūra (φ, ξ, η, g) yra normalioji ir integruojamoji kartu tada ir tik tada, kai galioja viena iš ekvivalenčių sąlygų:

$$1)\ h_{ac}\varphi^e_b = \frac{\mu}{2}\eta_a\eta_b; \quad 2)\ \nabla_a\eta_b = \frac{-\mu}{2}\eta_a\eta_b; \quad 3)\ \nabla_a\xi^b = \frac{\varepsilon\mu}{2}\xi^b\eta_a.$$

2 išvada. Hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$ indukuotos (φ, ξ, η, g)-struktūros afinorius φ^b_a yra kovariantiškai pastovus metrikos g_{ab} Rymano sieties atžvilgiu tada ir tik tada, kai hiperpaviršiaus asimptotinis tenzorius turi pavidalą $h_{cb} = \varkappa\eta_c\eta_b$.

Būtinumas išplaukia iš (9a) lygybės kompozicijos su g_{ad}, lygybės $k^a_c = \varepsilon h_{cb}g^{ba}$ ir (2) formulių. Pakankamumas akivaizdus. Jeigu galioja išvados 2 sąlyga, struktūra yra normalioji ir integruojamoji kartu $(\mu = 0)$, vektorius ξ^a ir kovektorius η_b yra kovariantiškai pastovūs.

3.2. Panagrinėkime parabolinio tipo (F, G)-daugdarą M_{n+1}, kai $\rho = 1$, t. y. kai G yra B-metrika. Tarkime, kad $\nabla_\alpha F^\gamma_\beta = 0$. Čia kovariantinis diferencijavimas atliekamas B-metrikos G Rymano sieties atžvilgiu. Vadinasi, struktūra daugdaroje M_{n+1} yra integruojamoji.

Kai $n = 2k - 1$, $\operatorname{rank}(F) = k$, tokia daugdara vadinama paraboline B-erdve.

Normaliniu neizotropiniu ε-vienetiniu vektoriumi C^α normalizuotame hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$ indukuojasi parabolinio tipo II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūra, tenkinanti (1) ir (2) sąlygas, kur $\rho = 1$ [1].

Nagrinėsime tokias $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūras, kurioms $\lambda = F_{\alpha\beta}C^\alpha C^\beta \neq 0$. Tirdami šios struktūros savybes, naudosime (8) ir (9) formules, kuriose $l_e = 0$, $\lambda \neq 0$:

$$\text{a) } \nabla_c\varphi_b^a = h_{cb}\xi^a + k_c^a\eta_b; \quad \text{b) } \nabla_c\eta_b = -h_{ca}\varphi_b^a + \lambda h_{cb}; \quad \text{c) } \nabla_c\xi^a = -k_c^b\varphi_b^a + \lambda k_c^a;$$

$$\text{d) } k_c^a\eta_a = h_{cb}\xi^b = -\frac{1}{2}\nabla_c\lambda; \quad \text{e) } k_c^a g_{ab} = \varepsilon h_{cb}. \tag{13}$$

3 teorema. *Parabolinio tipo integruojamosios (F, G)-daugdaros $(\rho = 1)$ M_{n+1} hiperpaviršiuje M_n indukuota parabolinio tipo II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūra yra normalioji tada ir tik tada, kai galioja viena iš ekvivalenčių sąlygų:*

$$1)\ M_c^a = k_c^e\varphi_e^a - \varphi_c^e k_e^a = 0; \quad 2)\ h_{ce}\varphi_b^e - h_{be}\varphi_c^e = 0; \quad 3)\ \nabla_a\eta_b - \nabla_b\eta_a = 0.$$

Ekvivalentiškumas išplaukia iš (8a), (9b) bei $l_c = 0$, pakankamumas iš (8a). Tarkime, jog $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūra yra normalioji, t. y.

$$S_{cb}^a = \eta_c(k_b^e\varphi_e^a - \varphi_b^e k_e^a) - \eta_b(k_c^e\varphi_e^a - \varphi_c^e k_e^a) = 0.$$

Atlikę lygybės kompoziciją su ξ^b, iš (1) gauname, jog

$$\lambda^2 M_c^a = -\eta_c(k_b^e\xi^b\varphi_e^a - \varphi_b^e k_e^a\xi^b).$$

Kai $l_c = 0$, iš (8) ir $S_{cb} = 0$ gauname $k_b^a\eta_a = \psi\eta_b$, o iš (2) ir $k_c^a g_{ab} = \varepsilon h_{cb}$ turime $k_e^a\xi^e = \psi\xi^a$, kur $\psi = -h_{cb}\xi^c\xi^b/\lambda^2$. Iš šia $k_b^e\xi^b\varphi_e^a = \varphi_b^e k_e^a\xi^b = -\lambda\psi\xi^a$, todėl $M_c^a = 0$, nes $\lambda \neq 0$.

3 išvada. Jei parabolinio tipo II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūra parabolinio tipo integruojamosios (F, G)-daugdaros $(\rho = 1)$ M_{n+1} hiperpaviršiuje M_n yra normalioji, tai ji yra ir integruojamoji.

4 išvada. Parabolinio tipo II rūšies $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-struktūrai hiperpaviršiuje $M_n \subset M_{n+1}$ ekvivalenčios tokios sąlygos:

$$1)\ \nabla_c\varphi_b^a = 0; \quad 2)\ \nabla_c\eta_b = 0\ (\nabla_c\xi^a = 0); \quad 3)\ h_{cb} = 0.$$

Tarkime, $\nabla_c\varphi_b^a = h_{cb}\xi^a + k_c^a\eta_b = 0$. Tuomet $h_{cb} = \pi\eta_c\eta_b$, $k_c^b = \pi\xi^b\eta_c$, todėl iš pirmosios lygybės išplaukia, jog $\pi = 0$.

Tarkime, kad $\nabla_c\eta_b = 0$. Kadangi $l_c = 0$, iš (13b) $h_{ca}\varphi_b^a = \lambda h_{cb}$. Padauginę lygybę iš ξ^b ir susumavę pagal b, iš (1) gauname $h_{cb}\xi^b = 0$. Analogiškai iš (13c) turime $k_c^a\eta_a = 0$. Kadangi $\nabla_c\xi^a = 0$, atlikę lygybės $k_c^b\varphi_b^a = \lambda k_c^a$ kompoziciją su φ_a^d, gauname, jog $k_c^b\eta_b\xi^d = \lambda k_c^a\varphi_a^d = 0$. Bet $\lambda \neq 0$, todėl $k_c^a\varphi_a^d = 0$ ir $k_c^a = 0$.

Jei $h_{cb} = 0$, tuomet ir $k_c^a = 0$. Iš (13) išplaukia, jog visi struktūros objektai kovariantiškai pastovūs.

Literatūra

1. A. Baškienė, Beveik kontaktinių struktūrų paraboliniai analogai, *Liet. matem. rink.*, **41**(spec. nr.), 233–238 (2001).
2. A. Baškienė, Apie parabolinio tipo beveik kontaktinių struktūrų normalumą, *Liet. matem. rink.*, **43**(spec. nr.), 163–166 (2003).

SUMMARY

A. Baškienė. Normal and integrable parabolic metric $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$***-structures on hypersurfaces of parabolic integrable*** (F, G)***-manifolds***

Parabolic $(\varphi, \xi, \eta, \lambda)$-structures and parabolic metric $(\varphi, \xi, \eta, g, \lambda)$-structures on hypersurfaces of parabolic integrable F-manifolds and parabolic integrable (F, G)-manifolds, respectively, are regarded. Necessary and sufficient normality and integrability conditions of these structures have been found.

Keywords: parabolic φ, ξ, η, λ-structure, parabolic metric φ, ξ, η, g, λ-structure, normality, integrability.