

# Kai kurie matematinio švietimo bruožai Lietuvoje priklausomybės metais

Juozas BANIONIS (VPU)

el. paštas: j.banionis@vpu.lt

**Reziumė.** Po Antrojo pasaulinio karo galutinai inkorporuojant Lietuvą į SSRS, visose jos gyvenimo sferose vyko beatodairškas sovietinimo procesas. Nebuvo aplenkta ir reikšminga visuomenės sritis – švietimas, kuris buvo pertvarkytas pagal SSRS modelį. Šiame straipsnyje aptariamas matematinio švietimo ypatybės Lietuvai esant priklausomai, t.y. SSRS sudėtyje.

Nors nepriklausomoje Lietuvoje spėta įdiegti moderni matematikos mokymo sistema, pagrįsta 1905 m. vykusios Meranės konferencijos idėjomis, tačiau pastarojo dalyko programos patyrė pertvarkymus pagal Maskvos nurodymus. Mūsų respublikoje išsigalėjo nuo 1935 m. Sovietų Sajungoje vykusi griežtai apibrėžta mokymo struktūra, o drauge su ja ir matematikos programa [1]. Vidurinių mokyklų matematikos programoje akcentuojama, jog būtina kovoti su šio dalyko dėstymo formalizmu. Tai turėtų būti pasiekta ugdant logišką mokinį mąstymą, gyvą erdvęs vaizdavimą, skiepijant darbo racionalumo, savarankiškumo īgūdžius, darbo tikslų īgyvendinimą [2]. Apskritai, buvo orientuojamasi mokinį stojimui į aukštają mokyklą. V–XI klasė matematikos dalykų sudarė sisteminiai aritmetikos, algebras, geometrijos ir trigonometrijos kursai. Būtent, V klasės akiratyje numatyta aprėpti trupmenas ir pagrindines geometrijos žinias, VI klasėje pradedamas sisteminis algebras ir geometrijos kursas, O VII klasėje – tai tėsiama toliau: VIII klasėje per algebras pamokas įvedama laipsniai, šaknys, kvadratinė funkcija bei jos grafikas, antrojo laipsnio lygtys, lygčių sistemas. Toje pačioje klasėje per geometriją buvo mokoma proporcingųjų atkarpu, figūrų panašumo. IX klasėje algebras pamokose buvo nagrinėjama progresijos, laipsnio rodiklio sąvokos apibendrinimas, rodiklinė funkcija, ribos. Per geometriją – trikampio, daugiakampio ir skritulio metriniai santykiai. X klasės algebras kurse nagrinėjama logaritmai, išskaitant ir supažindinimą su logaritmine liniuote, Niutono binomo ir junginių teoriją, o per geometriją buvo baigiamā planimetrija ir pradedamas sisteminis stereometrijos kursas. Lietuvos vidurinės mokyklos baigiamojoje – XI klasėje per algebra praplečiamą skaičiaus sąvoka ir pateikiamas bendros algebrinių lygčių teorijos žinios. Per geometriją supažindinama su briaunainiais, apvalaisiais kūnais, rutuliu ir jų paviršių plotu, tūrių skaičiavimu. Formulių išvedimui naudojamos ribos sąvoka ir žinomas ribų teoremos. Be to, X–XI klasėse buvo dar trigonometrija, kaip atskiras dalykas.

Tokia vidurinės mokyklos matematikos programa buvo vadovautasi iki šeštojo dešimtmečio vidurio. Būtina iškelti aptartos programos bruožą – neakcentuojama funkcijų nagrinėjimo svarba, neįtraukti aukštostosios matematikos elementai bei geometrijos atvaizdavimų idėja. Dar vienas bruožas – īgytu žinių taikymas lauko praktikoje.

Su šeštojo dešimtmečio pradžia keitėsi SSRS vidaus gyvenimas – ir jo pasekoje leidžiamuose švietimo politikos potvarkiuose keliamas mintis vystyti politechninę ir bendrojo lavinimo mokymą. Tuo tikslu buvo peržiūrima ir vidurinių mokyklų matematikos programa, kuri galutinai išitvirtino 1954/1955 mokslo metais. Aritmetikos kurse (V–VI klasėse) buvo pašalinta pasenusi medžiaga (pavyzdinių tipinių uždavinių sprendimas) [3]. Mokant aritmetinių veiksmų, iliustravimui rekomenduojama palaipsniui greta skaičių įvesti raides, t.y. kreipti mokinius algebro link.

Algebro kurse, pradedamame nuo VI klasės, sustiprinama funkcijinės priklausomybės idėja. Paprasčiausios funkcijos buvo išdėstomos VII klasėje, o VIII–IX klasėse funkcijų ratas sistemingai toliau plečiamas [4].

Geometrijos dalyke, kuris pradedamas VI klasėje buvo iškeliamas erdvės suvokimo, konstruktyvinių įgūdžių formavimo svarba. Todėl VII–VIII klasėse pateikiamos žinios apie paprasčiausias erdvės figūras. Trigonometrijos kursas, dėstytais X–XI klasėse, išliko iš esmės nepakitęs.

Nuo 1959 m. SSRS reformuota vidurinio mokslo struktūra, kurią dabar sudarė mokymasis aštuonmetėje mokykloje (I–VIII kl.), o po to – vidurinėje mokykloje (IX–XI kl.). Tuolaik SSRS Aukščiausioji taryba priėmė įstatymą apie mokyklos ryšio stiprinimą su gyvenimu ir apie tolimesnį liaudies švietimo vystymą SSRS. Dokumente buvo raginama įveikti mokyme susidariusi atotrūkį nuo gyvenimo ir tikslinėjau ruošti mokinius praktinei veiklai [5]. Todėl įgyvendinant minėto įstatymo direktyvas, buvo peržiūrėti matematikos mokymo turinys ir metodai. Dabar formuluojami jau kiti reikalavimai – t.y. „dėstant matematiką vidurinėje mokykloje reikia siekti, kad mokiniai tvirtai ir sąmoningai įsisavintų matematikos pagrindų žinias ir mokėtų tas žinias pritaikyti, sprendžiant praktinius klausimus bei mokantis gretimas disciplinas“[6].

Aštuonmetėje mokykloje aritmetikos kursas buvo pertvarkomas nežymiai, nes tai jau atlikta šeštojo dešimtmečio viduryje. Aritmetika pasitarnavo propedeutiniams algebro kurso nagrinėjimui ir mokinius supažindino su skaičių žymėjimu raidėmis, sudarant paprasčiausias formules iš raidžių ir skaičių.

Nors algebro kursas aštuonmetėje mokykloje išsaugojo savo tradicijas, bet Jame sustiprėjo funkcijinės priklausomybės idėja.

Aštuonmetėje mokykloje mokiniams mokymas apie skaičius buvo praplėčiamas iš pradžių (VI kl.) racionalaisiais skaičiais, o vėliau ir iracionalais skaičiais (VIII kl.) ir tuo suformuojant realaus skaičiaus sąvoką. Skaičiavimo įgūdžių gilinimui turėjo pasitarnauti logaritminės liniuotės naudojimas. „Skaičiavimas (logaritminės) liniuotės pagalba turiapti kasdieniu dalyku“ – [7] teigama 1960 m. matematikos programoje, kalbant apie mokymo VIII klasėje ypatybes. Aštuonmetės mokyklos geometrijos kursas tapo supaprastintu, paliekant tik tris tiesių lygiagretumo požymius, perkeliant į aukštesnes klasses sudėtingesnes temas. Susistemintas planimetrijos kursas buvo papildytas stereometrijos žiniomis.

Toliau išliko svarbiais praktiniai darbai, kurie buvo numatyti kiekvienoje aštuonmetės mokyklos klasėje. Be to, VIII klasėje buvo pateikiamos pagrindinės trigonometrijos žinios. Vidurinėje mokykloje – IX–XI klasėse matematiką nuo 1964/1965 m.m. sudarė algebra ir elementarinės funkcijos bei geometrija ir trigonometrijos kursas su skaidytas i du minėtus dalykus. Naujas – „Algebro ir elementarinių funkcijų“ kursas

apėmė tolesnį algebrinių operacijų ir lygčių nagrinėjimą, skaičiaus sąvokos išplėtimą ir pagrindinių elementariųjų funkcijų, jų grafikų bei kai kurių matematinės analizės sąvokų (ribos, išvestinės) nagrinėjimą [8]. Be rodiklinių, logaritminių funkcijų nagrinėjamos transcendentinės funkcijos. Apskritai, funkcijų mokymas bandytas sieti su realiais gyvenimiškais procesais, kuriuos aprašo atitinkamos funkcijos.

Tobulėjo ir naujas geometrijos kursas, kuris susidėjo iš planimetrijos (IX kl.) ir stereometrijos (X–XI kl.). Nauja planimetroje buvo tai, kad įvedamos geometrinės transformacijos ir nagrinėjama lygiagretus postūmis, ašinė ir centrinė simetrija, sukimės ir homotetija.

Stereometrijos kursu buvo rodoma matematikos mokslo deduktyvinė struktūra. Nors geometrijoje išryškinamas loginio mąstymo vaidmuo, bet neatsisakoma nuo vaizdumo priemonių panaudojimo.

Septintojo dešimtmečio pradžioje, įgyvendinant naujas švietimo programas SSRS, buvo kuriamos klasės su matematine specializacija, kur žymiai plačiau [palyginus su bendrojo lavinimo mokyklų programa] dėstoma matematika [9]. Nuo septintojo dešimtmečio vidurio SSRS prasidėjo naujų mokymo programų kūrimo procesas. Jos turėjo įteisinti „protinę atitikimą tarp mokyklinio dėstymo ir šiuolaikinių techninių žinių ir kultūros pažangos“ [10]. Tuomet formuojant mokyklinės matematikos modernizavimo koncepciją, buvo atsižvelgta į 1959 metais Reimonto konferencijoje numatyta naują matematinio švietimo reformą. Kaip žinia, pastarajai įtakos turėjo matematikų grupė, vadina N.Bourbaki vardu. Ji siekė formalizuoti matematiką ir iškelti šio mokslo vieningumą. 1969 m. akademikas A.Kolmogorovas pasiūlo naują mokyklinės matematikos koncepciją, pagrįsdamas ją dviem tezėmis: pirmiai, visos matematikos pagrindas yra aibių teorija; antra, specialūs matematikos skyriai sudaro struktūras, o kiekviena jų (pavyzdžiui, algebrinė, geometrinė) kuriama, įvedant aksiomų sistemą bazinėje aibėje.

1965–1967 metais buvo paruošti du nauji matematikos programų variantai. Vado-vaujantis jais keitėsi kurso struktūra: pradinė matematika – I–III klasės, IV–V klasėse mokoma aritmetikos ir algebras elementų (pradmenų) bei geometrijos (pradinės žinios), VI klasėje įvedamas algebras kursas, IX–XI klasėse – algebras ir analizės pradmenų, o sisteminis geometrijos kursas nagrinėjamas nuo VI klasės: VI–VIII klasėse einama planimetrija, IX–XI klasėse – stereometrija.

Lietuvoje naujaja programa pradėta vadovautis nuo 1971/1972 m.m. Apskritai, A. Kolmogorovo iškeltos idėjos – įdiegti teorines aibių pozicijas į mokyklinę matematikos kursą ir įtvirtinti transformacijų, kaip geometrijos kurso pagrindą – tapo aštuntajame dešimtmetyje įgyvendinamos mokykloje. Tai padėjo mokiniams suformuoti aiškias ir tikslias sąvokas, kaip funkcija, atvaizdas, lygtis, tapatybė ir pan. Tuo pačiu išaugo ir pagilėjo vidurinės mokyklos mokyklinės žinios [11].

Tačiau, jau baigiantis aštuntam dešimtmečiui SSRS, pradedama siūlyti nauja matematinės programos koncepcija. Jos vienas autorius akademikas I. M. Vinogradovas teigė, kad nereikia remtis aibių teorija, dėstant vidurinėje mokykloje matematiką, o atvaizdžių teorijos pagrindu sudarinėti mokyklinės geometrijos kursą [12].

Tuo laikotarpiu aktyviai į naujų matematikos programų svarstymą įsijungė ir Lietuvos SSR mokytojai per metodinių konferencijų matematikos sekcijas. Baigiamosios

išvados buvo pateiktos prie Lietuvos SSR Švietimo ministerijos veikiančioje Mokslinės metodinės tarybos matematikos komisijoje. Tuometinis jos pirmininkas docentas Jonas Kisielius pastebėjo, jog iš esmės su teikiamomis projekte idėjomis sutikta ir pateikė keletą kritiškų pastabų. Buvo siūloma papildomai įvesti vartojamus matematinėje literatūroje terminus „sudėti daugianarius“, „sudėti trupmenas“, supaprastinti „Apytikslio skaičiavimo“ temą, plačiai naudoti mikroelektroninius skaičiavimo prietaisus, keisti atvaizdavimų dėstymo stilių bei simboliką, iškelti iš aštuntos klasės „Pradinį stereometrijos žinių“ temą ir pan. [13].

Palaipsniui devintojo dešimtmečio pradžioje mokyklinės matematikos programos buvo keičiamos. Tačiau esminių pakitimų tiek SSRS, tiek Lietuvos SSR sulaukta po 1984 metų balandžio mėnesio paskelbtu SSKP CK ir SSRS Aukščiausiosios tarybos direktyvą „Bendrojo lavinimo mokyklos reformos pagrindinės kryptys“. Pasikeitė pačios mokyklos struktūra: pradinė (I–IV klasės), nepilna vidurinė (I–IX klasės), vidurinė (I–XII klasės).

Pradėta reforma siekė patikslinti mokomujų dalykų turinį ir apimtį, pašalinti mokymo programų bei atitinkamai vadovėlių perkrovimą, tiksliai išdėstyti pagrindines mokymo dalykų savokas ir idėjas, apibrėžti kiekvienai klasei dalyko optimalaus mokėjimų ir įgūdžių apimtį [14]. Lietuvoje prie naujos matematikos programos galutinai pereita nuo 1987/1988 mokslo metų.

IV–V klasėse matematikos kurso turinį sudarė aritmetika, algebras ir geometrijos elementai, VI–IX klasėse – algebra ir geometrija, o X–XII klasėse – algebras ir analizės pradmenys ir geometrija [15].

Pirmiausia, IV–V klasės dalyko kurse pašalintos teorinės aibių ir logikos savokos, atsisakyta medžiagos algebrizavimo. Be to, peržiūrėta geometrijos medžiaga (geometrinės figūros, dydžių pavyzdžiai ir braižymo bei matavimo įrankiai).

Pertvarkytas algebras kursas (VI–IX kl.) pasižymėjo aukštesniu teoriniu mokymo lygiu. Tam koncretuotasi į teorijos klausimų sistemingą mokymą ir įrodymus, praktinius įgūdžius. Tuo metu geometrijos kurse (VI–VIII kl.) sistemingai mokoma planimetrijos pagrindinių faktų, ugdoma erdvinis vaizdavimas, o tai ryškino dedukcijos vaidmenį. X–XII klasėje algebras ir analizės pradmenys nagrinėjo funkcijas, kaip vieną svarbiausių matematikos mokslo objektų, parodė bendrus matematikos metodus.

Iš funkcijų buvo sistemingai aptariamos trigonometrinės, rodiklinės ir logaritminės funkcijos, o toliau igytos žinios taikomos, sprendžiant atitinkamas lygtis ir nelygybes.

Įsisavintas matematinės analizės aparatas (išvestinės, pirmynkštės funkcijos, diferenciacijos formulės, apibrėžiniai integralai) tarnavo elementariųjų funkcijų tyrimui, nesudėtingų geometrijos uždavinių sprendimui. Tose pačiose klasėse geometrija teikė sistemingą žinių apie pagrindinių erdvių geometrinių kūnų savybes, jų paviršių plotų ir tūrių skaičiavimą, geometrinių transformacijų, vektorių ir koordinacių taikymą [16].

Kaip matyti iš vidurinės mokyklos programos SSRS, tuo pačiu ir Lietuvoje devintojo dešimtmečio pabaigoje įsitvirtino mokyklinis matematikos kursas, kurio bazinio turinio pagrindai buvo pakloti 1960–1970 m. Tokiu būdu, galima teigti, kad paskutiniaisiais dešimtmečiais pasikeitė mokyklinės matematikos turinys, išplėstas taikymu ratus. Naujoji programa, kuri buvo formuojama septintajame-devintajame dešimtmečyje priartino mokyklinę matematiką prie šiuolaikinė matematikos mokslo sampratos. Tam pasitarnavo geometrinių metodų įvedimas į algebrą, matematinės analizės elementų, geometrinių atvaizdavimų bei vektorių atsiradimas geometrijoje.

## Literatūra ir šaltiniai

1. B.V. Gnedenko, G.G. Maslova, R.S. Čerkasov, Razvitije školnovo matematičeskovo obrazovanija v Sovetskom Sojuze za 70 let, *Matematika v škole*, 6 (1987).
2. Lietuvos TSR Švietimo ministerija, *Vidurinių mokyklų programos. Matematika, fizika, astronomija, chemija*, Kaunas (1949).
3. B.V. Gnedenko, G.G. Maslova, R.S. Čerkasov, Razvitije školnovo matematičeskovo obrazovanija v Sovetskom Sojuze za 70 let, *Matematika v škole*, 6 (1987).
4. Lietuvos TSR Švietimo ministerija, Mokyklų valdyba, *Vidurinių mokyklų programos. Matematika*, Kaunas (1952).
5. Prepodovanije matematiki v sovetskoj škole na urovenj novych zadač, *Matematika v škole*, 3 (1959).
6. Lietuvos TSR Švietimo ministerija, *Vidurinių mokyklų programos. Matematika*, Kaunas (1960).
7. Ibid.
8. Lietuvos TSR Švietimo ministerija, *Vidurinių mokyklų programa. Matematika V–XI klasei*, Kaunas (1963).
9. B.V. Gnedenko, G.G. Maslova, R.S. Čerkasov, Razvitije školnovo matematičeskovo obrazovanija v Sovetskom Sojuze za 70 let, *Matematika v škole*, 6 (1987).
10. A.I. Markuševič, Nekotoryje problemy obučenija matematike v škole, *Matematika v škole*, 6 (1969).
11. Naši predpoloženija po projektam programm matematiki v škole dlja IX–X kl. srednej obščeobrazovaletnoj školy, *Matematika v škole*, 5 (1979).
12. Programma po matematike dlja IX–X kl. srednej školy, *Matematika v škole*, 2 (1979)
13. J. Kisielius, O projekte programm po matematike dlja srednej školy, *Matematika v škole*, 12 (1979).
14. V.M. Monachov, Soveršenstvovaniye prepodovanija matematiki v svete trebovaniyi reformy školy, *Matematika v škole*, 6 (1984).
15. B.V. Gnedenko, G.G. Maslova, R.S. Čerkasov, Razvitije školnovo matematičeskovo obrazovanija v Sovetskom Sojuze za 70 let, *Matematika v škole*, 6, (1987 ).
16. Lietuvos TSR Švietimo ministerija, *Nepilnų vidurinių ir vidurinių mokyklų programos. Matematika V–XII klasė*, Kaunas (1987).

### SUMMARY

#### **J. Banionis. Some features of mathematical education in Lithuania during the years of dependence**

With Lithuania's incorporation in the USSR strictly limited system of soviet education was introduced in the country. This type of education had already been functioning since 1935. At that time curriculums of secondary school emphasized the necessity to educate pupils' logical thinking, vivid imagination of space. In V–XI forms mathematics as a subject consisted of systemic arithmetic, algebra, geometry and trigonometry courses, which were sufficient for students entering the institutions of higher education. Starting with the year 1954 the USSR changed the structure of secondary education and revised the content and methods of teaching mathematics. One of newly created requirements was aimed at applying mathematical basic knowledge in practice and in teaching other subjects. Composing of mathematical functions was emphasized as one of priorities which was tried to make related with real processes. In the middle of the 7th decade creation of new educational programme was started in the USSR. A. Kolmogorov under the influence of the ideas of 1959 Reimont conference started implementation of theoretical positions of mathematical sets into curriculum of secondary school and treated transformations as the basics of geometry at school. At the beginning of the 9th century the syllabi of geometry were changed gradually. New syllabus of mathematics finally spread in Lithuania in 1987/1988. The aim of the started reform was to specify the content and scope of teaching subjects, eliminate some material from overburdened textbooks, to identify optimal scope of competence and skills according to a subject of every form at school. In general, in the new syllabus of mathematics, which was formed in the 7th – 9th decade, mathematics at school was set closer to modern notion of mathematics as a science.

**Keywords:** teching mathematics, Reimont conference, syllabus, modern notion.