Liet. matem. rink., T. 43, spec. nr., 403–405

Matematiniai terminai: tradicijos ir tikslumas

Eugenijus STANKUS (VU)
el. paštas: eugenijus.stankus@maf.vu.lt

Daugeliui rašančių matematikos klausimais, o ypač vadovėlius, neretai iškyla neaiškumų dėl matematinių terminų tikslumo, jų tradiciškumo bei vartojimo. Žinoma, yra matematinių terminų žodynas [8], tačiau ir jis kartais nepadeda. Šiame straipsnelyje ir sumanyta paanalizuoti kai kurias tokio pobūdžio problemas.

Pirmiausia panagrinėsime „problemiškus terminus" neseniai išėjusiuose XI klasės vadovėliuose [3], [4] bei uždavinyne [5]. Dėl to vadovėlių autoriams dažniausiai tenka kalbėtis su matematikos mokytojais aiškinant naudojamus terminus bei jų vartojimo tikslingumą. Mažiau šio pobūdžio problemų kyla su vadovėlių universitetų (pavyzdžiui, [2]) bei kolegijų (pavyzdžiui, [1]) studentams terminais. Taip tikriausiai yra todėl, kad juose dėstoma nemažai naujų, mokykloje nenagrinėtų temų, jų terminai – taip pat nauji. Netgi ir tuo atveju, jeigu vidurinėje mokykloje tuo pačiu žodžiu buvo vadinama kas nors kita negu dabar, galima pasakyti, kad terminą vartojame platesne prasme, kad jis labiau čia tinka ir pan.

Dėl vieno termino „lygties sprendinys", atrodo, nebėra prieštaraujančių (nors anksčiau manyta ir kitaip). Šis terminas vartojamas minėtuose mokykliniuose vadovėliuose vietoje anksčiau mėgto „lygties šaknis". Manoma, kad „sprendinys" geriau atspindi tai, ko reikia. Šis terminas tinka ir lygtims su vienu nežinomuoju, ir lygtims su keliais nežinomaisiais, ir nelygybėms, ko negalėtume tvirtinti apie „šaknis". Tačiau „polinomo šaknys" – visai priimtinos ir vartojamos universitete dėstant polinomų teoriją. Taip pat visiškai atsisakyta ydingo „lygties pašalinio sprendinio" – juk duotasis skaičius yra lygties sprendinys arba nėra. Šitokios problemos paprastai susijusios su lygčių ekvivalentumo klausimais, o pastarieji – su algebrinių reiškinių tapatumu tam tikroje srityje. Čia sėkmingai naudojame „reiškinio suprastinimą" – suvokiame, kad duotąjį algebrinį reiškinį tam tikroje kintamųjų srityje užrašėme paprastesne forma. Tačiau ir paprastąją trupmeną galima „suprastinti" jos skaitiklį ir vardiklį padalijant iš to paties skaičiaus. O nelabai seniai turėjome išsireiškimą „supaprastinti reiškinį", tačiau įpratome susivokti iš konteksto ir apsieiti vien su „suprastinti".

Dėl funkcijos sąvokos paprastai neaiškumų nebūna – sakoma, jog tai taisyklė, kiekvienai vieno kintamojo reikšmei priskirianti vienintelę kito kintamojo reikšmę. Tačiau, kai kalbama apie funkcijos grafiką, problemų atsiranda, nors pats funkcijos grafiko apibrėžimas (funkcijos $y = f(x)$ grafiku vadinama plokštumos taškų aibė $\{(x; f(x)), x \in X\}$; čia X yra funkcijos apibrėžimo sritis) abejonių nekelia. Toks apibrėžimas pateiktas V. Kabailos [6], P. Rumšo [10] ir aukščiau minėtuose mokykliniuose vadovėliuose. Neaiškumai dažniausiai susiję su funkcijos grafiko vaizdavimu koordinačių plokštumoje. Pavyzdžiui, kai užduotis formuluojama pasitelkiant grafiką, dažnai neaišku, ar brėžinyje pavaizduotas funkcijos grafikas, ar tik jo dalis. Iš tikrųjų pagal apibrėžimą grafikas yra visų taškų $\{(x; f(x)), x \in X\}$ aibė, tačiau jeigu X yra realiųjų skaičių tiesė, viso grafiko pavaizduoti neturime galimybės. Taigi mėgstantys griežtą stilių tokiais atvejais turėtų kalbėti apie tam tikrą grafiko dalį, kas, žinoma, apsunkintų tekstą.

Atvirkštinės funkcijos sąvokos ir jos grafiko pateikimo problemos išsamiai išanalizuotos žurnale „Alfa plius omega" R. Kudžmos [7] ir V. Stakėno [11] straipsniuose, todėl čia jų nebegvildensime – pakanka ir kitų panašaus pobūdžio problemų. Trumpai tariant, R. Kudžma atvirkštinės funkcijos pateikimą XI klasės vadovėlyje laiko klaidingu ir siūlo savo dėstymo variantą. Gi V. Stakėno bei kitų autorių kolektyvo narių požiūriu mokykliniuose vadovėliuose atvirkštinė funkcija išdėstyta tiesiog tradiciškai, kaip tai daroma daugelio šalių matematikos vadovėliuose. Manome, kad pernelyg revoliucingos reformos gali tik pakenkti ir be to reformuojamai mūsų mokyklai.

Funkcijos didėjimas ir mažėjimas irgi, pasirodo, gana problemiškos sąvokos. Pirmiausia priekabus matematikas sakys, jog funkcija didėti ar mažėti apskritai negali, nes funkcija – tai taisyklė. Iš tikrųjų juk funkcijos priklausomo kintamojo reikšmės didėja, arba atitinkamai mažėja, didinant nepriklausomo kintamojo reikšmes kokiame nors intervale. Tačiau čia su šiuo išsireiškimu tenka susitaikyti dėl jo trumpumo. Analizuojant šios temos uždavinius iš įvairių gausiai leidžiamų ruošimosi egzaminams knygelių ar pačias egzaminų užduotis dažnai iškyla ir kitas klausimas. Pavyzdžiui, funkcija $y = 3(x - 1)^2$ didėja intervale $[1; +\infty)$, o intervale $(-\infty; 1]$ mažėja. Kyla klausimas – tai taške $x = 1$ ji ir didėja, ir mažėja? – Negerai. Su atviru funkcijos didėjimo ar mažėjimo intervalu žymiai patogiau dirbti toliau apibrėžiant išvestinę ir pan. Taip XI klasės vadovėlyje atsirado, kad jei funkcija didėja atvirame intervale I, tai šį intervalą vadinsime funkcijos didėjimo, jei mažėja – mažėjimo intervalu. Taigi funkcijos didėjimo ir mažėjimo intervalai šiame vadovėlyje gali būti tik atviri. Gal ir nelabai geras sprendimas, tačiau rašant šitoks susitarimas pasirodė labiausiai priimtinas.

Dar apie kelias tikimybių teorijos sąvokas. Mokykliniuose vadovėliuose matematiniu požiūriu labai netiksliai, tačiau tradiciškai, vartojama elementariojo įvykio sąvoka. Čia elementarusis įvykis sutapatinamas su baigtimi tokiu sakiniu – bandymo baigtys dažnai vadinamos elementariaisiais įvykiais. Visi puikiai tai suvokdami sutapatiname aibę, sudarytą iš vieno elemento (kiekvienas įvykis yra tam tikra baigčių aibė) su jos elementu – baigtimi. Ar čia dėl teisingumo nevertėjo sulaužyti tradicijų?

Analizuojant mokyklinius vadovėlius dažnai atkreipiamas dėmesys į tai, kaip suvokiama pati baigčių aibė. Žinoma, tokių problemų nekyla dėstant tikimybių teoriją abstrakčiai, išeinant iš tikimybių teorijos aksiomų. Tačiau nagrinėjant šią sąvoką su mokytojais, mokiniais ar studentais, paaiškėja, kad baigtis galima apibrėžti įvairiai, nors [9] rašoma – tokie neskaidomi įvykiai vadinami elementariaisiais. Kodėl neskaidomi? Argi įprastinio lošimo kauliuko metimo bandymo negalima nagrinėti susieto su dviem baigtimis: e_1 = „atsiverčia sienelė su lyginiu akučių skaičiumi", e_2 = „atsiverčia sienelė su nelyginiu akučių skaičiumi". Baigčių aibės pasirinkimas modeliuojant vieną ar kitą reiškinį priklauso nuo to, kaip apibrėžtas pats bandymas. Šiuo atveju gal būt reikia stebėti tik atvirtusių akučių skaičiaus lyginumą. Vadinasi, reikia atkreipti dėmesį ir į paties bandymo sąvoką. Jeigu nenorime, kad iškiltų ši problema, turime labai tiksliai suformuluoti uždavinį, t.y. bandymo sąvoka turėtų apimti ne tik sąlygas, prie kurių nagrinėjamas įvykis gali įvykti arba neįvykti, bet ir tai, kas stebima. Pavyzdžiui, bandymas – metamos dvi monetos – visai nesako, kokią baigčių aibę turėtume pasirinkti. Žinoma, tradiciškai sudaroma baigčių aibė $\{e_1 = (H, H), e_2 = (H, S), e_3 = (S, H), e_4 = (S, S)\}$. Tačiau galima sudaryti ir kitokias baigčių aibes, pavyzdžiui, $\{e_1 =$ „nė viena moneta neatsivertė herbu“, $e_2 =$ „viena moneta atsivertė herbu“, $e_3 =$ „dvi monetos atsivertė herbu“$\}$. Norėdami, kad būtų susivokta, kad kalbama apie aukščiau užrašytą baigčių aibę, turėtume pasakyti, kad stebima, kuria puse atsivertė pirmoji moneta ir kuria puse atsivertė antroji moneta. Įdėmiau skaitantis XI klasės vadovėlį galėtų pastebėti, kad šitokio pobūdžio daugiaprasmiškumų buvo stengtasi išvengti.

Dar viena tradicija – matematinė viltis. Labai norėtusi rašyti – vidurkis. Pastarasis terminas labiau priimtinas dėl to, kad tiksliau atspindi sąvokos esmę, be to yra lietuviškesnis ir trumpas. Belieka tik apgailestauti, kad mokyklinėje literatūroje pagrindiniu terminu laikomas „matematinė viltis“, o tik skliausteliuose rašoma – dar vadinama ir vidurkiu. Turėtų būti atvirkščiai, tačiau tradicijos...

Literatūra

[1] A. Apynis, E. Stankus, *Taikomoji matematika*, Mokomoji knyga, Vilnius, VVK leidykla (2000).

[2] A. Apynis, E. Stankus, *Matematika*, Vadovėlis su taikymo ekonomikoje pavyzdžiais, Vilnius, TEV (2001).

[3] K. Intienė, A. Skūpas, V. Stakėnas, E. Stankus, V. Vitkus, *Matematika* 11, I dalis, Vilnius, TEV (2002).

[4] K. Intienė, A. Skūpas, V. Stakėnas, E. Stankus, V. Vitkus, *Matematika* 11, II dalis, Vilnius, TEV (2002).

[5] K. Intienė, E. Stankus, V. Vitkus, *Matematika* 11, Uždavinynas, Vilnius, TEV (2002).

[6] V. Kabaila, *Matematinė analizė*, I dalis, Vilnius, Mokslas (1983).

[7] R. Kudžma, Atvirkštinė funkcija ir jos grafikas, *Alfa plius Omega*, 3(16), 43–47 (2002).

[8] *Matematikos terminų žodynas*, Mokslinis redaktorius J. Kubilius, Vilnius, Mokslo ir enciklopedijų leidykla (1994).

[9] A. Plikusas, *Kombinatorikos, tikimybių teorijos ir statistikos pradmenys*, Mokomoji knyga XI–XII klasei, Kaunas, Šviesa (2000).

[10] P. Rumšas, *Trumpas aukštosios matematikos kursas*, Vilnius, Mokslas (1976).

[11] V. Stakėnas, Atvirkštinė funkcija: tradicinis požiūris, *Alfa plius Omega*, 3(16), 48–50 (2002).

Terminology of mathematics: conventionality and correctness

E. Stankus

The conventionality and correctness of the terminology of mathematics in textbooks are disscused. The concepts of the solution of equation, of the graph of a function, of the elementary event and other are analyzed.