Liet. matem. rink., T. 42, spec. nr., 675–677

Dinaminio slopintuvo taikymas dalimis tiesinėje sistemoje

Genovaitė ZAKSIENĖ (KTU)
el. paštas: kat1502@fmf.ktu.lt

Efektyvus būdas kovoti su žalingais virpesiais yra dinaminių slopintuvų taikymas mechaninei sistemai. Dinaminiai slopintuvai turi tokį privalumą, kad jų panaudojimas nereikalauja esminių konstrukcinių pakeitimų. Jei pagrindinę masę veikianti jėga iššaukia pavojingai dideles virpesių amplitudes, tai prijungus dinaminį slopintuvą, t.y., papildomą masę, ir parinkus tos masės parametrus, galima žymiai sumažinti amplitudę. Tegu dinaminis modelis yra aprašomas diferencialinių lygčių sistema:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + f(x) - c_1(x_1 - x) = A\sin\omega t, \\ m_1\ddot{x}_1 + c_1(x_1 - x) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

čia m_1, c_1 – tiesinio dinaminio slopintuvo parametrai, m, $f(x)$ – pagrindinės sistemos masė ir standumo charakteristika, kuri yra dalimis tiesinė.

$$f(x) = cx, \quad |x| < x_y, \quad f(x) = (c + c_0)x - c_0 x_y \operatorname{sign} x, |x| > x_y, \tag{2}$$

čia x_y – sistemos judesio apribojimas; c, c_0 – standumo charakteristikos parametrai.

Sistemai spręsti taikomas harmoninės linearizacijos metodas. Netiesinė standumo charakteristika ištiesinama:

$$f(x) = q \cdot x. \tag{3}$$

Sistemos sprendiniai bus

$$x = \beta\sin\tau, \quad x_1 = \beta_1\sin\tau, \tag{4}$$

čia $\tau = \omega t$.

Ištiesintos standumo charakteristikos koeficientas q apskaičiuojamas taip:

$$\begin{aligned} q(\beta) &= \frac{1}{\pi\beta}\int_0^{2\pi} f(\beta\sin\tau)\cdot\sin\tau\,\mathrm{d}\tau = \frac{4}{\pi\beta}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\beta\sin\tau)\cdot\sin\tau\,\mathrm{d}\tau \\ &= \frac{4}{\pi\beta}\int_0^{\tau_1} c\beta\sin^2\tau\,\mathrm{d}\tau + \frac{4}{\pi\beta}\int_{\tau_1}^{\frac{\pi}{2}} \big((c + c_0)(\beta\sin\tau - x_y) + cx_y\big)\sin\tau\,\mathrm{d}\tau \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{4c}{\pi}\left(\frac{\tau}{2}\Big|_0^{\tau_1} - \frac{1}{4}\sin 2\tau\Big|_0^{\tau_1}\right) + \frac{4\,(c+c_0)}{\pi}\left(\frac{\tau}{2}\Big|_{\tau_1}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{4}\sin 2\tau\Big|_{\tau_1}^{\frac{\pi}{2}}\right)\\
&+\frac{4\,(c+c_0)}{\pi\beta}\cos\tau\Big|_{\tau_1}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{4cx_y}{\pi\beta}\cos\tau\Big|_{\tau_1}^{\frac{\pi}{2}}\\
&= (c+c_0) - \frac{2c_0}{\pi}\left(\arcsin\frac{x_y}{\beta} + \frac{x_y}{\beta}\sqrt{1-\left(\frac{x_y}{\beta}\right)^2}\right),
\end{aligned}
\tag{5}
$$

kur $\tau_1 = \arcsin\frac{x_y}{\beta}$.

Įstačius į (1) sistemą sprendinio išraiškas (4) ir ištiesintą standumo charakteristiką, lygčių sistema pertvarkoma taip:

$$
\begin{cases}
m\omega^2\ddot{x} + qx - c_1\,(x_1 - x) = A\sin\tau,\\
m_1\omega^2\ddot{x}_1 + c_1\,(x_1 - x) = 0.
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
-m\omega^2\beta^2 + q\beta - c_1\,(\beta_1 - \beta) = A,\\
-m_1\omega^2\beta_1 + c_1\,(\beta_1 - \beta) = 0.
\end{cases}
\tag{6}
$$

Dinaminio slopintuvo amplitudė iš (6) sistemos antrosios lygties randama

$$
\beta_1 = \frac{c_1\beta}{c_1 - m_1\omega^2}.
$$

Pagrindinės masės amplitudė β, įstačius β_1 išraišką į (6) sistemos pirmą lygtį, bus:

$$
\frac{\beta c_1}{A} = \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\left(-\frac{1}{\mu} + \frac{q}{c_1}\left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2 - \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}\right)},
\tag{7}
$$

čia $\mu = \frac{m_1}{m}$, $\omega_1^2 = \frac{c_1}{m_1}$.

Pertvarkius (7) lygtį, gaunama amplitudinė dažnuminė charakteristika:

$$
\frac{\beta c_1}{A} = \frac{1-\gamma^2}{\gamma^2\left(-\frac{1}{\mu}\,(1-\gamma^2) + \frac{q}{c_1}\frac{1}{\gamma^2}\,(1-\gamma^2) - 1\right)},
\tag{8}
$$

čia $\frac{\omega}{\omega_1} = \gamma$.

Iš (8) lygties matyti, kad $\beta \to 0$, kai $\gamma^2 \to 1$.

Atitinkamai parinkus dinaminio slopintuvo parametrus, pagrindiniai virpesiai sistemoje nuslopinami. Bedimensinėse koordinatėse amplitudinės dažnuminės charakteristikos su dinaminiu slopintuvu ir be dinaminio slopintuvo bus tokios:

$$
\begin{aligned}
&a\gamma^2\left(-\frac{1}{\mu} + \frac{q}{c_1}\frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{1-\gamma^2}\right) - \frac{A}{c_1x_y} = 0,\\
&a\left(1 - \frac{2c_0}{(c+c_0)\,\pi}\left(\arcsin\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}\right) - \gamma_1^2\right) = \frac{A}{x_y(c+c_0)},
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$\frac{\beta}{x_y} = a, \quad \gamma_1 = \frac{\omega}{\omega_2}, \quad \omega_2^2 = \frac{c + c_0}{m}.$$

Perėjus prie ribos, kai $a \to \infty$ amplitudinėje dažnuminėje charakteristikoje, kuri pertvarkoma taip:

$$a = \frac{\frac{A}{c_1 x_y}}{\left(-\frac{1}{\mu}\gamma^2 + \left(\frac{c+c_0}{c_1} - \frac{2c_0}{c_1\pi}\left(\arcsin\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\sqrt{1 - \frac{1}{a^2}}\right)\right) - \frac{\gamma^2}{1-\gamma^2}\right)},$$

gaunama lygtis rezonansiniams dažniams nustatyti

$$-\frac{1}{\mu}\gamma^2 + \frac{c + c_0}{c_1} - \frac{\gamma^2}{1 - \gamma^2} = 0. \tag{10}$$

Išsprendus lygtį (10), sistema turės rezonansinius virpesius, kai:

$$\gamma_{1,2}^2 = \frac{1 + \frac{c+c_0}{c_1}(1+\mu) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{c+c_0}{c_1}(1+\mu)\right)^2 - 4\frac{(c+c_0)\mu}{c_1}}}{2}.$$

Esant išpildytai sąlygai $\left(1 + \frac{c+c_0}{c_1}(1+\mu)\right)^2 > \frac{4(c+c_0)\mu}{c_1}$, atstumas tarp rezonansų lygus:

$$\Delta = \gamma_1^2 - \gamma_2^2 = \sqrt{\left(1 + \frac{c + c_0}{c_1}(1+\mu)\right)^2 - 4\frac{(c + c_0)\,\mu}{c_1}}.$$

Tiesinis dinaminis slopintuvas netiesinėje sistemoje yra žymiai efektyvesnis negu tiesinėje, veikia žymiai platesnėje dažnio juostoje.

Literatūra

[1] E.A. Grebnikov, J.A. Riabov, *Konstruktyvūs netiesinių sistemų tyrimo metodai*, Nauka, Maskva (1989) (rusų k.).

[2] G. Zaksienė, Standumo charakteristikų sintezės uždavinys, esant subharmoniniams virpesiams, *Liet. matem. draugijos mokslo darbai*, II tomas, 478–482 (1998).

Application of the dynamical damper in a piecewise linear system

G. Zaksienė

The linear dynamical damper of nonlinear system functions better than in linear system. It can compensate excitation in the wild diapason of frequency.