Lietuvos matematikos rinkinys
Lietuvos matematikų draugijos darbai, ser. B
64 tomas, 2023, 114–123
https://doi.org/10.15388/LMR.2023.33601

Ar reikia mišriųjų skaičių?

Robertas Vilkas

Vilniaus Vytauto Didžiojo gimnazija
Augustijonų g. 8, LT-01127 Vilnius, Lietuva
El. paštas: robertas.vilkas@gmail.com

Įteiktas 2023 liepos 11; publikuotas 2023 lapkričio 20

Santrauka. Pateikiama daug priežasčių, dėl kurių nereikėtų naudoti mišriųjų skaičių.

Raktiniai žodžiai: mišrieji skaičiai; mišriosios trupmenos

AMS: 97H20

1 Mišrusis skaičius ar mišrioji trupmena?

Lietuviškuose vadovėliuose yra paplitęs terminas *mišrusis skaičius*, tačiau angliškoje literatūroje naudojami abu terminai:

– *mixed number* [7, p. 225],
– *mixed fraction* [6, p. 1925].

Pagal sąvokos esmę, manau, kad geriau tinkantis terminas yra *mišrioji trupmena* dėl šių priežasčių:

1) Skaičiaus užrašymo formos: paprastoji **trupmena** $\frac{5}{2}$, mišrioji **trupmena** $2\frac{1}{2}$, dešimtainė **trupmena** 2,5.
2) Atskiras *grandininės trupmenos* [1, p. 75] (*continued fraction* [6, p. 539])

$$q_0 + \cfrac{1}{q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \dots}}$$

atvejis yra grandininė **trupmena** $q_0 + \dfrac{1}{q_1}$, kuri sutampa su mišriąja **trupmena** $q_0\dfrac{1}{q_1}$.

3) Paprastai žodis **skaičius** kartu su įvardžiuotiniu būdvardžiu naudojamas, kai norime pasakyti *aibę*, kuriai tas skaičius priklauso, pvz. realusis skaičius, sveikasis skaičius ir pan. Tačiau *mišriųjų skaičių aibės* termino nėra ir negali būti, nes pvz. skaičius $2\frac{1}{2}$ yra mišrusis, o skaičius $\frac{5}{2}$ nėra mišrusis, nors jie abu yra tie patys racionaliųjų skaičių aibės elementai. Mišrusis skaičius yra tik viena iš skaičiaus *užrašymo formų*.

2 Kas yra mišrusis skaičius?

O koks gi yra mišriojo skaičiaus apibrėžimas? Pasirodo, kad nėra visuotinai priimto apibrėžimo.

Žinomas mokyklinės matematikos specialistas Hung-Hsi Wu [7, p. 225] pateikia tokį apibrėžimą:

1 apibrėžimas. In general, for a whole number q and a *proper* fraction $\frac{r}{\ell}$, the notation

$$\boldsymbol{q\frac{r}{\ell}} \quad \text{stands for} \quad q + \frac{r}{\ell},$$

and it is called a ***mixed number***.

A whole number yra neneigiamas sveikasis skaičius [7, p. 3], t. y. nulis šiai aibei priklauso.

1 apibrėžimo **niuansai**:

1) Vadinasi, $0\frac{1}{2} = 0 + \frac{1}{2}$ yra taip pat mišrusis skaičius (nors autorius tokių pavyzdžių nenagrinėja, t. y. ši vieta yra neaiški).
2) Iš ten, t. y. [7], pateikto konteksto susidaro įspūdis, kad mišrieji skaičiai nėra neigiami (nors autorius aplamai neigiamas trupmenas įveda tik 376 puslapyje, tačiau nieko apie neigiamus mišriuosius skaičius nepavyko rasti).
3) Aišku yra tai, kad mišriajame skaičiuje yra reikalaujama, kad trupmena būtų *taisyklingoji*, t. y. $r < \ell$.
4) Sveikieji skaičiai negali būti išreikšti mišriuoju skaičiumi (nes panašu, kad H. Wu taisyklingomis trupmenomis laiko tik teigiamas, t. y. nelygias nuliui).

Vienoje iš matematikos enciklopedijų [6, p. 1925] yra toks apibrėžimas:

2 apibrėžimas [Mixed Fraction]. An *improper fraction* $\frac{p}{q} > 1$ written in the form $n+\frac{r}{s}$. In common usage such as cooking recipes, $n+\frac{r}{s}$ is often written as $n\frac{r}{s}$ (e.g., $1\frac{1}{2}$); much to the chagrin of mathematicians, to whom $n\frac{r}{s}$ means $\frac{nr}{s}$; not $n + \frac{r}{s}$.

2 apibrėžimo **niuansai**:

1) Aiškiai matome, kad mišrieji skaičiai gali būti tik teigiami (nes turi būti > 1).
2) Pagal šį apibrėžimą $0\frac{1}{2}$ nėra mišrusis skaičius (nes turi būti > 1).
3) Tačiau skaičius $0\frac{3}{2}$ jau galbūt gali būti mišrusis skaičius (neaiški vieta, nors iš konteksto susidaro įspūdis, kad $\frac{r}{s}$ turėtų būti taisyklingoji trupmena).
4) Sveikieji skaičiai negali būti išreikšti mišriuoju skaičiumi, jei reikalaujame, kad $\frac{r}{s} \neq 0$ (nors toje enciklopedijoje taisyklingomis vadina tokias trupmenas, kurios tenkina nelygybę $\frac{r}{s} < 1$ ir nepasakyta, kad pvz. $r > 0$, todėl iš tikrųjų neaišku).

Panašus į 2 apibrėžimą yra pateiktas Encyclopedia Britannica:

https://www.britannica.com/science/fraction

Žymiojo mokyklinės matematikos žinyno autorius M. Vygodskis [5, p. 84] (rusiškoje 1982 metų versijoje apibrėžimo tekstas nepasikeitęs) pateikia tokį apibrėžimą:

3 apibrėžimas. Skaičius, kurį sudaro sveikasis skaičius ir trupmena (pavyzdžiui, $9\frac{3}{5}$), vadinamas *mišriuoju.* Mišriojo skaičiaus trupmeninė dalis gali būti ir netaisyklingoji trupmena, pavyzdžiui, $7\frac{13}{5}$. Tuomet iš trupmeninės dalies galima išskirti didžiausią sveikąjį skaičių ir mišrųjį skaičių perdirbti taip, kad trupmeninė dalis būtų taisyklingoji trupmena (arba visai išnyktų).

3 apibrėžimo **niuansai**:

1) Čia neaišku, ar mišrieji skaičiai gali būti tik teigiami.
2) Čia $0\frac{1}{2}$ yra mišrusis skaičius (nors tokių pavyzdžių nepateikta, todėl neaišku).
3) Iš paskutinio sakinio skliausteliuose esančio komentaro išplaukia, kad visi natūralieji skaičiai gali būti užrašomi kaip mišrieji, pvz. $3 = 3\frac{0}{2} = 1\frac{4}{2} = 1\frac{2}{1}$ (kadangi tokių pavyzdžių nepateikta, tai ši vieta lieka neaiški).

Rusiškoje 5 tomų enciklopedijoje nėra mišriųjų skaičių, o šioje [3, p. 549] rusiškoje enciklopedijoje yra toks apibrėžimas:

4 apibrėžimas. Mišrusis skaičius – skaičius, turintis sveikąją ir trupmeninę dalį, pvz. $2\frac{2}{3}$, $-6\frac{7}{8}$. O 213 puslapyje yra dar toks sakinys: netaisyklingoji trupmena gali būti išreikšta per sveikojo skaičiaus ir taisyklingosios trupmenos sumą (*mišrųjį skaičių*).

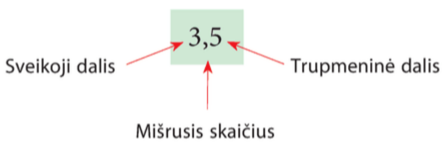
4 apibrėžimo **niuansai**:

1) Pagal šį apibrėžimą mišrieji skaičiai gali būti ir neigiami (nes pateiktas toks pavyzdys).
2) Čia $0\frac{1}{2}$ nėra mišrusis skaičius, nes jis „neturi sveikosios dalies“ (formuluotė galėtų būti aiškesnė, nes čia galima ir kitaip interpretuoti).
3) Čia sveikieji skaičiai negali būti užrašomi kaip mišrieji skaičiai, nes jie „neturi trupmeninės dalies“.
4) Čia skaičius $2\frac{7}{3}$ nėra mišrusis, nes skaičius $\frac{7}{3}$ nėra trupmeninė dalis, nes $\frac{7}{3} \notin [0,1)$.

5 klasės vadovėlyje [4, p. 104] yra toks apibrėžimas:

Skaičius $3\frac{1}{2}$ turi sveikąją ir trupmeninę dalį. Tokie skaičiai vadinami **mišriaĩsiais skaĩčiais**.

Buvo galima rašyti, kad kiekvienas berniukas gaus po 3,5 saldainio.



Kadangi tai yra vienintelis iš tirtų šaltinių, kuriame skaičius 3,5 yra laikomas mišriuoju, tai laikome, kad šis apibrėžimas yra **neteisingas** (nors formuluotė iš esmės sutampa su 4 apibrėžimu, tik jo interpretacija yra neteisinga; čia tuo pačiu yra kritika ir 4 apibrėžimui, nes jis leidžia tokias interpretacijas).

Vikipedijoje (žiūrėta 2023-07-10) https://en.wikipedia.org/wiki/Fraction yra toks apibrėžimas (išrinkti esminiai sakiniai):

5 apibrėžimas. A **mixed numeral** (also called a *mixed fraction* or *mixed number*) is a traditional denotation of the sum of a non-zero integer and a proper fraction (having the same sign). Negative mixed numerals, as in $-2\frac{3}{4}$, are treated like $-\left(2+\frac{3}{4}\right)$. Any such sum of a *whole* plus a *part* can be converted to an *improper fraction* by applying the rules of adding unlike quantities.

5 apibrėžimo **niuansai**:

1) Pagal šį apibrėžimą mišrieji skaičiai gali būti ir neigiami.
2) Skaičiai $0\frac{1}{2}$, $0\frac{3}{2}$ nėra mišrieji, nes sveikoji mišriojo skaičiaus dalis turi būti nenulinė.
3) Skaičius $2\frac{7}{3}$ nėra mišrusis, nes $\frac{7}{3}$ nėra taisyklingoji trupmena.
4) Sveikieji skaičiai negali būti užrašyti mišriuoju skaičiumi. Nors įdomu, kad nenuliniai sveikieji skaičiai tenkina 3 iš 4 sąlygų, esančių šiame apibrėžime, t. y. tegul $n = n + \frac{0}{1} = n\frac{0}{1}$, tuomet: 1) $n \neq 0$, 2) $\frac{0}{1}$ yra taisyklingoji trupmena (nes pagal Vikipediją *taisyklingosiomis* laikomos visos paprastosios trupmenos, kurių modulis mažesnis už 1), 3) gautas mišrusis skaičius $n\frac{0}{1}$ gali būti išreikštas netaisyklingąja trupmena: $n\frac{0}{1} = \frac{n}{1}$, 4) tačiau sąlyga, kad dėmenys n ir $\frac{0}{1}$ turėtų tą patį ženklą yra netenkinama (nes nuliui ženklas yra neapibrėžtas).

Išvada. Panašu, kad Vikipedijoje esantis apibrėžimas yra būtent toks, kurį mes naudojame, tik jį reikėtų aiškiau suformuluoti. Tačiau šio straipsnio tikslas yra tam tikra prasme priešingas, t. y. pabandyti argumentuoti, kodėl mišriųjų skaičių sąvokos aplamai nereikia naudoti (ir čia kalbame ne apie terminą, o apie pačią sąvoką).

3 Priežastys, dėl kurių mišriųjų skaičių reikėtų nenaudoti

Šiame skyriuje išvardinsime priežastis, dėl kurių mišriųjų skaičių (ar mišriųjų trupmenų) nereikėtų naudoti bent jau vyresnėse klasės. Galbūt pradinėse klasėse galima naudoti, tačiau gimnazijose tikrai reikėtų atsisakyti. Pabandysime šią mintį argumentuoti.

3.1 Nėra aiškaus apibrėžimo

Jau įsitikinome, kad visuotinai priimto mišriojo skaičiaus apibrėžimo nėra. Todėl tai yra viena iš priežasčių šios sąvokos nenaudoti.

3.2 Prieštaringas žymuo

Jeigu turime dydį

$$ab$$

tai pagal nutylėjimą mes suprantame, kad tai yra

$$a \cdot b.$$

Tačiau jeigu vietoje a parašysime 2, o vietoje b parašysime $\frac{3}{4}$, tai jau gausime dydį

$$2\frac{3}{4},$$

kuris atrodo visiškai taip pat, kaip ir mišrusis skaičius

$$2\frac{3}{4},$$

bet pastarasis yra suma

$$2 + \frac{3}{4}.$$

Todėl turime prieštarą!

3.3 Žymuo klaidinantis

Mišrusis skaičius yra suma dviejų skaičių ir žinome, kad visada galioja lygybė

$$a + b = b + a.$$

Tačiau naudojant mišriuosius skaičius gauname štai ką:

$$3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + 3 \neq \frac{1}{2}3 = \frac{1}{2} \cdot 3.$$

T. y. mišriojo skaičiaus žymuo yra klaidinantis, nes gavome, kad $3\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}3$, nors $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + 3$.

3.4 Metodinis mokinių klaidinimas, 1 dalis, daugybos rašymas

Mokiniai (taip pat ir studentai) dažnai painioja šiuos dalykus.

Daromos abi klaidos:

- tiek mišrųjį skaičių supranta kaip sandaugą, t. y. $3\frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{1}{2}$;
- tiek natūraliojo skaičiaus ir racionaliojo skaičiaus sandaugą traktuoja kaip mišrųjį skaičių, t. y. $3 \cdot \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$.

3.5 Metodinis mokinių klaidinimas, 2 dalis, pliuso nerašymas

2022 metų rugsėjį kai kurie mano devintokai, spręsdami iracionalumo panaikinimo vardiklyje uždavinį, paskutinį veiksmą užrašė taip:

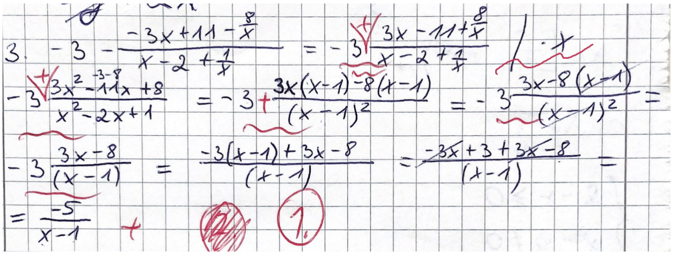
$$\ldots = 2 + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}.$$

Buvo net 8 mokiniai iš 61, kurie taip užrašė! Jie paaiškino savo logiką: „tai čia tas pats kaip su mišriaisiais skaičiais“.

3.6 Metodinis mokinių klaidinimas, 3 dalis, mokinių darbai

Turime mišriųjų skaičių sąvokos **pasekmę** *– pliuso nerašymą bet kokiuose reiškiniuose*!

Pvz. šiame sprendime (čia reikėjo suprastinti reiškinį) gautas galutinis atsakymas buvo teisingas, bet sprendimas neteisingas, nes nebuvo rašomas pliuso ženklas:



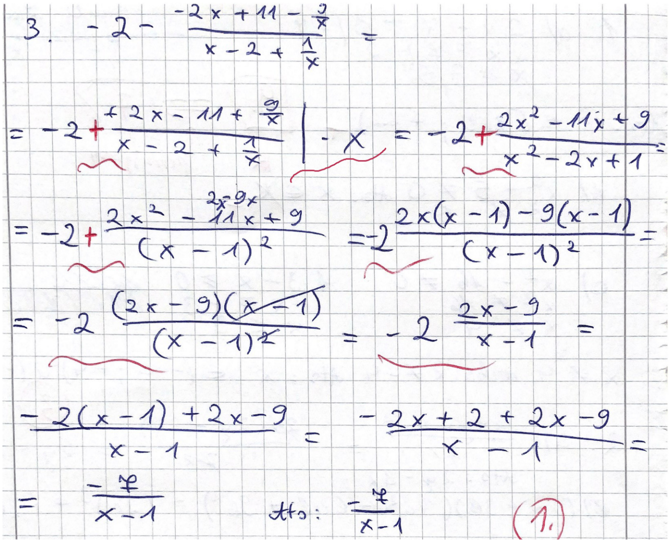
3. $-3-\frac{-3x+11-\frac{8}{x}}{x-2+\frac{1}{x}} = -3\frac{3x-11+\frac{8}{x}}{x-2+\frac{1}{x}} \Big| \cdot x$

$-3\frac{3x^2-11x+8}{x^2-2x+1} = -3+\frac{3x(x-1)-8(x-1)}{(x-1)^2} = -3\frac{3x-8(x-1)}{(x-1)^2} =$

$-3\frac{3x-8}{(x-1)} = \frac{-3(x-1)+3x-8}{(x-1)} = \frac{-3x+3+3x-8}{(x-1)} =$

$= \frac{-5}{x-1}$ + 1.

Esmė ta, kad šios klaidos nėra retos. Pvz. kitas mokinys padarė visiškai analogišką klaidą (nors galutinis atsakymas yra taip pat teisingas):



3. $-2-\frac{-2x+11-\frac{9}{x}}{x-2+\frac{1}{x}} =$

$= -2+\frac{+2x-11+\frac{9}{x}}{x-2+\frac{1}{x}} \Big| \cdot x = -2+\frac{2x^2-11x+9}{x^2-2x+1} =$

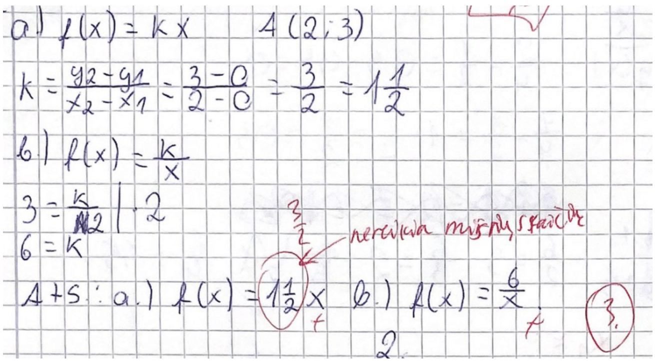
$= -2+\frac{2x^2-11x+9}{(x-1)^2} = -2\frac{2x(x-1)-9(x-1)}{(x-1)^2} =$

$= -2\frac{(2x-9)(x-1)}{(x-1)^2} = -2\frac{2x-9}{x-1} =$

$\frac{-2(x-1)+2x-9}{x-1} = \frac{-2x+2+2x-9}{x-1} =$

$= \frac{-7}{x-1}$ Ats: $\frac{-7}{x-1}$ 1.

O čia turime kitokią mišriųjų skaičių naudojimo pasekmę – daugianario koeficientas užrašytas mišriuoju skaičiumi:



a) $f(x)=kx$ $A(2;3)$

$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-0}{2-0}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

b) $f(x)=\frac{k}{x}$

$3=\frac{k}{2} \,\big|\cdot 2$

$6=k$

$\frac{3}{2}$ nerašoma mišrųjų skaičių

Ats: a) $f(x)=1\frac{1}{2}x$ b) $f(x)=\frac{6}{x}$ 3.

Čia formaliai klaidos nėra, bet matematikai taip nerašo. Be to, šis užrašas yra netinkamas dar ir todėl, kad reiškinyje $1\frac{1}{2}x$ gali būti neaišku kokios yra operacijos tarp čia esančių trijų dydžių, t. y. ne visi mokiniai mato, kad čia yra $(1 + \frac{1}{2}) \cdot x$.

3.7 Ne visada galime apskliausti?

Juk matematikoje esame įpratę, kad bet kokį objektą galime apskliausti paprastaisiais skliausteliais ir nuo to reikšmė nepasikeičia (išskyrus kai kuriuos specifinius atvejus, kuriuose paprastieji skliausteliai turi visai kitą prasmę). Pvz:

$$f\left(x + \frac{3}{5}\right) = \left(f\left(\left((x) + \left(\frac{(3)}{(5)}\right)\right)\right)\right).$$

Tačiau naudojant mišriuosius skaičius gauname keistą išimtį:

$$2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4} \neq 2\left(\frac{3}{4}\right) = 2 \cdot \frac{3}{4}.$$

3.8 Mišrieji skaičiai nėra paprasčiausia trupmenos išraiška

Pvz. trupmena $\frac{5}{3}$ yra paprastesnė už trupmeną $1\frac{2}{3}$, nes pirmajai trupmenai užrašyti reikia ***dviejų*** skaičių, o antrajai trupmenai reikia ***trijų*** skaičių.

Be to, trupmena $\frac{a}{b}$, kai $a \in \mathbb{Z}$ ir $b \in \mathbb{N}$, yra vad. *paprastąja.*

Taigi, net ir *semantikos* prasme paprastosios trupmenos yra kažkas paprasčiau negu mišriosios trupmenos, t. y. mišrieji skaičiai.

Todėl, jeigu uždavinio sąlyga yra **suprastinkite**, tai atsakymas turėtų būti skaičius $\frac{5}{3}$, o ne skaičius $1\frac{2}{3}$.

3.9 Neapskaičiuota

Jeigu galutinis atsakymas yra užrašytas taip

$$1 + 2,$$

tai sakome, kad neapskaičiuota iki galo.

Analogiškai, jeigu vietoje 2 parašysime $\frac{2}{3}$, t. y.

$$1 + \frac{2}{3},$$

tai taip pat bus neapskaičiuota, t. y. $1\frac{2}{3}$ yra **neapskaičiuotas iki galo rezultatas**.

Apskaičiuota bus tuomet, kai bus parodyta, kad yra gautas racionalusis skaičius pagal vieną iš jo apibrėžimų:

$$\frac{5}{3} \in \left\{\frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\right\} = \mathbb{Q}.$$

3.10 Mišrieji skaičiai yra labai nepatogi forma

Juk mišriuosius skaičius yra labai *nepatogu sudauginti ar padalinti.* Pvz.:

$$1\frac{2}{3}\cdot 2\frac{4}{5}=\left(1+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(2+\frac{4}{5}\right)=\frac{5}{3}\cdot\frac{14}{5}=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}.$$

O paprastąsias trupmenas yra ypač patogu sudauginti ar padalinti. Pvz.:

$$\frac{5}{3}\cdot\frac{14}{5}=\frac{14}{3}.$$

Atimties veiksmas komplikuoja situaciją mišriųjų skaičių atveju, nes jeigu atėminio trupmeninė dalis yra didesnė už turinio trupmeninę dalį, tai reikia papildomai atlikti „skolinimąsi“:

$$3\frac{2}{3}-1\frac{3}{4}=3-1+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}=2+\frac{2\cdot 4-3\cdot 3}{3\cdot 4}=2-\frac{1}{12}=1+\frac{12}{12}-\frac{1}{12}=1+\frac{11}{12}=1\frac{11}{12}.$$

Dabar palyginkime tą patį veiksmą su paprastosiomis trupmenomis:

$$\frac{11}{3}-\frac{7}{4}=\frac{11\cdot 4-7\cdot 3}{3\cdot 4}=\frac{23}{12}.$$

Bet net ir sudėti paprastąsias trupmenas yra patogiau, nes mišriųjų skaičių atveju reikia papildomo veiksmo su sveikąja dalimi:

$$1\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}=1+2+\frac{2\cdot 4+3\cdot 3}{3\cdot 4}=3+\frac{17}{12}=3+1+\frac{5}{12}=4\frac{5}{12}.$$

Dabar palyginkime tą patį veiksmą su paprastosiomis trupmenomis:

$$\frac{5}{3}+\frac{11}{4}=\frac{5\cdot 4+3\cdot 11}{3\cdot 4}=\frac{53}{12}.$$

Paprastųjų trupmenų privalumas yra dar ir tas, kad jeigu trupmenose atsiranda raidės skaitiklyje ar vardiklyje, tai sumos formulė nesikeičia, pvz.

$$\frac{5}{3}+\frac{x}{y}=\frac{5\cdot y+3\cdot x}{3\cdot y}.$$

3.11 Sudauginkite matricas

Jeigu dar neįtikinau, tai pasakykite, kurias matricas yra lengviau sudauginti

$$\begin{pmatrix}-1\frac{1}{2} & 2\frac{1}{3} & -1\frac{1}{2}\\ 3\frac{1}{2} & -1\frac{1}{2} & 1\frac{2}{3}\\ -4\frac{1}{2} & 1\frac{1}{2} & -1\frac{1}{2}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\frac{1}{2} & 2\frac{1}{3} & -1\frac{1}{2}\\ 3\frac{1}{2} & -1\frac{1}{2} & 1\frac{2}{3}\\ -4\frac{1}{2} & 1\frac{1}{2} & -1\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

ar

$$\begin{pmatrix}-\frac{3}{2} & \frac{7}{3} & -\frac{3}{2}\\ \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{5}{3}\\ -\frac{9}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-\frac{3}{2} & \frac{7}{3} & -\frac{3}{2}\\ \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{5}{3}\\ -\frac{9}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2}\end{pmatrix}?$$

3.12 Mišrieji skaičiai nepatogūs ir kai skaitiklis yra didelis skaičius

Inžinieriui pvz. skaičius $\frac{123456789}{19}$ yra *patogesnis*, negu skaičius $6497725\frac{14}{19}$, nes inžinieriui dažniausiai reikalingas apytikslis skaičius, o skaičiavimams naudojant kompiuterį yra patogiau įvesti tik skaitiklį ir vardiklį, negu tris skaičius, kurie sudaro mišrųjį skaičių.

3.13 Mišrieji skaičiai nėra naudojami

Eilę metų teko dėstyti įvairius matematikos kursus LEU ir KTU, o tuo pačiu analizuoti daug įvairių vadovėlių ir uždavinynų.

Praktiškai niekur mišrieji skaičiai **nenaudojami**. Pasitaikydavo vienas kitas uždavinio atsakymas su mišriuoju skaičiumi, bet absoliuti dauguma autorių jų išvis nenaudoja.

Jau nekalbant apie mokslinius matematikos ar kitų sričių straipsnius, jūs nei viename straipsnyje nerasite nei vieno mišriojo skaičiaus.

Teko apžvelgti nemažai tarptautinio bakalaureato matematikos knygų ir ten mišrieji skaičiai pasitaiko retai. Pvz. knygoje [2, p. 2] šitaip rekomenduojama užrašyti atsakymus:

> **Note**
>
> If the question asks you to give your answer exactly, you may write, for example: 134, π, $\sqrt{2}$, $\frac{13}{7}$ and so on. Do not give a rounded decimal as your answer if the question asks for an exact answer.

Tai reiškia, kad prestižinėse pasaulio *mokyklose* nėra rekomendacijos atsakymą užrašyti mišriuoju skaičiumi (ir iš tiesų, šioje knygoje nepavyko rasti nei vieno mišriojo skaičiaus, nors galutiniuose atsakymuose netaisyklingųjų trupmenų yra nemažai).

3.14 Mišriųjų skaičių rekomenduojama nenaudoti

Žymus mokyklinės matematikos specialistas Hung-Hsi Wu knygoje [7, p. 225] rekomenduoja mišriųjų skaičių nenaudoti:

Please be warned that the symbolic notation for a mixed number is a confusing one, because $q\frac{r}{\ell}$ suggests the product of q and $\frac{r}{\ell}$. Our advice is to avoid using it whenever possible.

Žinomas enciklopedistas Eric W. Weisstein matematikos enciklopedijoje [6, p. 1925] taip pat rekomenduoja mišriųjų skaičių nenaudoti:

Mixed Fraction. An *improper fraction* $\frac{p}{q} > 1$ written in the form $n + \frac{r}{s}$. In common usage such as cooking recipes, $n + \frac{r}{s}$ is often written as $n\frac{r}{s}$ (e.g., $1\frac{1}{2}$); much to the chagrin of mathematicians, to whom $n\frac{r}{s}$ means $\frac{nr}{s}$; not $n + \frac{r}{s}$. (The author of this work discovered this fact early in his mathematical career after having points marked off a CALCULUS exam for using the recipe-like notation. Future mathematicians are therefore encouraged to avoid mixed fractions, except perhaps in the kitchen.)

Taigi, čia autorius netgi teigia, kad prarado balus per matematinės analizės egzaminą dėl to, kad panaudojo mišriuosius skaičius.

4 Mišrieji skaičiai neturi būti reikalavimas!

Labai nustebino atsiustuose PUPP ataskaitų prieduose esantis sakinys apie tai, kas yra laikoma **tipiškomis klaidomis**:

APIBENDRINTOS ATASKAITOS APIE VISOS ŠALIES 2021–2022 M. M. MATEMTIKOS PAGRINDINIO UGDYMO PASIEKIMŲ PATIKRINIMO (PUPP) MOKINIŲ DARBŲ VERTINIMO MODERAVIMĄ IR TIPIŠKAS MOKINIŲ KLAIDAS PRIEDAI

3 priedas

Tipiškos klaidos	**Mokinių atsakymų pavyzdžiai**
18. Apskaičiuokite. *Pateikite tik atsakymą.* *(1 taškas)* $\sqrt{9+\frac{49}{64}}$	
Pasirenka neteisingą veiksmų atlikimo tvarką.	$3\frac{7}{8}$ $3+\frac{7}{8}$ $\sqrt{9+0,766}=3,875$ $\frac{31}{8}$
Pateikia teisingą trupmeną, bet ne mišraus skaičiaus pavidalu.	$\frac{25}{8}$

Šis priedas buvo „raudonoji linija“, po kurios gimė šis straipsnis.

Literatūra

[1] K. Bulota, P. Survila. *Algebra ir skaičių teorija,* 2 tomas. Mokslas, Vilnius, 1990.

[2] E. Kemp, P. Belcher. *Oxford IB Diploma Programme: IB Prepared: Mathematics Analysis and Approaches.* Oxford University Press, UK, 2021.

[3] J.V. Prochorov. *Matematičeskij enciklopedičeskij slovar.* Bolšaja rosiiskaja enciklopedija, Maskva, 1995.

[4] V. Sičiūnienė, I. Gecevičiūtė, R. Radavičienė, A. Rudienė. *Formulė 5.* Šok, 2 tomas. Šviesa, Kaunas, 2008.

[5] M. Vygodskis. *Elementarinės matematikos žinynas.* Šviesa, Kaunas, 1966.

[6] E.W. Weisstein. *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics.* Chapman & Hall, CRC Press, Boca Raton, 2003.

[7] H.H. Wu. *Understanding Numbers in Elementary School Mathematics.* American Mathematical Society, Providence, 2011.

SUMMARY

Do we need mixed numbers?

R. Vilkas

Many reasons are given for not using mixed numbers.

Keywords: mixed numbers; mixed fractions