Liet. matem. rink., T. 40, spec. nr., 384–388

Vandens sulaikymo sniege įvertinimas modeliuojant paviršinį nuotėkį

Antanas DUMBRAUSKAS, Danutė RAŠKINIENĖ (LŽŪU)
el. paštas: danra@info.lzua.lt

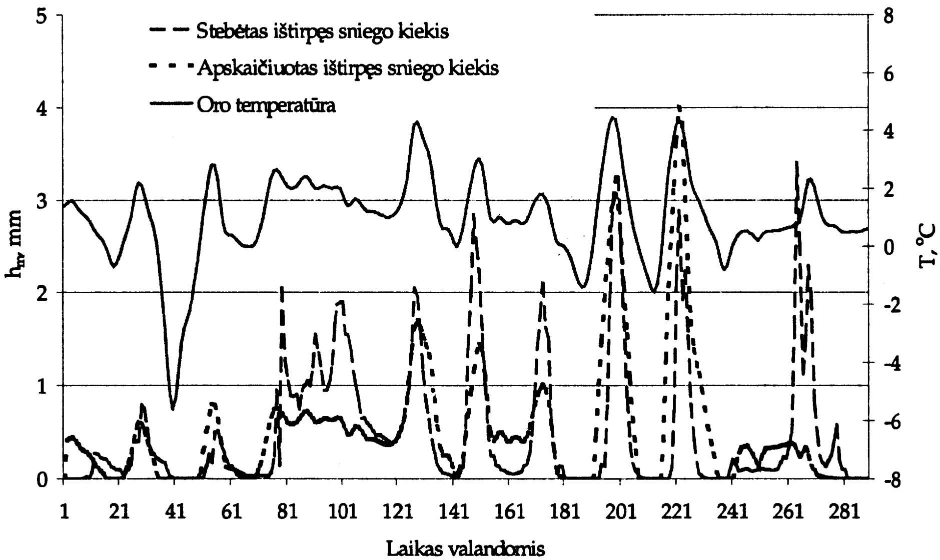
Įvadas

Viena iš svarbiausių hidrologinio ciklo grandžių yra paviršiaus nuotėkis, kuriam būdingas sezoniškumas. Didžiausia nuotėkio tūrio dalis susiformuoja rudens ir pavasario poplūdžių metu. Dėl to, kai reikia nustatyti šio laikotarpio nuotėkio charakteristikas ir nėra stebėjimo duomenų, vienas iš būdų yra matematinis modeliavimas. Jei rudens ar vasaros liūčių metu modeliavimui reikalingą informaciją galima gauti iš meteorologinių stočių, kur registruojamas kritulių kiekis ir jų intensyvumas, tai pavasario polaidžio metu žymią nuotėkio dalį formuoja sniego tirpimo vanduo, kuris nėra registruojamas. Tad sniego tirpimo vandens kiekį per norimą laiko tarpą tenka nustatyti skaičiavimo būdu. Yra sukurta eilė modelių, leidžiančių tą padaryti. Vienas iš jų remiasi energijos balanso, sniego dangos elemente, lygtimi $(\Delta t)S = \Delta Q$, kur S yra įvairių procesų sąlygotas energijos pokytis sniego elemente per laiką Δt, o ΔQ šilumos, absorbuotos sniego elemente per laiką Δt, pokytis (žr. [1], [2]). Bendrai paėmus, šilumos pokytis ΔQ yra sąlygotas įvairių veiksnių ir reikalauja daug duomenų. Kai kurių duomenų gavimo galimybės yra ribotos, pavyzdžiui suminė saulės radiacija Lietuvoje matuojama tik Kaune ir Šilutėje. Todėl yra kuriami empiriniai modeliai, kurie reikalauja mažesnio pradinių duomenų kiekio. Mūsų darbe [3] buvo pasiūlytas supaprastintas šilumos balanso modelis sniego tirpimo intensyvumui skaičiuoti atskiruose plotuose, kur sniegas pasiskirstęs tolygiai. Gauta apytikslė formulė skaičiuoti vandens atsargoms sniege laiko momentu t

$$h_m^t \approx h_{m_0} - \bar{\alpha}\sum_0^t T^+\Delta t \quad \left(m_s(t) \approx m_0 - \bar{\alpha}\sum_0^t T^+\Delta t\right),$$

išreiškianti tiesinę priklausomybę tarp ištirpusio sniego masės ir suminių teigiamų oro temperatūrų. Čia t yra laikas, matuojamas valandomis; T^+ – teigiama oro temperatūra intervale Δt. Apskaičiuoto ir išmatuoto sniego tirpsmo intensyvumo eiga pavaizduota pav. 1.

Koeficiento $\bar{\alpha}$ reikšmė gauta remiantis sniego tirpimo eksperimento duomenimis ir lygi 0,433. Pažiūrėjus į grafikus matyti, kad susiduriame su nemažomis paklaidomis. To ir reikėjo tikėtis, kadangi vanduo, susidarantis tirpstant sniegui, ne iš karto patenka ant žemės paviršiaus, bet akumuliuojasi pačiame sniege ir, tik pilnai užsipildžius laisvoms



1 pav.

poroms, prasisunkia iki žemės paviršiaus. Be to, dalis šilumos sunaudojama sniego temperatūrai pakelti iki 0^0C ir tik po to prasideda tirpimas. Iš kitos pusės, prasidėjus intensyviam tirpimui, atskirais laiko tarpais išbėgančio vandens kiekis gali viršyti vandens kiekį, ištirpusį per šiuos laiko tarpus. Tai, kad žemės paviršių pasiekiančio vandens intensyvumas viršija sniego tirpimo intensyvumą galima paaiškinti sniego persikristalizavimo rezultatu, jo tankio padidėjimu ir vandens akumuliacijos sniege sumažėjimu. Pastarasis darbas yra skirtas papildyti supaprastintą šilumos balanso modelį įvertinant tirpimo netolygumus, atsiradusius dėl sniego įšilimo inercijos ir vandens užlaikymo [3]. Žemiau pateikiamas tokio skaičiavimo algoritmas.

Algoritmas

Pažymėjimai: indeksas s – naudojamas sniego pažymėjimui; or – oro pažymėjimas; m_s – vandens atsargos sniege (g); v – vanduo; h_m – vandens atsargos sniege (mm); ρ_s – sniego tankis; ρ_v – vandens tankis; h_s – sniego dangos aukštis (mm); A – sniegu padengtas plotas (cm^2); V_s – sniego tūris (cm^3); T – temperatūra (C^0).

$$h_m = \frac{\rho_s}{\rho_v} h_s;$$

$m_s = V_s \cdot \rho_s = h_s \cdot A \cdot \rho_s = \dfrac{\rho_v}{\rho_s} h_m \cdot A \cdot \rho_s = h_m A \rho_v$ – ryšys tarp vandens atsargų sniege (g) ir vandens atsargų išreikštų aukščiu (mm).

Vandens kiekis sniege išreiškiamas per drėgnumą: $\lambda = \dfrac{m_{sv}}{m_s + m_{sv}}$, kur m_{sv} – sniege esančio vandens masė; m_s – sauso sniego masė. Modeliuojame sniego tirpimą ir išbėgimą ant žemės paviršiaus, įskaitydami vandens akumuliaciją sniege.

1 atvejis. $T^0_{or} > 0$, o sniego $T^0_s < 0$. Šiuo atveju $m^0_{sv} = m_{sv} = 0$; $m^0_s = m_s$. Viršutiniai indeksai žymi laiko momentus. Modeliuojame sniego įšilimo inerciją: oras perduoda šilumą sniegui $\Delta Q = \alpha A \cdot \Delta t \Delta T^0 = \alpha A \Delta t(T^0_{or} - T^0_s)$, kur α – perdavimo koeficientas, Δt – laiko tarpas. Rezultate sniego temperatūra kyla.

$$\Delta Q = cm^0_s(T^1_s - T^0_s),$$
$$\alpha A \Delta t(T^0_{or} - T^0_s) = cm^0_s(T^1_s - T^0_s),$$

čia c – specifinis sniego šiluminis imlumas.

$$T^1_s = T^0_s + \Delta T^0_s, \quad \text{kur} \quad \Delta T^0_s = \frac{\alpha A \Delta t}{cm^0_s}(T^0_{or} - T^0_s).$$

Sniego temperatūra kinta pagal dėsnį:

$$T^1_s = \begin{cases} T^0_s + \Delta T^0_s, & \text{jei} \quad T^0_s + \Delta T^0_s < 0, \\ 0^0, & \text{jei} \quad T^0_s + \Delta T^0_s \geqslant 0. \end{cases}$$

Tarkime $T^1_s + \Delta T^0_s \geqslant 0$, t. y. sniego temperatūra, jeigu sniegas galėtų „įšilti" virš nulio. Tai būtų tuo atveju, jei laiko tarpas Δt nebūtų pakankamai mažas ir jam dar nepasibaigus, prasidėtų tirpimas. Pažymėkime $\delta T_s = T^0_s + \Delta T^0_s$. Šiam sniego temperatūros pakėlimui būtų sunaudota šiluma δQ

$$\delta Q = cm^0_s \delta T_s.$$

Iš kitos pusės, šis šilumos kiekis ištirpdytų sniego kiekį μ^1_s, t. y. $\delta Q = \mu^1_s D$, kur D – specifinė tirpimo šiluma ir $cm^0_s \delta T_s = \mu^1_s D$, $\mu^1_s = \dfrac{cm^0_s \delta T_s}{D}$.

$m^1_s = m^0_s - \mu^1_s$ – tai likęs sniego kiekis, kurį reiktų ištirpdyti. Suskaičiuosime, koks max vandens kiekis gali būti sulaikytas sniego m^1_s esant max drėgnumui $\bar{\lambda}$.

$$\bar{\lambda} = \frac{m^{\max}_{sv}}{m^1_s + m^{\max}_{sv}}.$$

Iš kur

$$m^{\max}_{sv} = \frac{\bar{\lambda}}{1 - \bar{\lambda}} m^1_s.$$

Pažymėję m^1_{sv} – užlaikytą (akumuliuotą sniege) vandenį, turėsime

$$m^1_{sv} = \begin{cases} m^0_{sv} + \mu^1_s, & \text{jei} \quad m^0_{sv} + \mu^1_s < m^{\max}_{sv}, \\ m^{\max}_{sv}, & \text{jei} \quad m^0_{sv} + \mu^1_s \geqslant m^{\max}_{sv}, \end{cases}$$

išbėgęs vanduo

$$\Delta m_v^1 = \begin{cases} 0, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 + \mu_s^1 \leqslant m_{sv}^{\max}, \\ m_{sv}^0 + \mu_s^1 - m_{sv}^{\max}, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 + \mu_s^1 > m_{sv}^{\max}. \end{cases}$$

2 atvejis. $T_{or}^0 > 0, T_s^0 = 0$. Modeliuojame vandens akumuliaciją sniege. Ištirpusi sniego masė bus $\mu_s^1 = \frac{\alpha A}{D} \Delta t T_{or}^0$. Tada $m_s^1 = m_s^0 - \mu_s^1$ – neištirpęs sniegas. Vandens kiekis, galintis užsilaikyti sniege $m_{sv}^{\max} = \frac{\bar{\lambda}}{1-\bar{\lambda}} m_s^1$. Užlaikytas vanduo

$$m_{sv}^1 = \begin{cases} m_{sv}^0 + \mu_s^1, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 + \mu_s^1 < m_{sv}^{\max}, \\ m_{sv}^{\max}, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 + \mu_s^1 \geqslant m_{sv}^{\max}. \end{cases}$$

Išbėgusio vandens kiekis

$$\Delta m_v^1 = \begin{cases} 0, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 + \mu_s^1 \leqslant m_{sv}^{\max}, \\ m_{sv}^0 + \mu_s^1 - m_{sv}^{\max}, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 + \mu_s^1 > m_{sv}^{\max}. \end{cases}$$

3 atvejis. $T_{or}^0 < 0$. Modeliuosime sniege užlaikyto vandens šilumos įtaką į sniego temperatūros kritimą.

$-\alpha A \Delta t (T_{or}^0 - T_s^0) = \Delta m_s^1 D$, sniegui netenkant šilumos dalis vandens Δm_s^1 virsta ledu.

$$\Delta m_s^1 = -\frac{\alpha A \Delta t}{D} T_{or}^0.$$

Užsilaikęs vanduo m_{sv}^0 virstų ledu per laiką $-\alpha A \tau T_{or}^0 = m_{sv}^0 D$ arba $\tau = -\frac{D m_{sv}^0}{\alpha A T_{or}^0}$. τ gali būti didesnis arba mažesnis už laiko žingsnį Δt. Sniego masė momentu $t_1 = t_0 + \Delta t$

$$m_s^1 = \begin{cases} m_s^0 + \Delta m_s^1, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 > \Delta m_s^1, \\ m_s^0 + m_{sv}^0, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 \leqslant \Delta m_s^1. \end{cases}$$

Išbėgęs vanduo $\Delta m_v^1 = 0$ (mūsų modelyje).

Lieka sukaupto vandens

$$m_{sv}^1 = \begin{cases} m_{sv}^0 - \Delta m_s^1, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 > \Delta m_s^1, \\ 0, & \text{jei} \quad m_{sv}^0 < \Delta m_s^1. \end{cases}$$

Gi sniego temperatūra kinta pagal dėsnį

$$T_s^1 = \begin{cases} T_s^0 + \Delta T_s^0, & \text{jei} \quad T_s^0 + \Delta T_s^0 < 0, \\ 0, & \text{jei} \quad T_s^0 + \Delta T_s^0 \geqslant 0, \end{cases}$$

kur

$$\Delta T_s^0 = \begin{cases} \dfrac{\alpha A}{c m_s^1}(\Delta t - \tau)\left(T_{or}^0 - T_s^0\right), & \text{jei} \quad \tau < \Delta t, \\ 0, & \text{jei} \quad \tau \geqslant \Delta t. \end{cases}$$

Šis metodas bus panaudotas skaičiavimuose.

Išvados

1. Tikimės, kad siūlomas algoritmas gerokai sumažins paklaidas, lyginant su anksčiau mūsų naudotu algoritmu.
2. Nors siūlomas algoritmas ir sudėtingas, tačiau jis pranašesnis už eilę literatūroje siūlomų skaičiavimo metodikų tuo, kad čia reikia minimalaus pradinių duomenų kiekio.

Literatūra

[1] B.A. Apolov ir kt., *Hidrologinių prognozių kursas*, M. (1974) (rus. k.).
[2] S. Lawrence, *Digman Physical Hydrology*, Prentice-Hall, Inc. New Jersey, (1993).
[3] A. Dumbrauskas, D. Raškinienė, Sniego tirpimo modeliavimas, *LMD konferencijos darbai*, Vilnius (1998).

Runoff modeling, taking into consideration snow melts accumulation processes

A. Dumbrauskas, D. Raškinienė

A rainfall-runoff model is developed to simulate snowmelt process during spring floods. The snowmelt accumulation model is based on a modified degree-day method and provides the equivalent amount of melted accumulated water for small grid cell of the catchments considered. The interval of time there is 1 hour instead of one day. Water movement through the snow pack is very complicated process. It was split into three phases in relation to air and snow surface temperature. As the result there was developed very simple structure of snowmelt model, which needs a limited amount of input data.