

Optimalios pašarų sudėties parinkimas

T. Petkus, G. Dzemyda (VPU)

Uždavinio formuluotė

Siekiant minimizuoti ūkininkų išlaidas pašarams, tikslinga optimaliai parinkti naudojamų gyvulininkystėje pašarų sudėtį. Reikia minimizuoti kainą, siekiant patenkinti būtinus reikalavimus maistinei pašaro vertei. Atsižvelgiama į tai, kad pašaras formuojamas iš įvairių ingredientų (pvz., kviečiai, kaulų miltai, dikalciofosfatas ir pan.), o atskiri ingredientai pasižymi m skirtingomis maistinėmis charakteristikomis (pvz., fosforo kiekis, ląstelių kiekis, energetinė vertė, valino įsisavinamumas ir pan.). Sprendžiamas pašarų kainos minimizavimo uždavinys: optimaliai parinkti n ingredientų kiekius x_i , $i = \overline{1, n}$, kad būtų patenkinta $2m+2n+1$ būtinų reikalavimų. Formaliai uždavinys aprašomas taip:

$$\min_{x_1, \dots, x_n} \sum_{i=1}^n x_i k_i, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad (2)$$

$$R_{\min}^j \leq \sum_{i=1}^n x_i A_{ij} \leq R_{\max}^j, j = \overline{1, m}, \quad (3)$$

$$z_{\min}^i \leq x_i \leq z_{\max}^i, i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Čia:

$R_{\min}^j$ – būtinas minimalus j -tosios maistinės charakteristikos kiekis pašare;

$R_{\max}^j$ – leistinas maksimalus j -tosios maistinės charakteristikos kiekis pašare;

$z_{\min}^i$ – būtinas minimalus i -tojo ingrediento kiekis pašare;

$z_{\max}^i$ – leistinas maksimalus i -tojo ingrediento kiekis pašare;

A_{ij} – i -tojo ingrediento j -toji maistinės charakteristikos reikšmė;

k_i – i -tojo ingrediento svorio vieneto kaina.

Optimizuojamą funkciją nusako formulė (1), o formulės (2)–(4) nusako optimizavimo uždavinio ribojimus. Tai klasikinis tiesinio programavimo uždavinys [1]: tiesinė tikslo funkcija ir tiesiniai ribojimai. Tačiau problemų čia kyla dėl didelio ribojimų skaičiaus.

Netiesinio programavimo uždavinys

Pastaruoju metu yra sukurta medžiagų – pašarų ingredientų (pvz., premiksas), kurios turi tam tikras individualias maistines charakteristikas, o taip pat įtakoja kitų ingredientų maistines charakteristikas. Pažymėkime jas x_i , $i = \overline{1, n}$. Čia $n-l+1$ yra šių medžiagų skaičius. Šiuo atveju vietoje lygties (3) gausime:

$$R_{\min}^j \leq \sum_{i=1}^n x_i A_{ij}(x_l, \dots, x_n) \leq R_{\max}^j, \quad j = \overline{1, m}. \quad (5)$$

Dar yra žinoma, kad maistinių charakteristikų santykis turi įtakos jų įsisavinimui. Taigi turi būti patenkinta sąlyga:

$$\sum_{i=1}^n x_i A_{i1^v}(x_l, \dots, x_n) = c_v \sum_{i=1}^n x_i A_{i2^v}(x_l, \dots, x_n),$$

t.y.

$$\sum_{i=1}^n x_i (A_{i1^v}(x_l, \dots, x_n) - c_v A_{i2^v}(x_l, \dots, x_n)) = 0, \quad v = \overline{1, w}. \quad (6)$$

Čia:

c_v – v -tasis reikalaujamas maistinių charakteristikų santykis;

(t_1^v, t_2^v) – v -toji poromis ribojamų maistinių charakteristikų kombinacija;

w – poromis ribojamų maistinių charakteristikų kombinacijų skaičius.

Tai bendru atveju netiesiniai ribojimai. Uždaviniui (1), (2), (4), (5), (6) spręsti jau reikalingi netiesinio programavimo algoritmai [1].

Ribojimai (5) ir (6) gali būti pažeidžiami tam tikrose technologinėse ribose. Todėl formaliai uždavinys gali būti aprašomas taip:

$$\begin{aligned} \min_{x_1, \dots, x_n} f(x_1, \dots, x_n) = \min_{x_1, \dots, x_n} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i k_i + \sum_{j=1}^m r_j \Psi_j(x_1, \dots, x_n) + s \left(\sum_{i=1}^n x_i - 1 \right)^2 + \right. \\ \left. + \sum_{v=1}^w s_v \left(\sum_{i=1}^n x_i (A_{i1^v}(x_l, \dots, x_n) - c_v A_{i2^v}(x_l, \dots, x_n)) \right)^2 \right\} \quad (7) \\ \Psi_j(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 0, & \text{jei } j\text{-asis ribojimas (5) tenkinamas} \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i A_{ij}(x_l, \dots, x_n) - R_{\max}^j \right)^2, & \text{jei } \sum_{i=1}^n x_i A_{ij}(x_l, \dots, x_n) - R_{\max}^j > 0 \\ \left(R_{\min}^j - \sum_{i=1}^n x_i A_{ij}(x_l, \dots, x_n) \right)^2, & \text{jei } R_{\min}^j - \sum_{i=1}^n x_i A_{ij}(x_l, \dots, x_n) > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$z_{\min}^i \leq x_i \leq z_{\max}^i, i = \overline{1, n}.$$

Čia s , r_j , s_v yra teigiami svoriniai koeficientai, nusakantys atitinkamai ribojimų (2), (5)

ir (6) svarbą. $\sum_{i=1}^n x_i k_i$ yra kaina. Todėl bendru atveju tikslo funkcijos $f(x_1, \dots, x_n)$ reikšmė bus didesnė už kainą arba lygi.

Šį uždavinį galima efektyviai spręsti naudojant kintamos metrikos algoritmą [2], įtrauktą į optimizavimo programinį paketą MINIMUM [3]. Parenkant skirtingas koeficientų s , r_j , s_v reikšmes ir kelis kartus sprendžiant šį uždavinį, gaunami skirtingi sprendiniai. Toks koeficientų interaktyvus parinkimas įgalina rasti sprendinį, tenkinantį technologinius reikalavimus.

Optimalios pašarų sudėties paieška

Toliau nagrinėjamas konkretus uždavinys su 46 ingredientais: kukurūzai, kviečiai, miežiai, avižos, rugiai, kvietrugiai, žirniai, tostuota soja, žieminis rapsas, pupos, lubinai, kvietinės sėlenos, žuvų miltai, mėsos – kaulų miltai, kaulų miltai, kraujo miltai, pieno miltai, kazeinas, BVK (paprinas), pašarinės mielės, saulėgrąžos (grūdai), saulėgrąžų rupiniai, saulėgrąžų išspaudos, sojos rupiniai, sojos išspaudos, medvilnės rupiniai, medvilnės išspaudos, linų rupiniai, linų išspaudos, rapso rupiniai, rapso išspaudos, žolės miltai, pašarinis lizino koncentratas, lizinas, metioninas, augalinis aliejus, rapso aliejus, gyvuliniai riebalai, kreida, kalkakmenis, kriauklės, dikalciofosfatas, trikalciofosfatas, valgomoji druska, eksperimentinis premiksas, MEK-CGAP.

Ingredientai pasižymi 14 maistinėmis charakteristikomis: energijos, žaliųjų proteinų, žaliųjų riebalų, ląstelių, kalcio, fosforo, natrio, linolinės rūgšties, lizino, metionino, metionino ir cistino, triptofano, treonino kiekis kiekviename ingrediente.

Kainos k_i žinomos iš anksto ir pateikiamos 1 lentelėje. Šioje lentelėje pateikiami tik tie ingredientai, kurių naudoti kiekiai iki optimizacijos buvo nenuliniai. Eksperimentinio premikso kaina nurodyta lygi 0, nes šis ingredientas galutinei pašarų kainai įtakos nedaro – visuomet jo dedama 1%. Reikalavimai $R_{\min}^j$ ir $R_{\max}^j$, $j = \overline{1, m}$, taip pat žinomi iš anksto (žr. 2 lentelę).

Geriausias iki šiol eksperimentiškai gautas rezultatas projektuojant pašarų sudėtį yra pateiktas 1 lentelėje. Šiuo atveju mišinio kaina yra 938 Lt. 2 lentelėje pateiktos gautos maistinių charakteristikų reikšmės, maistinių charakteristikų pašare reikalavimai $R_{\min}^j$ ir $R_{\max}^j$ bei gauti jų pažeidimai.

Parinkus r_j svorio koeficientus lygius vienetui, o s lygų 1000, randamos ingredientų dalys mišinyje. Šio mišinio kaina yra tik 639.96 Lt. Bet gaunami gana dideli nukrypimai nuo 2 lentelėje pateiktų reikalavimų.

Interaktyviai keičiant svorių koeficientų reikšmes, atsižvelgiant į gaunamus nukrypimus nuo reikalavimų, gauname tokią svorių kombinaciją, kur yra mažiausiai

pažeidžiami, projektuotojo manymu, reikalavimai $R_{\min}^j$ ir $R_{\max}^j$, $j = \overline{1, m}$. Šiuo atveju gauti rezultatai pateikiami 3 ir 4 lentelėse.

1 lentelė

Komponentai (ingredientai)	Kiekis (%)	Kaina (Lt)
kukurūzai	45.00	695.00
kviečiai	8.00	695.00
žuvų miltai	2.00	2300.00
mėsos–kaulų miltai	2.20	770.00
kraujo miltai	4.00	600.00
saulėgrąžų rupiniai	7.00	560.00
sojos rupiniai	23.50	1300.00
rapso aliejus	4.00	2840.00
gyvuliniai riebalai	1.00	1400.00
kalkakmenis	1.10	77.00
trikalčiofosfatas	1.10	855.00
valgomoji druska	0.10	170.00
eksperimentinis premiksas	1.00	0.00
VISO	100.00	938.01

2 lentelė

Maistinės charakteristikos pavadinimas	Maistinių charakteristikų reikšmė	Rekomenduojama		Pažeidimas (%)
		$R_{\min}^j$	$R_{\max}^j$	
energija (MJ)	1.32	1.31	1.31	1
energija (kcal)	314.54	315.00	315.00	0
žalieji proteinai	21.75	21.00	22.00	0
žalieji riebalai	8.10	3.00	8.00	1
ląsteliena	3.98	3.50	7.00	0
kalcis	1.10	1.05	1.10	0
fosforas	0.74	0.74	0.74	0
natris	0.18	0.16	0.18	2
linolinė rūgštis	2.14	1.20	1.50	43
lizinas	1.29	1.23	1.23	5
metioninas	0.37	0.55	0.55	33
metioninas + cistinas	0.72	0.94	0.94	23
triptofanas	0.28	0.22	0.22	29
treoninas	0.95	0.82	0.82	16

3 lentelė

Komponentai (ingredientai)	Kiekis (%)	Kaina (Lt)
kukurūzai	44.88	695.00
kviečiai	7.77	695.00
pupos	2.39	620.00
kraujo miltai	13.32	600.00
saulėgrąžų rupiniai	5.09	560.00
sojos rupiniai	12.66	1300.00
rapso išspaudos	4.45	518.00
metioninas	0.14	14200.00
gyvuliniai riebalai	4.88	1400.00
kreida	0.24	77.00
kalkakmenis	0.57	77.00
dikalciofosfatas	0.03	804.00
trikalciofosfatas	2.48	855.00
valgomoji druska	0.09	170.00
eksperimentinis premiksas	1.00	0.00
VISO	100.00	787.28

4 lentelė

Maistinės charakteristikos pavadinimas	Maistinių charakteristikų vertė	Rekomenduojama		Pažeidimas (%)	r_j
		$R_{\min}^j$	$R_{\max}^j$		
energija (MJ)	1.32	1.31	1.31	1	0.01
energija (kcal)	314.84	315.00	315.00	0	25.001
žalieji proteinai	21.08	21.00	22.00	0	98.022
žalieji riebalai	7.91	3.00	8.00	1	1.01
ląsteliena	3.63	3.50	7.00	0	1.01
kalcis	1.07	1.05	1.10	0	1256.0
fosforas	0.74	0.74	0.74	0	15002
natris	0.19	0.16	0.18	5	4505
linolinė rūgštis	1.20	1.20	1.50	0	9.2
lizinas	1.50	1.23	1.23	22	0.1
metioninas	0.49	0.55	0.55	11	21.5
metioninas + cistinas	0.87	0.94	0.94	7	947.5
triptofanas	0.32	0.22	0.22	44	1.01
treoninas	1.02	0.82	0.82	24	1.01

Toliau pašarų sudėtis optimizuojama naudojantis paketu MINIMUM [3]. Pradiniai duomenys optimizavimui parinkti atsižvelgiant į 1 lentelėje pateiktą pašarų sudėtį.

4 lentelėje dar pateikiami maistinių charakteristikų svorio koeficientai r_j .

Matome, kad pradinė kaina buvo 938 Lt (žr. 1 lentelę). Nauja kaina yra 787.28 Lt (žr. 3 lentelę), t.y. kaina sumažėjo 16%. Šiuo atveju lygindami 2 ir 4 lenteles matome, kad pašarų maistinė kokybė pagerėjo, nes sumažėjo reikalavimų pažeidžiamumas.

Išvados

Pasiūlyta pašarų optimizavimo metodika įgalina sumažinti pašarų kainą, o jų sudėties kokybę pagerinti. Metodika apima optimizavimo uždavinio formulavimą ir interaktyvų optimizuojamos tikslo funkcijos parametru parinkimą (mūsų atveju – s , r_j , s_v) ir netiesinio programavimo algoritmų taikymą. Tuo būdu gauname optimalias funkcijos $f(x)$ argumento $x = (x_1, \dots, x_n)$ reikšmes, esant geriausiems, projektuotojo požiūriu, funkcijos parametrams.

LITERATŪRA

- [1] L.R. Foulds. *Optimization Techniques. An Introduction*. Springer-Verlag, New York, 1981.
- [2] V. Tiešis. The variable metric method for local minimization of multivariate functions subject to simple bounds. In R.Chomskis (Ed.), *Vycislitel'naja Technika, Proceedings of the Conference*. Kaunas Polytechnic Institute, Kaunas, 1975, pp. 111-114 (in Russian).
- [3] G. Dzemyda (Ed.). *The Package of Applied Programs for Dialogue Solving of Multiextremal Problems MINIMUM: A Description of Using*. The State Fund of Algorithms and Programs (reg.No50860000112), Inst.Math.Cybern., Vilnius, 1985, 41pp. (in Russian).

Optimal selection of the nutritive value

T. Petkus, G. Dzemyda

The methodology of feed optimization allows the price decrease and improves the nutritive value. The methodology includes a formal problem statement, interactive selection of parameters of the optimized function and application of the algorithms of non-linear programming. The method enables us to get the optimal values of the objective function argument with the best parameters of the function, according to the planners.