*LMD mokslo darbai*, 463–469
1998, Vilnius

# Simplekso algoritmo taikymai, analizuojant optimalaus sprendinio jautrumą tiesinio optimizavimo modelio parametrų reikšmių pokyčiams

A. Šukys (VU)

Simplekso algoritmą galima taikyti ne tik tiesinio optimizavimo uždavinio optimalaus sprendinio paieškai, bet ir to sprendinio jautrumo modelio parametrų reikšmių pokyčiams analizei.

Apie tai jau esu rašęs [1]–[3], tačiau tuose straipsniuose buvo kalbama tik apie optimalaus sprendinio jautrumo analizę artimiausioje to sprendinio aplinkoje, kai, keičiantis modelio parametrų reikšmėms, optimalaus sprendinio baziniai kintamieji išlieka tie patys ir gali keistis tik tų kintamųjų reikšmės.

Šiame straipsnelyje nagrinėsiu visus galimus modelio parametrų reikšmių kitimo atvejus, tame tarpe ir tokius, kurie gali iššaukti *ne tik bazinių kintamųjų reikšmių, bet ir tų kintamųjų sąrašo pokyčius*.

Pagrindinę šiame straipsnelyje siūlomo metodo idėją sudaro keičiamųjų parametrų reikšmių pakeitimas raidėmis pradinėje simplekso algoritmo lentelėje ir po to sekantis galimų variantų nagrinėjimas. Vykdant šį darbą kompiuteriu, patogu naudotis MAPLE ar kitu simbolinių skaičiavimų paketu.

Pailiustruosiu išsakytos idėjos taikymą konkrečiais pavyzdžiais.

Tarkime, jog firmoje gaminami $m$ rūšių, kurias žymėsime numeriais $j$ ($j = 1, 2, \dots, m$), gaminiai.

Tarkime, kad tų gaminių gamybai reikalingos $n$ rūšių, kurias žymėsime numeriais $i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) medžiagos. Medžiagos $i$ sunaudojimo vieno $j$ rūšies gaminio pagaminimui normas žymėsime $b_{ij}$, o medžiagos $i$ vieneto kainą – $a_i$. Firmoje turimas medžiagų $i$ atsargas žymėsime $b_i$.

Firmos išlaidų darbo užmokesčiui, įrenginių eksploatacijai ir amortizacijai, transportui, administracinės sistemos išlaikymui ir t.t. dalį, tenkančią vienam $j$ rūšies gaminiui, pažymėsime $d_j$, o gaminio $j$ vieneto pardavimo rinkoje kainą – $c_j$.

Tarkime, jog firma nori turimas medžiagų $i$ atsargas $b_i$ panaudoti gaminių $j$ gamybai, gamindama tokius jų kiekius $x_j$, kad būtų gautas maksimalus pelnas $P$.

Tą tikslą išreikšime tikslo funkcija

$$P = \sum_{j=1}^{m} \left[ c_j - d_j - \sum_{i=1}^{m} b_{ij} a_i \right] x_j \longrightarrow \max_{x_i, \dots, x_j, \dots, x_m},$$

kurioje valdomieji kintamieji $x_j$ turi tenkinti apribojimus: 1) $x_j \geqslant 0$, $j = 1, 2, \dots, m$; 2) $\sum_{j=1}^{m} b_{ij} x_j \leqslant b_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Tarkime, jog $m = 2$, $n = 4$, $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4) = (5; 11; 1; 4)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4) = (19; 13; 15; 18)$, $\vec{c} = (c_1, c_2) = (61, 41)$, $\vec{d} = (d_1, d_2) = (10; 7)$ ir

$$\|b_{ij}\| = \left\| \begin{array}{|c|c|c|} \hline i\backslash j & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 3 \\ \hline 4 & 3 & 0 \\ \hline \end{array} \right\| .$$

Esant tokioms sąlygoms, optimalus sprendinys yra $\vec{x}^{(\mathrm{opt})} = (x_1^{(\mathrm{opt})}, x_2^{(\mathrm{opt})}) = (5; 3)$. Tuomet gaunamas pelnas $P = 50$.

Tarkime, jog mums reikia nustatyti, kaip keisis optimalus sprendinys, keičiantis parametrams $b_1$ ir $b_2$.

Pasirinkę baziniais kintamaisiais medžiagos $i$ likučius $x_{j+i}$, gauname tokią *pradinę simplekso algoritmo lentelę*, kur $P_1 = -P$.

| | L.n. | $x_1$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1$ | 2 | 3 |
| $x_4$ | $b_2$ | 2 | 1 |
| $x_5$ | 15 | 0 | 3 |
| $x_6$ | 18 | 3 | 0 |
| $P_1$ | 0 | 7 | 5 |

Pasirinkę vedančiuoju stulpeliu laisvojo kintamojo $x_1$ stulpelį, gauname 3 galimus vedančiosios eilutės pasirinkimo variantus ir *tris naujas simplekso algoritmo lenteles*:

1) jei $\left(\frac{b_1}{2} \leqslant \frac{b_2}{2}\right) \wedge \left(\frac{b_1}{2} \leqslant \frac{18}{3}\right)$, tai $x_1$ keičiame vietomis su baziniu kintamuoju $x_3$ ir gauname 1-ąją lentelę;

2) jei $\left(\frac{b_2}{2} \leqslant \frac{b_1}{2}\right) \wedge \left(\frac{b_2}{2} \leqslant \frac{18}{3}\right)$, tai $x_1$ keičiame vietomis su baziniu kintamuoju $x_4$ ir gauname 2–ąją lentelę;

3) jei $\left(\frac{18}{3} \leqslant \frac{b_1}{2}\right) \wedge \left(\frac{18}{3} \leqslant \frac{b_2}{2}\right)$, tai $x_1$ keičiame vietomis su baziniu kintamuoju $x_6$ ir gauname 3–ąją lentelę.

| 1. | L.n. | $x_3$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | $0,5b_1$ | $0,5$ | $1,5$ |
| $x_4$ | $b_2 - b_1$ | $-1$ | $-2$ |
| $x_5$ | 15 | 0 | 3 |
| $x_6$ | $18 - 1,5b_1$ | $-1,5$ | $-4,5$ |
| $P_1$ | $-3,5b_1$ | $-3,5$ | $-5,5$ |

| 2. | L.n. | $x_4$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1 - b_2$ | $-1$ | 2 |
| $x_1$ | $0,5b_2$ | $0,5$ | $0,5$ |
| $x_5$ | 15 | 0 | 3 |
| $x_6$ | $18 - 1,5b_2$ | $-1,5$ | $-1,5$ |
| $P_1$ | $-3,5b_2$ | $-3,5$ | $1,5$ |

| 3. | L.n. | $x_6$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1 - 12$ | $-2/3$ | 3 |
| $x_4$ | $b_2 - 12$ | $-2/3$ | 1 |
| $x_5$ | 15 | 0 | 3 |
| $x_1$ | 6 | $1/3$ | 0 |
| $P_1$ | $-42$ | $-7/3$ | 5 |

1-ji lentelė vaizduoja *jau optimalų sprendinį* $x_1^{(\text{opt})} = 0,5b_1$, $x_2^{(\text{opt})} = 0$, $P^{(\text{opt})} = 3,5b_1$. Jo jautrumo koeficientai: $\frac{\partial x_1^{(\text{opt})}}{\partial b_1} = 0,5$, $\frac{\partial x_1^{(\text{opt})}}{\partial b_2} = 0$, $\frac{\partial x_2^{(\text{opt})}}{\partial b_1} = 0$, $\frac{\partial x_2^{(\text{opt})}}{\partial b_2} = 0$, $\frac{\partial P^{(\text{opt})}}{\partial b_1} = 3,5$, $\frac{\partial P^{(\text{opt})}}{\partial b_2} = 0$. Visos šios formulės galioja srityje $(0 \leqslant b_1 \leqslant 12) \wedge (b_2 \geqslant b_1)$, kuri yra šių formulių ir optimalaus sprendinio jautrumo koeficientų *stabilumo sritis*.

2-ji lentelė, kuri gaunama tada, kada $(0 \leqslant b_2 \leqslant 12) \wedge (b_2 \leqslant b_1)$, dar nevaizduoja optimalaus sprendinio. Keičiant laisvąjį kintamąjį $x_2$ vietomis su baziniais kintamaisiais priklausomai nuo parametrų $b_1$ ir $b_2$ reikšmių, gaunamos 3 naujos lentelės: 2.1, 2.2 ir 2.3.

3-ji lentelė, kuri gaunama, kai $(b_1 \geqslant 12) \wedge (b_2 \geqslant 12)$, taip pat dar nevaizduoja optimalaus sprendinio. Iš jos gaunamos 3 naujos lentelės: 3.1, 3.2 ir 3.3.

| 2.1 | L.n. | $x_4$ | $x_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_2$ | $0,5(b_1 - b_2)$ | $-0,5$ | $0,5$ |
| $x_1$ | $0,75b_2 - 0,25b_1$ | $0,75$ | $-0,25$ |
| $x_5$ | $15 - 1,5b_1 + 1,5b_2$ | $1,5$ | $1,5$ |
| $x_6$ | $18 + 0,75b_1 - 2,25b_2$ | $-2,25$ | $0,75$ |
| $P_1$ | $-2,75b_2 - 0,75b_1$ | $-2,75$ | $-0,75$ |

| 2.2 | L.n. | $x_4$ | $x_1$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1 - 3b_2$ | $-3$ | $-4$ |
| $x_2$ | $b_2$ | $1$ | $2$ |
| $x_5$ | $15 - 3b_2$ | $-3$ | $-6$ |
| $x_6$ | $18$ | $0$ | $3$ |
| $P_1$ | $-5b_2$ | $-5$ | $-3$ |

| 2.3 | L.n. | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1 - b_2 - 10$ | $-1$ | $-2/3$ |
| $x_1$ | $0,5b_2 - 2,5$ | $0,5$ | $-1/6$ |
| $x_2$ | $5$ | $0$ | $1/3$ |
| $x_6$ | $25,5 - 1,5b_2$ | $-1,5$ | $0,5$ |
| $P_1$ | $-3,5b_2 - 7,5$ | $-3,5$ | $-0,5$ |

| 3.1 | L.n. | $x_6$ | $x_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_2$ | $(b_1 - 12)/3$ | $-2/9$ | $1/3$ |
| $x_4$ | $b_2 - 12 - (b_1 - b_2)/3$ | $-4/9$ | $-1/3$ |
| $x_5$ | $27 - b_1$ | $2/3$ | $-1$ |
| $x_1$ | $6$ | $1/3$ | $0$ |
| $P_1$ | $-42 - \frac{5}{3}(b_1 - 12)$ | $-11/9$ | $-5/3$ |

| 3.2 | L.n. | $x_6$ | $x_4$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1 - 3b_2 + 24$ | $4/3$ | $-3$ |
| $x_2$ | $b_2 - 12$ | $-2/3$ | $1$ |
| $x_5$ | $51 - 3b_2$ | $2$ | $-3$ |
| $x_1$ | $6$ | $1/3$ | $0$ |
| $P_1$ | $18 - 5b_2$ | $1$ | $-5$ |

| 3.3 | L.n. | $x_6$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1 - 27$ | $-2/3$ | $-1$ |
| $x_4$ | $b_2 - 17$ | $-2/3$ | $-1/3$ |
| $x_2$ | $5$ | $0$ | $1/3$ |
| $x_1$ | $6$ | $1/3$ | $0$ |
| $P_1$ | $-67$ | $-7/3$ | $-5/3$ |

2.1 lentelė vaizduoja jau optimalų sprendinį $x_1^{(\text{opt})} = 0,75b_2 - 0,25b_1$, $x_2^{(\text{opt})} = 0,5(b_1 - b_2)$, $P^{(\text{opt})} = 2,75b_2 + 0,75b_1$, kurio jautrumo koeficientai yra $\frac{\partial x_1^{(\text{opt})}}{\partial b_1} = -0,25$; $\frac{\partial x_1^{(\text{opt})}}{\partial b_2} =$

$0,75$; $\frac{\partial x_2^{(\mathrm{opt})}}{\partial b_1} = 0,5$; $\frac{\partial x_2^{(\mathrm{opt})}}{\partial b_2} = -0,5$; $\frac{\partial P^{(\mathrm{opt})}}{\partial b_1} = 0,75$; $\frac{\partial P^{(\mathrm{opt})}}{\partial b_2} = 2,75$. Šis sprendinys galioja srityje $\{[(0 \leqslant b_1 \leqslant 12) \wedge (b_1/3 \leqslant b_2 \leqslant b_1)] \vee [(12 \leqslant b_1 \leqslant 15) \wedge (b_1/3 \leqslant b_2 \leqslant 12)] \vee [(15 \leqslant b_1 \leqslant 22) \wedge (b_1 - 10 \leqslant b_2 \leqslant 12)]\}$.

2.2 lentelė taip pat vaizduoja jau optimalų sprendinį $x_1^{(\mathrm{opt})} = 0$, $x_2^{(\mathrm{opt})} = b_2$, $P^{(\mathrm{opt})} = 5b_2$. Šis sprendinys galioja srityje $\{[(0 \leqslant b_1 \leqslant 15) \wedge (0 \leqslant b_2 \leqslant b_1/3)] \vee [(b_1 \geqslant 15) \wedge (0 \leqslant b_2 \leqslant 5)]\}$.

2.3 lentelė irgi vaizduoja optimalų sprendinį $x_1^{(\mathrm{opt})} = 0,5b_2 - 2,5$, $x_2^{(\mathrm{opt})} = 5$, $P^{(\mathrm{opt})} = 3,5b_2 + 7,5$, kuris galioja srityje $\{[(15 \leqslant b_1 \leqslant 22) \wedge (5 \leqslant b_2 \leqslant b_1 - 10)] \vee [(b_1 \geqslant 22) \wedge (5 \leqslant b_2 \leqslant 12)]\}$.

3.1 lentelė taip pat vaizduoja optimalų sprendinį $x_1^{(\mathrm{opt})} = 6$, $x_2^{(\mathrm{opt})} = (b_1 - 12)/3$, $P^{(\mathrm{opt})} = 22 + \frac{5}{3}b_1$, kuris galioja srityje $[(12 \leqslant b_1 \leqslant 27) \wedge (b_2 \geqslant \frac{b_1}{3} + 8)]$.

Optimalų sprendinį vaizduoja ir 3.3 lentelė, kur $x_1^{(\mathrm{opt})} = 6$, $x_2^{(\mathrm{opt})} = 5$, $P^{(\mathrm{opt})} = 67$. Šis sprendinys galioja srityje $[(b_1 \geqslant 27) \wedge (b_2 \geqslant 17)]$ ir yra toje srityje stabilus, t.y. nejautrus parametrų $b_1$ ir $b_2$ reikšmių pokyčiams.

Tik 3.2 lentelė dar nevaizduoja optimalaus sprendinio ir suskyla į tris naujas lenteles: 3.2.1, 3.2.2 ir 3.2.3.

| 3.2.1 | L.n. | $x_3$ | $x_4$ |
|---|---|---|---|
| $x_6$ | $0,75b_1 - 2,25b_2 + 18$ | $0,75$ | $-0,25$ |
| $x_2$ | $0,5(b_1 - b_2)$ | $0,5$ | $-0,5$ |
| $x_5$ | $15 - 1,5b_1 + 1,5b_2$ | $-1,5$ | $1,5$ |
| $x_1$ | $0,75b_2 - 0,25b_1$ | $-0,25$ | $0,75$ |
| $P_1$ | $-2,75b_2 - 0,75b_1$ | $-0,75$ | $-2,75$ |

| 3.2.2 | L.n. | $x_5$ | $x_4$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1 - b_2 - 10$ | $-2/3$ | $-1$ |
| $x_2$ | $5$ | $1/3$ | $0$ |
| $x_6$ | $25,5 - 1,5b_2$ | $0,5$ | $-1,5$ |
| $x_1$ | $0,5b_2 - 2,5$ | $-1/6$ | $0,5$ |
| $P_1$ | $-3,5b_2 - 7,5$ | $-0,5$ | $-3,5$ |

| 3.2.3 | L.n. | $x_1$ | $x_4$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $b_1 - 3b_2$ | $-4$ | $-3$ |
| $x_2$ | $b_2$ | $2$ | $1$ |
| $x_5$ | $15 - 3b_2$ | $-6$ | $-3$ |
| $x_6$ | $18$ | $3$ | $0$ |
| $P_1$ | $-5b_2$ | $-3$ | $-5$ |

3.2.1 lentelė sutampa su 2.1 lentele ir vaizduoja tą patį optimalų sprendinį, papildydama jo galiojimo sritį sritimi $[(12 \leqslant b_2 \leqslant 17) \wedge (3b_2 - 24 \leqslant b_1 \leqslant b_2 + 10)]$.

3.2.2 lentelė sutampa su 2.3 lentele ir vaizduoja tą patį optimalų sprendinį, papildydama jo galiojimo sritį sritimi $[(12 \leqslant b_2 \leqslant 17) \wedge (b_1 \geqslant b_2 + 10)]$.

3.2.3 lentelė sutampa su 2.2 lentele, tačiau nepapildo optimalaus sprendinio galiojimo srities, nes 3.2.3 lentelės vaizduojamo optimalaus sprendinio galiojimo sritis yra tuščia, kadangi sąlyga $(b_2 \geqslant 12) \wedge (b_2 \leqslant 5)$ negali būti patenkinta.

Sistematizuodami parametrų $b_1$ ir $b_2$ reikšmių kitimo poveikio optimaliam sprendiniui tyrimo rezultatus, gauname:

1) srityje $(0 \leqslant b_1 \leqslant 12) \wedge (b_2 \geqslant b_1)$: $x_1^{(\text{opt})} = 0,5b_1$, $x_2^{(\text{opt})} = 0$, $P^{(\text{opt})} = 3,5b_1$;

2) srityje $(12 \leqslant b_1 \leqslant 27) \wedge (b_2 \geqslant \frac{b_1}{3} + 8)$: $x_1^{(\text{opt})} = 6$, $x_2^{(\text{opt})} = \frac{b_1}{3} - 4$, $P^{(\text{opt})} = \frac{5}{3}b_1 + 22$;

3) srityje $(b_1 \geqslant 27) \wedge (b_2 \geqslant 17)$: $x_1^{(\text{opt})} = 6$, $x_2^{(\text{opt})} = 5$, $P^{(\text{opt})} = 67$;

4) srityje $(0 \leqslant b_2 \leqslant 5) \wedge (b_1 \geqslant 3b_2)$: $x_1^{(\text{opt})} = 0$, $x_2^{(\text{opt})} = b_2$, $P^{(\text{opt})} = 5b_2$;

5) srityje $(5 \leqslant b_2 \leqslant 17) \wedge )b_1 \geqslant b_2 + 10)$: $x^{(\text{opt})} = 0,5b_2 - 2,5$, $x_2^{(\text{opt})} = 5$, $P^{(\text{opt})} = 3,5b_2 + 7,5$;

6) srityje $\{[(0 \leqslant b_2 \leqslant 5) \wedge (b_2 \leqslant b_1 \leqslant 3b_2)] \vee [(5 \leqslant b_2 \leqslant 12) \wedge (b_2 \leqslant b_1 \leqslant b_2 + 10)] \vee [(12 \leqslant b_2 \leqslant 17) \wedge (3b_2 - 24 \leqslant b_1 \leqslant b_2 + 10)]\}$: $x^{(\text{opt})} = 0,75b_2 - 0,25b_1$, $x_2^{(\text{opt})} = 0,5(b_1 - b_2)$, $P^{(\text{opt})} = 2,75b_2 - 0,75b_1$.

Šiek tiek sudėtingesnį atvejį gauname, nagrinėdami parametrų $b_{11}$ ir $b_{21}$ reikšmių kitimo poveikį optimaliam sprendiniui, nes kintant $b_{11}$ ir $b_{21}$ *keičiasi ne tik leistinų sprendinių sritis, bet ir tikslo funkcija.* Gauname tokią pradinę simplekso algoritmo lentelę:

| | L.n. | $x_1$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | 19 | $b_{11}$ | 3 |
| $x_4$ | 13 | $b_{21}$ | 1 |
| $x_5$ | 15 | 0 | 3 |
| $x_6$ | 18 | 3 | 0 |
| $P_1$ | 0 | $39 - 5b_{11} - 11b_{21}$ | 5 |

Kadangi daugianaris $39 - 5b_{11} - 11b_{21}$, reiškiantis pirmojo gaminio vieneto pelną, kintant $b_{11}$ ir $b_{21}$, gali būti ir teigiamas, ir neigiamas, o tikslo funkcijos koeficientas laisvojo kintamojo $x_2$ stulpelyje yra lygus 5 ir yra teigiamas, tai vedančiuoju stulpeliu pasirenkame kintamojo $x_2$ stulpelį ir gauname naują simplekso algoritmo lentelę, kurią pažymime pirmuoju numeriu.

| 1. | L.n. | $x_1$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | 4 | $b_{11}$ | $-1$ |
| $x_2$ | 5 | 0 | 1/3 |
| $x_6$ | 18 | 3 | 0 |
| $P_1$ | $-25$ | $39 - 5b_{11} - 11b_{21}$ | $-5/3$ |

Kai $39 - 5b_{11} - 11b_{21} \leqslant 0$, tai 1 lentelė vaizduoja optimalų sprendinį $x_1^{(\text{opt})} = 0$, $x_2^{(\text{opt})} = 5$, $P^{(\text{opt})} = 25$, atitinkantį atvejį, kai pirmojo tipo gaminių gaminti neapsimoka.

Kai $39 - 5b_{11} - 11b_{21} > 0$, tai ši lentelė dar nevaizduoja optimalaus sprendinio ir, priklausomai nuo $b_{11}$ ir $b_{21}$ ir reikšmių galimi trys variantai – 3 naujos lentelės: 1.1, 1.2 ir 1.3.

| 1.1 | L.n. | $x_3$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | $\frac{4}{b_{11}}$ | $\frac{1}{b_{11}}$ | $-\frac{1}{b_{11}}$ |
| $x_4$ | $8-\frac{4b_{21}}{b_{11}}$ | $-\frac{b_{21}}{b_{11}}$ | $\frac{b_{21}}{b_{11}}-\frac{1}{3}$ |
| $x_2$ | $5$ | $0$ | $\frac{1}{3}$ |
| $x_6$ | $18-\frac{12}{b_{11}}$ | $\frac{3}{b_{11}}$ | $\frac{3}{b_{11}}$ |
| $P_1$ | $-25-\frac{4}{b_{11}}(39-5b_{11}-11b_{21})$ | $-\frac{1}{b_{11}}(39-5b_{11}-11b_{21})$ | $-\frac{5}{3}+\frac{39-5b_{11}-11b_{21}}{b_{11}}$ |

| 1.2 | L.n. | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $4-8\frac{b_{11}}{b_{21}}$ | $-\frac{b_{11}}{b_{21}}$ | $-1+\frac{b_{11}}{3b_{21}}$ |
| $x_1$ | $\frac{8}{b_{21}}$ | $\frac{1}{b_{21}}$ | $-\frac{1}{3b_{21}}$ |
| $x_2$ | $5$ | $0$ | $\frac{1}{3}$ |
| $x_6$ | $18-\frac{24}{b_{21}}$ | $-\frac{3}{b_{21}}$ | $\frac{1}{b_{21}}$ |
| $P_1$ | $-25-\frac{8}{b_{11}}(39-5b_{11}-11b_{21})$ | $-\frac{1}{b_{21}}(39-5b_{11}-11b_{21})$ | $-\frac{5}{3}+\frac{39-5b_{11}-11b_{21}}{b_{21}}$ |

| 1.3 | L.n. | $x_6$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|
| $x_3$ | $4-6b_{11}$ | $-\frac{b_{11}}{3}$ | $-1$ |
| $x_4$ | $8-6b_{21}$ | $-\frac{b_{21}}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ |
| $x_2$ | $5$ | $0$ | $\frac{1}{3}$ |
| $x_1$ | $6$ | $\frac{1}{3}$ | $0$ |
| $P_1$ | $-259+30b_{11}+66b_{21}$ | $-\frac{1}{3}(39-5b_{11}-11b_{21})$ | $-\frac{5}{3}$ |

Kadangi 1.1, 1.2 ir 1.3 lentelės buvo gautos tuo atveju, kai $39-5b_{11}-11b_{21}>0$, tai 1.3 lentelė vaizduoja optimalų sprendinį $x_1^{(\text{opt})}=6$, $x_2^{(\text{opt})}=5$, $P^{(\text{opt})}=259-30b_{11}-66b_{21}$, galiojanti srityje, kurioje tenkinamos šios sąlygos: $(39-5b_{11}-11b_{21}>0)\wedge\left(\frac{18}{3}\leqslant\frac{4}{b_{11}}\right)\wedge\left(\frac{18}{3}\leqslant\frac{8}{b_{21}}\right)$, t.y. srityje $\left(0\leqslant b_{11}\leqslant\frac{2}{3}\right)\wedge\left(0\leqslant b_{21}\leqslant\frac{4}{3}\right)$.

1.1 lentelė vaizduoja optimalų sprendinį $x_1^{(\text{opt})}=\frac{4}{b_{11}}$, $x_2^{(\text{opt})}=5$, $P^{(\text{opt})}=\frac{156-44b_{21}}{b_{11}}+5$ tik tada, kai tenkinamos sąlygos:

$$\left(-\frac{5}{3}+\frac{39-5b_{11}-11b_{21}}{b_{11}}\leqslant 0\right)\wedge(39-5b_{11}-11b_{21}>0)\wedge\left(\frac{4}{b_{11}}\leqslant\frac{8}{b_{21}}\right)\wedge\left(\frac{4}{b_{11}}\leqslant\frac{18}{3}\right).$$

Kai pirmoji iš tų sąlygų netenkinama, o likusios trys tenkinamos, iš 1.1 lentelės vėl gali būti gautos naujos lentelės, vaizduojančios naujus optimalius sprendinius.

1.2 lentelė taip pat vaizduoja optimalų sprendinį $x_1(\mathrm{opt}) = \frac{8}{b_{21}}$, $x_2^{(\mathrm{opt})} = 5$, $P^{(\mathrm{opt})} = \frac{8(39-5b_{11})}{b_{21}} - 63$, kai tenkinamos sąlygos:

$$\Big(-\frac{5}{3}+\frac{39-5b_{11}-11b_{21}}{3b_{21}} \leqslant 0\Big) \wedge (39-5b_{11}-11b_{21} > 0) \wedge \Big(\frac{8}{b_{21}} \leqslant \frac{4}{b_{11}}\Big) \wedge \Big(\frac{8}{b_{21}} \leqslant \frac{18}{3}\Big).$$

Kai pirmoji iš tų sąlygų netenkinama, o likusios trys tenkinamos, tai iš 1.2 lentelės vėl gali būti gautos naujos lentelės, vaizduojančios naujus optimalius sprendinius.

Tęsdami šį tyrimą toliau, gautume, jog kintant parametrams $b_{11}$ ir $b_{21}$, plokštumoje $(b_{11}, b_{21})$ atsiranda net 9 sritys, charakterizuojamos atitinkamomis optimalaus sprendinio apskaičiavimo formulėmis, galiojančiomis tose srityse. Tose srityse optimalaus sprendinio jautrumo koeficientai arba išlieka pastovūs arba keičiasi tolydžiai. Pereinant iš vienos tokios srities į kitą sritį, keičiasi bazinių kintamųjų sąrašas ir jautrumo koeficientų reikšmės gali pasikeisti šuoliu.

Kadangi, kintant $b_{11}$ ir $b_{21}$, gali atsitikti (ir atsitinka) taip, jog vienodo pelno tiesės tampa lygiagrečios kuriai nors iš tiesių, ribojančių LSS, tai gali atsirasti (ir atsiranda) tokie atvejai, kai maksimalus pelnas pasiekiamas ne viename taške (simplekso viršūnėje), o visoje atkarpoje, ribojančioje LSS. Tuomet atsiranda galimybė maksimizuoti ne tik pelną, bet ir kapitalo investavimo efektyvumą, pasirenkant toje atkarpoje tokį tašką, kuriame bendros išlaidos $B = \sum_{j=1}^{m}\Big[d_j + \sum_{i=1}^{m} b_{ij}a_i\Big]x_j$ būtų mažiausios, esant tam pačiam maksimaliam pelnui.

Simplekso metodą galima taikyti ir atvejams, kai vienu metu keičiasi trijų ir daugiau parametrų reikšmės, tik tuomet, žinoma, tenka nagrinėti daugiau variantų, kam prireikia daugiau laiko.

## LITERATŪRA


[1] A. Šukys, Optimalaus sprendinio stabilumo ir jautrumo grafinė analizė, *Lietuvos matematikų draugijos XXXIII konf. tezės*, Vilnius, 32–33 (1992).

[2] A. Šukys, Simplekso lentelių panaudojimas, tiriant optimalaus sprendinio stabilumo zonas ir jo jautrumą, *Lietuvos matematikų draugijos XXXIII konf. tezės*, Vilnius, 33–34 (1992).

[3] A. Šukys, Kapitalo investavimo efektyvumo koeficientai ir jų panaudojimas operacijų tyrime, *Lietuvos matematikų draugijos XXXIV konf. tezės*, Vilnius, 19–20 (1993).


**Application of simplex method in analyzing sentivity of optimal solution to the changes of parameter values in linear optimazation model**

*A. Šukys*

The contents of the paper is reflected by the title.