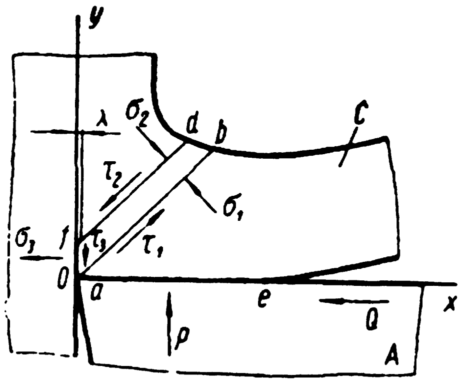
LMD mokslo darbai, 470–474
1998, Vilnius

Metalų pjovimo proceso lygčių tiesinė analizė

D. Švitra (KU, MII), J. Janutėnienė (KU)

Darbuose [1] ir [2] pateikta teorija paaiškinanti savaiminių autosvyravimų sužadinimą staklėse pjaunant metalą, pateikti šią teoriją patvirtinantys eksperimentiniai duomenys.

Metalų apdirbimo pjovimu praktikoje dažnai tenka susidurti su pjovimo įrankio, detalės arba staklių mazgų autosvyravimais. Pagal [1] autosvyravimus apdirbant metalą pjovimu sukelia vėluojančios jėgos. Jėgų vėlavimo priežastis susijusi su metale vykstančių deformacijų ypatumais, kurių pasekoje peilio briauna ne pastoviai dalyvauja pjovimo procese nuimant drožlę, o tik įpjauna metalą, kuris vėliau dėl vykstančių deformacijų įtrūksta .



1 pav.

Esant mažiems sistemos svyravimams x kryptimi bei drožlės storio svyravimams, pjovimo jėga P (1 pav.) periodiškai susilaiko. Kadangi drožlės susidarymas pereina kelias stadijas, tai pjovimo jėgos P vėlavimas ir pačios jėgos P dydis kinta. Dėl antrinės plastinės deformacijos, kuri vyksta drožlei slenkant peiliu, trinties jėga Q vėluoja pjovimo jėgos P atžvilgiu. Esant pjovimo jėgos P vėlavimui nuo koordinatės x ir trinties jėgos Q vėlavimui nuo pjovimo jėgos P, galime užrašyti [1] sužadinto judėjimo lygtis :

$$\ddot{x}(t) + \frac{D(x)}{m_x} + \omega_x^2 x(t) = -\frac{fB}{m_x} x(t - \tau_p - \tau_Q), \tag{1}$$

$$\ddot{y}(t) + \frac{D(y)}{m_y} + \omega_y^2 y(t) = -\frac{B}{m_y} x(t - \tau_p). \tag{2}$$

Sistemoje (1)–(2) vėlavimai priklauso nuo ieškomų funkcijų, t.y.

$$\tau_p = \frac{l_p}{v_s + \dot{y}}; \qquad \tau_Q = \frac{l_Q}{v_s + \dot{y} + \zeta \dot{x}}. \tag{3}$$

Čia l_p ir l_Q – vėlavimo kelias, v_s – pjovimo greitis . Linearizavus (1) lygtį, t.y. priimant $x \equiv \text{const}$ ir $y \equiv \text{const}$. gaunama tiesinė dif. lygtis

$$\ddot{x}(t) + \frac{b_x}{m_x}\dot{x}(t) + \omega_x^2 x(t) + \frac{fB}{m_x} x\left(t - \frac{l_p + l_Q}{v_s}\right) = 0. \tag{4}$$

Čia $\omega_x^2 = \frac{c_x}{m_x}$; c_x – standumo koeficientas, m_x – masės koeficientas, f – trinties koeficientas, $D(x) = b_x \dot{x}$ – disipacijos jėga.

$B = kb_c\varepsilon\delta^{\varepsilon-1}$ – santykinė pjovimo jėga , δ – pjaunamos drožlės storis, ε – laipsnio rodiklis įvertinantis metalo savybes ir peilio formą, b_c – pjaunamos drožlės plotis, k – santykinis slėgis.

Lygties (4) charakteringas kvazipolinomas

$$P(\lambda) = \lambda^2 + a\lambda + b + ce^{-\lambda h_Q}, \tag{5}$$

$$\text{čia } a = \frac{b_x}{m_x}, \quad b = \omega_x^2, \quad c = \frac{fB}{m_x}, \quad h_Q = \frac{l_p + l_Q}{v_s}.$$

D – suskaidymų metodu panagrinėsime lygties (5) šaknų išsidėstymą parametrų b ir c plokštumoje. Lygtis (5) turi nulinę šaknį $\lambda = 0$, kai $c = -b$, tai viena iš D – suskaidymo kreivių. Panagrinėsime kada (5) lygtis turi menamas šaknis. Įstatome $\lambda = i\sigma$.

$$(i\sigma)^2 + ai\sigma + b + ce^{-i\sigma h_Q} = 0,$$

atskiriame realią ir menamą dalį

$$\begin{cases} -\sigma^2 + b + c\cos(\sigma h_Q) = 0, \\ a\sigma - c\sin(\sigma h_Q) = 0, \end{cases}$$

po pertvarkymų gauname likusių D-suskaidymo kreivių lygtis parametrinėje formoje

$$\begin{cases} c = \dfrac{a\sigma}{\sin(\sigma h_Q)}, & (6) \\ b = \sigma \quad - a\sigma ctg(\sigma h_Q), & (7) \end{cases}$$

kai $\sigma \to 0$ iš (6) ir (7) lygčių nustatome grįžtamąjį tašką, kurio koordinatės:

$$\lim_{\sigma\to 0} b = -\frac{a}{h_Q}\ ; \quad \lim_{\sigma\to 0} c = \frac{a}{h_Q}\,.$$

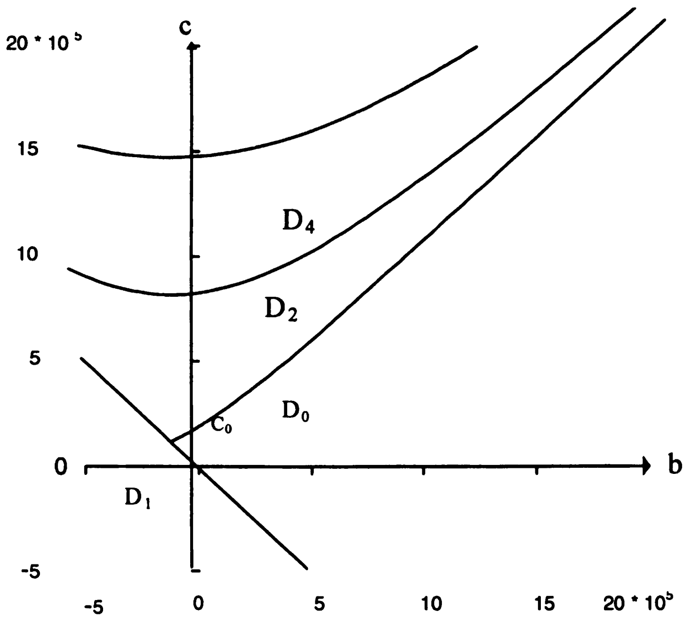
Pagal [3, 4] iš eksperimentinių rezultatų apskaičiuojame koeficientų a ir h_Q skaitines reikšmes. Pasirinktas pjovimo greitis v_s = 140 m/min, pjovimo jėgos P vėlavimo kelias $l_p = 0{,}35$ mm, trinties jėgos Q vėlavimo kelias l_Q = 0,32 mm, c_x= 400 kg/ mm, $m_x = 4{,}64\times10^{-4}$ kgs^2/mm, $b_x = 0{,}0118$ kgs/mm.

Gauname $a = 25\ s^{-1}$, $h_Q = 2{,}87\times10^{-4}s$. Įstatę gautas reikšmes į (6) ir (7) formules gauname D-suskaidymą b ir c parametrų plokštumoje, kuris pateiktas 2 paveiksle.

Pažymėsime, kad taikant jį konkrečiam pjovimo procesui prasmę turi tik teigiamos parametrų b ir c reikšmės. Iš išskirtų D-suskaidymo sričių mus domina asimptotinio stabilumo sritis D_0 bei sritys D_2 ir D_4 apibūdinančios autosvyravimus galinčius atsirasti pjovimo proceso metu.

1. Tegul $c = 0$, $a > 0$, $b > 0$. Tada kvazipolinimas(5) turi dvi neigiamas realias šaknis.

2. Tegul $c = 0$, $a > 0$, $b < 0$. Šiuo atveju kvazipolinomas (5) turi vieną teigiamą ir vieną neigiamą realias šaknis.



2 pav. D-suskaidymas parametrų c ir b plokštumoje

Tokiu būdu parametrų b ir c plokštumoje išskiriame asimptotinio stabilumo sritį D_0 ir sritį D_1, kur kvazipolinomas (5) turi vieną šaknį su teigiama realia dalimi, o kitų šaknų realios dalys yra neigiamos (2 pav.). Tai seka iš D-suskaidymų metodo esmės.

3. Tegul $b = 0$, $a > 0$. Tada su

$$c_0 = \sigma_0 \sqrt{a^2 + \sigma_0^2}\,, \tag{8}$$

kur σ_0 – vienintelė lygties

$$ctg\,\sigma h_Q = \frac{\sigma}{a} \tag{9}$$

šaknis intervale $(0,\pi/2h_Q)$, kvazipolinomas (5) turi porą menamų šaknų $\pm\, i\sigma_0$, o kitų šaknų realios dalys yra neigiamos.

LEMA. *Kai $b = 0$, $a > 0$ ir $c > c_0$ kvazipolinomas turi porą kompleksiškai sujungtinių šaknų su teigiama realia dalimi, o kitų šaknų realios dalys yra neigiamos.*

Iš tikrųjų , pažymėsime $c = c + \varepsilon$ ir $\lambda(\varepsilon) = \tau(\varepsilon) \pm i\sigma(\varepsilon)$.

Tada $\tau(0) = 0$, $\sigma(0) = \sigma_0$.

Reikia parodyti, kad

$$\tau_0' = \frac{d}{d\varepsilon}\tau(\varepsilon)\,\Big|_{\varepsilon=0} > 0\,. \tag{10}$$

Iš tapatybės

$$P[\,\lambda(\varepsilon);\, \varepsilon] = 0,$$

kur $P(\lambda)$ – kvazipolinomas (5), gauname , kad

$$\tau_0' = -\mathrm{Re}\frac{P_{0\varepsilon}'}{P_{0\lambda}'}\,, \tag{11}$$

kur $P_{0\varepsilon}' = P_\varepsilon'(\lambda;\varepsilon)$, $P_{0\lambda}' = P_\lambda'(\lambda;\varepsilon)$, $\varepsilon = 0$, $\lambda = i\sigma_0$. Kadangi $i\sigma_0$ yra kvazipolinomo (5) šaknis su $c = c_0$ ir $b = 0$, tai iš čia gauname, kad

$$\tau_0' = \frac{\sigma_0^2[a + h_Q(\sigma_0^2 + a^2)]}{c_0\left|P_{0\lambda}'\right|^2}\,. \tag{12}$$

Akivaizdu, kad $\tau_0' > 0$. Lema įrodyta.

Tokiu būdu išskyrėme sritį D_2. Analogiškai išskiriame sritis D_3, D_4....

Apie žalingų autosvyravimų atsiradimą pjovimo proceso metu ir jų pobūdį galima spręsti tik atlikus netiesinę analizę.

LITERATŪRA

[1] М.Э. Ельясберг. Об устойчивости процесса резания металлов. "Известия АН СССР, ОНТИ", Nr. 9, 1958.

[2] М.Э. Ельясберг. Расчет металлорежущих станков на устойчивость процесса резания. "Станки и инструмент". Nr.3, 1959.

[3] Stefan Ostholm. Simulering och Identifiering av skareggars mekaniska belastringsbild. Institutionen for mekanisk teknologi och verktysmaskiner lunds tekniska horskola.1991.

[4] М.Э. Ельясберг. О расчете устойчивости процесса резания с учетом пределного цикла системы . "Станки и инструмент". Nr., 1975.

[5] М.Э. Ельясберг. Основы теории автоколебаний при резании металлов. "Станки и инструмент". Nr.10, 1962.

[6] 6.Ю. Колесов, Д. Швитра Автоколебания в системах с запаздыванием. Вильнюс. 1979.

Linear analysis of equations of process treatment metals

D. Švitra, J. Janutėnienė

Linear analysis of equations describing treatment process of metals by cutting is presented. The analysis is based method on *D*-expansion method. There is choose af areas of asymptotically stability as well as areas describing harmful autooscillations arising during the treatment of metals by cutting is discussed.