

Jaunųjų matematikų varžybų komandinių ir individualių rezultatų palyginimas

Karolina Kanišauskienė 

Šiaulių akademija, Vilniaus universitetas, Lietuva 

✉ Korespondentas: kanisauskiene.k@gmail.com

Įteiktas 2025 birželio 24; publikuotas 2025 gruodžio 21

Santrauka. Straipsnyje pateikiama lyginamoji 2022–2025 m. vykusių Jaunųjų matematikų varžybų 11–12 klasių mokinių komandinių ir individualių rezultatų analizė atsižvelgiant į užduočių išsprendimą.

Raktiniai žodžiai: matematikos olimpiada; užduoties sunkumas; vidurkių lygybė

AMS: 62P99, 97D99

Įvadas

Jau 53 metus Šiauliuose, dabartinėje VU Šiaulių akademijoje, yra organizuojamos Jaunųjų matematikų varžybos 9–12 klasių mokiniams, kuriose varžosi dalyviai iš visos Lietuvos. Tai yra papildoma (šalia savivaldybės etapo) tarpinė pakopa, leidžianti 10 nugalėtojų patekti į respublikinę, t. y. Lietuvos mokinių matematikos olimpiadą (žr. [2]).

Varžybos yra komandinės, t. y. iš kiekvieno miesto arba rajono registruojama iki trijų moksleivių komanda, bet uždavinius sprendžia kiekvienas mokinys atskirai. Po to, įvertinus kiekvieno dalyvio darbą, yra skaičiuojami ir komandiniai rezultatai susumuojant komandai priskirtų moksleivių rezultatus. Taip pat šalia kiekvienos komandos dalyvių gali būti užregistruojami ir yra priimami ne daugiau kaip du papildomi nekomandiniai dalyviai.

Ne kartą teko pastebėti, kad tie papildomi nekomandiniai moksleiviai pasirodydavo ne prasčiau ar net geriau, negu tie, kurie būdavo įtraukti į komandą, kartais net kur kas geriau, ir užimdavo prizinę vietą.

Todėl buvo atliktas nedidelis tyrimas, kurio tikslas – palyginti komandinius ir individualius rezultatus. Tyrimui pasirinktos 11 ir 12 klasės, dalyvavusios 2022–2025 m. Jaunųjų matematikų varžybose (toliau – JMV).

1 Pirminė duomenų analizė

Skirtingais metais JMV dalyvavo skirtingas komandų skaičius: 2022 m. ir 2024 m. – po vienuolika 11-okų ir 12-okų komandų, 2023 m. ir 2025 m. – trylika 11-okų ir dvylika 12-okų komandų. Be to, ne visada tai būdavo tų pačių miestų ar rajonų komandos. Devynių miestų/rajonų komandos dalyvavo visose nagrinėjamo laikotarpio JMV, bet, pavyzdžiui, Alytaus ir Panevėžio miestų komandos dalyvavo tik 2023 m., Radviliškio rajono – tik 2022 m., Pakruojo rajono – 2022 m. ir 2025 m., 2023 m. nebuvo 12-okų komandos iš Šilalės rajono, ir pan.

Taip pat skyrėsi ir komandos narių skaičius – kartais kuriam nors miestui ar rajonui atstovaudavo tik vienas moksleivis, todėl ne visada pavykdavo konkuruoti su kitomis komandomis surinktų taškų skaičiumi.

2022 m. ir 2024 m. daugiausiai taškų surinko Kauno, 2023 m. – Šiaulių, 2025 m. – Klaipėdos miestų 11-ųjų komandos; 2022 m. ir 2025 m. – Šiaulių, o 2023 m. ir 2024 m. – Vilniaus miestų 12-ųjų komandos. Maksimalus, minimalus bei vidutinis 11/12 klasių komandų surinktų taškų skaičius pateiktas 1 lentelėje.

1 lentelė. 11 ir 12 kl. komandiniai rezultatai.

Metai	Komandų skaičius		Maksimalus surinktų taškų skaičius		Minimalus surinktų taškų skaičius		Vidutinis surinktų taškų skaičius	
	11 kl.	12 kl.	11 kl.	12 kl.	11 kl.	12 kl.	11 kl.	12 kl.
2022	11	11	46	39	7	11	20,909	24,182
2023	13	12	50	44	9	6	30,308	21,667
2024	11	11	53	58	29	17	37,818	36,909
2025	13	12	49	39	2	5	23,731	20,833

Kadangi ne visose komandose ir ne iš visų miestų bei rajonų dalyvavo po tiek pat mokinių, kad būtų lengviau palyginti rezultatus, jie buvo suvidurkinti, t. y. komandos surinktų taškų suma padalinta iš komandos narių skaičiaus, o miesto/rajonų dalyvių (ne tik komandos narių) surinktų taškų suma – iš dalyvių skaičiaus. Gauti rezultatai pateikti 2 ir 3 lentelėse.

Palyginus suvidurkintus komandų rezultatus su visų dalyvavusių iš atitinkamo miesto ar rajono suvidurkintais kiekvienos klasės rezultatais, didelio skirtumo pastebėti negalima, todėl negalima teigti, kad mokinius, atvykusius ne kaip komandos nariai, įtraukus į komandą rezultatai reikšmingai pasikeistų. Detalesnė suvidurkintų rezultatų analizė šiuo klausimu pateikta 3 šio straipsnio dalyje.

Nei komandiniuose, nei suvidurkintuose rezultatuose, be abejo, neatsispindi tai, kad paprastai yra mokinių, kurie surenka maksimalų arba beveik maksimalų galimą taškų skaičių. Mažesnės komandinių rezultatų maksimalių taškų reikšmės tiesiog rodo, kad moksleivis, surinkęs daugiausiai taškų, buvo vienoje komandoje su silpnesniais mokiniais.

2 lentelė. Suvidurkinti komandiniai ir individualūs (pagal miestą/rajoną) 11 kl. rezultatai.

Metai	Komandų skaičius	Maksimalus surinktų taškų skaičius	Minimalus surinktų taškų skaičius	Vidutinis surinktų taškų skaičius
2022	11	15,333	2,667	7,818
2023	13	16,667	5,667	10,769
2024	11	17,667	9,667	12,606
2025	13	16,333	1	8,628

Metai	Moksleivių skaičius	Maksimalus surinktų taškų skaičius	Minimalus surinktų taškų skaičius	Vidutinis surinktų taškų skaičius
2022	38	13,8	2,667	7,727
2023	49	16,7	5,667	10,378
2024	41	17,667	8	11,952
2025	40	16,333	1	8,405

3 lentelė. Suvidurkinti komandiniai ir individualūs (pagal miestą/rajoną) 12 kl. rezultatai.

Metai	Komandų skaičius	Maksimalus surinktų taškų skaičius	Minimalus surinktų taškų skaičius	Vidutinis surinktų taškų skaičius
2022	11	13	3,667	9,121
2023	12	14,667	2	7,722
2024	11	19,333	9,5	14,197
2025	12	13	1,667	7,111

Metai	Moksleivių skaičius	Maksimalus surinktų taškų skaičius	Minimalus surinktų taškų skaičius	Vidutinis surinktų taškų skaičius
2022	39	13	3,667	8,98
2023	43	13,75	2	7,514
2024	37	19	9,5	13,783
2025	43	11,4	2,25	6,876

4 lentelė. 11 ir 12 kl. individualūs rezultatai.

Metai	Moksleivių skaičius		Maksimalus surinktų taškų skaičius		Minimalus surinktų taškų skaičius		Vidutinis surinktų taškų skaičius	
	11 kl.	12 kl.	11 kl.	12 kl.	11 kl.	12 kl.	11 kl.	12 kl.
2022	38	39	19,5	15	0	2	8,461	8,897
2023	49	43	19	20	2	0	10,878	7,651
2024	41	37	20	20	3	5	11,732	13,811
2025	40	43	20	18	1	1	8,875	6,907

4 lentelėje pateikta, kiek daugiausiai, mažiausiai ir vidutiniškai kiekvienais metais nagrinėjamu laikotarpiu surinko 11 kl. ir 12 kl. mokiniai atsižvelgiant į jų individualius (ne komandinius ar suvidurkintus) rezultatus. Galima pastebėti, kad 2022 m. ir 2025 m. nė vienas dvyliktokas nesurinko maksimalaus (t. y. 20) arba beveik maksimalaus galimų taškų skaičiaus. Užtat 2024 m. daugiausiai taškų surinkusios 12-okų komandos nariai užėmė pirmą ir dvi antras vietas.

Vidutinis skirtingais metais surinktų taškų skaičius 12 kl. taip pat labiau svyruoja negu 11 kl. Gali būti, jog tai priklauso nuo kai kuriais metais buvusių sunkesnių užduočių.

2 Užduoties sunkumas (išspręstumas)

Šioje dalyje lyginami mokinių komandiniai ir individualūs rezultatai pagal užduočių išspręstumą.

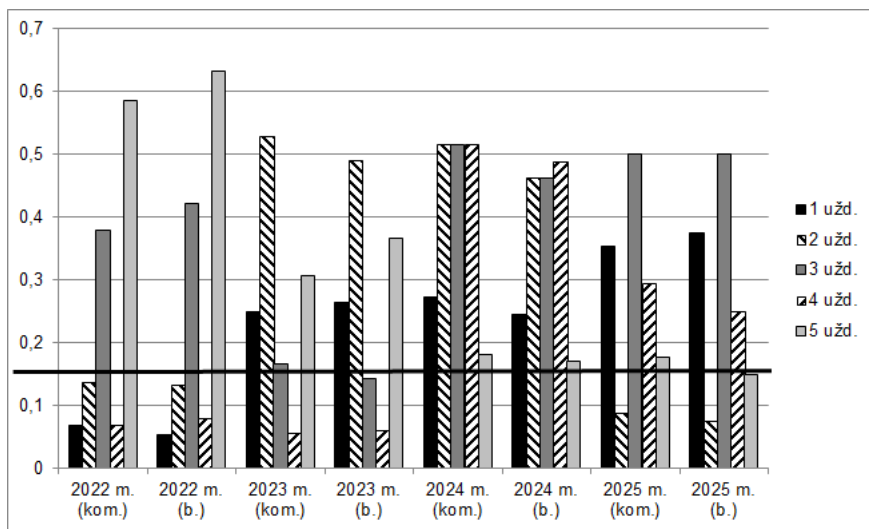
Užduoties išspręstumas, paprastai literatūroje (pvz., [1]) vadinamas užduoties sunkumu, yra tokia charakteristika, kuri išreiškia statistinį užduoties išspręstumo lygį tiriamųjų grupėje ir yra nusakoma sunkumo koeficientu

$$p = \frac{n_t}{n},$$

čia n_t – teisingai užduotį išsprendusių moksleivių skaičius, n – visų užduotį sprendusiųjų skaičius.

Užduoties sunkumo koeficientas $p \in [0; 1]$. Jei $p \leq 0,16$, uždaviniai laikomi sunkiais, jei $p \geq 0,84$ – lengvais (žr. [1]).

Pagal JMV dalyvavusių 11-okų ir 12-okų surinktus taškus už kiekvieną užduotį apskaičiavus užduočių sunkumo koeficientus atskirai tik komandos dalyviams ((kom.) stulpeliai) bei bendrai visiems dalyvavusiems ((b.) stulpeliai), paaiškėjo, kad pastaruosius ketverius metus lengvomis laikomų užduočių iš viso nebuvo (žr. 1 pav. ir 2 pav.; čia ryški horizontali linija rodo sunkių užduočių ribą).

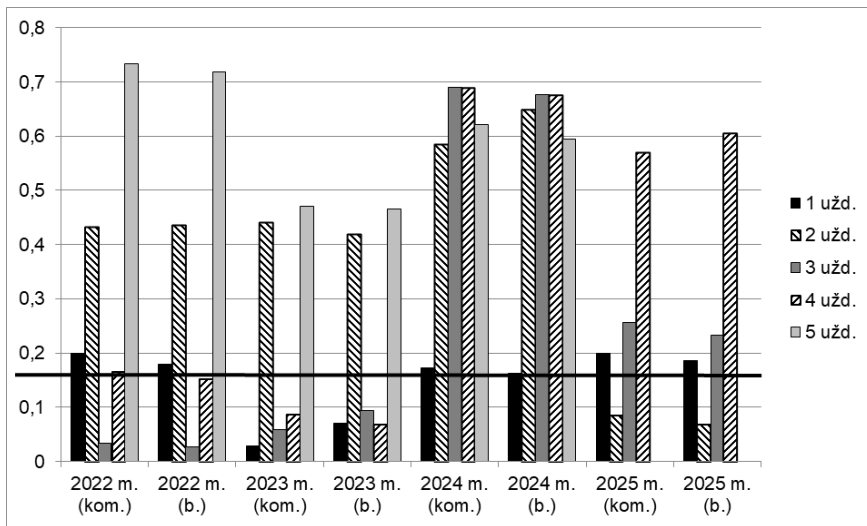


1 pav. Užduočių sunkumo koeficientai. 11 kl.

2022 m. net trys užduotys 11-okams pasirodė sunkios, 2023 m. ir 2025 m. sunkios buvo beveik¹ dvi užduotys, bet 2024 m. sunkių užduočių ribos nepasiekė nė viena užduotis.

Galima pastebėti, kad išskyrus 2024 m., kai visų uždavinių komandiniai rezultatai yra geresni už bendrus rezultatus, kitais metais yra užduočių, kurias, akivaizdu,

¹ Žodis „beveik“ šiame kontekste vartojamas tada, kai užduoties sunkumo koeficientas tik komandų dalyviams nepasiekė sunkios užduoties ribos, bet tos pačios užduoties sunkumo koeficientas, apskaičiuotas pagal visų dalyvių surinktus taškus, yra $< 0,16$.



2 pav. Užduočių sunkumo koeficientai. 12 kl.

gerai sprendė ir moksleiviai, atvykę ne kaip komandų nariai (tokios yra 6 iš visų 20 užduočių), ir priešingai, yra užduočių, kurias lengviau įveikė būtent komandų nariai.

12-okams 2022 m. sunkiomis pasirodė beveik dvi užduotys, 2023 m. sunkios buvo net trys užduotys, 2024 m., kaip ir 11-okų atveju, sunkių užduočių ribos nepasiekė nė viena užduotis, o 2025 m. sunkios buvo dvi užduotys, iš kurių vienos iki galo neįveikė nė vienas mokinys. Ketvirtadalį užduočių (5 iš visų 20) 12-okai, atvykę ne kaip komandų nariai, išsprendė bent šiek tiek geriau negu komandų nariai.

Jeigu remtumėmės kitu užduočių sunkumo apibrėžimu (pagal [3]), t. y., kad sunkia laikoma užduotis, kurią išsprendė ne daugiau kaip trečdalis tiriamųjų, tada net 55% nagrinėjamo laikotarpio uždavinių tektų laikyti sunkiais.

2.1 Sunkių užduočių apžvalga

Trumpai apžvelkime uždavinius, kurie mokiniams JMV buvo sunkūs.

2022 m. 11-okams sunkiausia buvo išspręsti pirmą uždavinį – lygčių sistemą:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{c}, \\ \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = \frac{1}{a}, \\ \frac{z}{c} + \frac{x}{a} = \frac{1}{b}. \end{cases}$$

Teisingai šią lygčių sistemą išsprendė tik 2 mokiniai (tai sudaro 7% komandoms priklausiusių ir 5% visų 2022 m. JMV dalyvavusių 11-okų). Po 3 taškus surinko 8 (21%) mokiniai, iš kurių komandoms priklausė 6 (21%). Po 0 taškų surinko atitinkamai 17 (45%) ir 14 (48%) mokinių.

Ne ką lengviau sekėsi su ketvirtu uždaviniu:

Keli žmonės sėdi ratu taip, kad kiekvienas turi po vieną kaimyną iš kairės ir iš dešinės. Kiekvienas iš sėdinčiųjų turi po tam tikrą skaičių monetų. Pirmasis turi viena moneta daugiau negu antrasis, antrasis – viena moneta daugiau negu trečiasis ir t. t. Pirmas iš sėdinčiųjų atiduoda vieną monetą antrajam, antrasis – dvi monetas trečiajam ir t. t. Kiekvienas kitam šalia sėdinčiam žmogui atiduoda viena moneta daugiau negu pats gauna tol, kol tai įmanoma. Žaidimo pabaigoje vienas iš sėdinčiųjų turi 4 kartus daugiau monetų negu jo kaimynas. Kiek iš viso buvo žmonių ir kiek monetų turėjo pats neturtingiausias iš jų žaidimo pradžioje?

Teisingai jį išsprendė tik 3 mokiniai (8%), iš kurių 2 (7%) priklausė komandoms. 3 taškus surinko tik vienas, komandai nepriklausęs mokinys. Po 0 taškų surinko 29 mokiniai (76%), iš kurių 23 (79%) priklausė komandoms.

Tą patį uždavinį turėjo ir 12-okai, tik jiems šis uždavinys pasirodė lengviau įveikiamas – tik vos siekė sunkių uždavinių ribą. Teisingai šį uždavinį išsprendė 6 (15%) mokiniai, iš kurių 5 (17%) priklausė komandoms. Po 3 taškus surinko 2 komandoms priklausę mokiniai, o po 0 taškų surinko 21 mokinys (54%), iš kurių 17 (57%) priklausė komandoms.

Dvigubai lengvesne nei jau aptartos pirmosios dvi, bet vis tiek sunkia 11-okams pasirodė antroji užduotis:

Raskite visus galimus natūraliuosius skaičius m ir n , tenkinančius lygybę $n^2 + 615 = 2^m$.

Teisingai šią užduotį atliko 5 (13%) mokiniai, iš kurių 4 (14%) priklausė komandoms. Po 3 taškus surinko 2 (5%) mokiniai, iš kurių 1 (3%) priklausė komandai. Po 0 taškų surinko 10 mokinių, priklausiusių komandoms.

2023 m. 11-okams sunkiausias buvo ketvirtas uždavinys:

Susitiko visi dviejų ekskursijų dalyviai (kai kurie iš jų dalyvavo abiejose ekskursijose). Pirmoje ekskursijoje vyrai sudarė 60% visų jos dalyvių, antroje – 75% visų jos dalyvių. Ar galėjo susitikime dalyvauti po lygiai vyrų ir moterų? Atsakymą pagrįskite.

Teisingai jį išsprendė tik 3 (6%) mokiniai, iš kurių 2 (6%) priklausė komandoms. Po 3 taškus surinko atitinkamai 11 (22%) ir 9 (25%) mokiniai, o po 0 taškų – atitinkamai 18 (37%) ir 13 (36%) mokinių.

Beveik sunkiu² galima laikyti tokį (trečią) uždavinį:

Įrodykite, kad $a + b + c \leq 0$, jei a , b ir c reikšmės nelygios nuliui ir tenkina tapatybę $\frac{a}{b+c^2} = \frac{a+c^2}{b}$.

Šį uždavinį teisingai išsprendė 7 (14%) mokiniai, iš kurių 6 (17%) priklausė komandoms. Po 3 taškus surinko atitinkamai 20 (41%) ir 14 (39%) mokinių, o po 0 taškų – atitinkamai 8 (16%) ir 6 (17%) mokiniai.

Nors 2024 m. sunkių uždavinių ribos ir nepasiekė nė vienas 11-okų uždavinys, vis dėlto sunkiausiai jiems sekėsi penktas – geometrinis uždavinys:

Į trikampį ABC įbrėžtas apskritimas liečia trikampį taškuose K , L ir M . Trikampio KLM kampai yra 50° , 50° ir 80° . Raskite trikampio ABC kampus.

² Šio uždavinio sunkumo koeficientas $p < 0,16$ buvo tik vienu atveju – skaičiuojant jį pagal visų (ne tik priklausiusių komandoms) dalyvavusių 11-okų rezultatus.

Jį teisingai išsprendė 7 (17%) mokiniai, iš kurių 6 (18%) priklausė komandoms. Po 3 taškus surinko atitinkamai 12 (29%) ir 11 (33%) mokinių, o po 0 taškų – net 16 (39%) mokinių, iš kurių 10 (30%) priklausė komandoms.

2025 m. 11-okams sunkiausia buvo tokia (antra) užduotis:

Įmonės A metinė produkcija sudarė 64% įmonės B metinės produkcijos. Įmonės A pirmųjų metų produkcijos prieaugis buvo 20% didesnis už įmonės B pirmųjų metų produkcijos prieaugį. Kiek procentų didėjo įmonės A metinė produkcija, jeigu po abiejų metų abiejų įmonių metinė produkcija buvo vienoda?

Teisingai ją išsprendė tik 3 mokiniai, kurie priklausė komandoms. 3 taškus surinko 1 mokinys, priklausęs komandai. Po 0 taškų surinko net 20 (50%) mokinių, iš kurių 15 (44%) priklausė komandoms.

Beveik sunkiu tų metų uždaviniu 11-okams galima laikyti penktą – geometrinį uždavinį:

Trikampio ABC plotas lygus S. Jo kraštinių AB, BC ir CA tęsiniuose atitinkamai atidėtos atkarpos BM = AB, CN = BC ir AP = CA. Raskite trikampio MNP plotą.

Šį uždavinį teisingai išsprendė 6 komandoms priklausę mokiniai. Po 3 taškus surinko 8 (15%) mokiniai, iš kurių 7 (18%) priklausė komandoms. Po 0 taškų surinko atitinkamai 10 (25%) ir 8 (24%) mokiniai.

12-okams 2022 m. sunkiausiai sekėsi trečias uždavinys:

Apskaičiuokite geometrinės progresijos $a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^{n-1} + \dots$ narių sumą, kur a_1 yra funkcijos $y = (6x^2 - x^3 - 16)/8$ didžiausia reikšmė intervale $[1; 5]$, o progresijos vardiklis $q = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)/x^2$.

Jį teisingai išsprendė tik vienas, komandai priklausęs mokinys. 3 taškų nesurinko nė vienas mokinys. Po 0 taškų surinko 11 (37%) mokinių, irgi priklausiusių komandoms. Vadinasi, visi devyni 12-okai, tais metais atvykę ne kaip komandų nariai, už šį uždavinį surinko po 1–2 taškus.

2023 m. 12-okams sunkiausiai sekėsi pirmasis – įrodymo uždavinys:

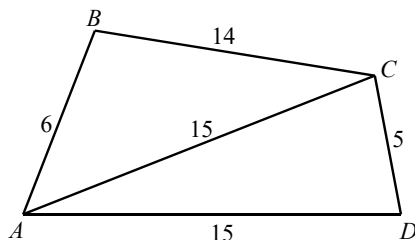
Įrodykite, kad funkcijai $f(x) = \cos x \sin 2x$ teisinga nelygybė

$$\min_{x \in [-\pi; \pi]} f(x) > -\frac{7}{9}.$$

Teisingai šį uždavinį išsprendė 3 (7%) mokiniai, iš kurių tik vienas (3%) priklausė komandai. Po 3 taškus surinko 9 (21%) mokiniai, iš kurių 7 (21%) priklausė komandoms. Po 0 taškų surinko atitinkamai 21 (49%) ir 18 (53%) moksleivių.

Ne ką lengviau sekėsi ir trečiasis uždavinys, kadangi tai buvo neįprastas, netradicinis (pagal vidurinės mokyklos programą) uždavinys.

Brėžinyje (žr. 3 pav.) pavaizduoti miestus A, B, C, D jungiantys keliai, kurių ilgiai nurodyti kilometrais. Iš kažkurio vieno miesto, norėdami aplankyti kitus tris miestus, tuo pačiu metu išėjo 3 turistai, einantys pastoviais greičiais ir be sustojimo. Visų turistų maršrutai skirtingi ir sudaryti iš trijų kelio atkarpų (pvz., AB, BC ir CD). Pirmasis ir antrasis turistai, prieš eidami trečiąsias savo maršrutų atkarpas, susitiko viename mieste, o trečiasis baigė savo maršrutą viena valanda anksčiau už turistą, kuris kelionėje užtruko ilgiausiai. Raskite turistų greičius, jei žinoma, kad trečiojo turisto greitis yra didesnis už antrojo turisto greitį ir $0,5 \text{ km/h}$ mažesnis už pirmojo turisto greitį. Be to, visų turistų greičiai patenka į intervalą nuo 5 km/h iki 8 km/h .



3 pav. 2023 m. 12 kl. 3 užduotis.

Šį uždavinį sėkmingai išsprendė 4 (9%) mokiniai, iš kurių 2 (6%) priklausė komandoms. Po 3 taškus surinko atitinkamai 3 (7%) ir 2 (6%) mokiniai, o po 0 taškų – atitinkamai 18 (42%) ir 16 (47%) moksleivių.

Panašiai sekėsi ir ketvirtoji užduotis:

$$\text{Raskite sumą } S = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{1111 \dots 111}_{1000 \text{ skaitmenų}}.$$

Sėkmingai šią užduotį atliko 3 mokiniai, kurie visi priklausė komandoms. 3 taškų nesurinko nė vienas mokinytis. Po 0 taškų surinko 20 (47%) mokinių, iš kurių 14 (41%) priklausė komandoms.

Kaip ir 11-okų atveju, 2024 m. sunkių užduočių ribos nepasiekė nė viena ir 12-okų užduotis. Tačiau labai arti tos ribos buvo pirmoji tų metų JMV užduotis:

Funkcija f tokia, kad su bet kokiomis teigiamomis x ir y reikšmėmis yra teisinga lygybė $f(xy) = f(x) + f(y) - 36$. Kiek kartų $f(1236)$ daugiau už $f(\frac{1}{1236})$, jei $f(\frac{1}{1236}) = 3$?

Ją teisingai išsprendė 6 (16%) mokiniai, iš kurių 5 (17%) priklausė komandoms. Po 3 taškus surinko atitinkamai 9 (24%) ir 8 (28%) mokiniai, o po 0 taškų – net 18 (49%), iš kurių 12 (41%) priklausė komandoms.

Analogišką užduotį tais pačiais metais turėjo ir 11-okai:

Funkcija f tokia, kad su bet kokiomis teigiamomis x ir y reikšmėmis yra teisinga lygybė $f(xy) = f(x) + f(y) - 24$. Kiek kartų $f(2024)$ daugiau už $f(\frac{1}{2024})$, jei $f(\frac{1}{2024}) = 2$?

Tik 11-okai šią užduotį įveikė lengviau negu 12-okai. Teisingai šią užduotį išsprendė 10 (24%) mokinių, iš kurių 9 (27%) priklausė komandoms. Po 3 taškus surinko irgi 10 mokinių, iš kurių 8 (24%) priklausė komandoms. Po 0 taškų – atitinkamai 17 (42%) ir 12(36%) mokinių.

2025 m. 12-okams gana sunkus buvo toks (antras) uždavinys:

Kvadratinės lygties $x^2 + 4px + q = 0$ koeficientas p atsitiktinai parenkamas iš atkarpos $[-0,5; 0,5]$, o q – iš atkarpos $[-1; 1]$. Kokia tikimybė, kad lygties sprendiniai bus realieji?

Šį uždavinį teisingai išsprendė tik 3 mokiniai, priklausę komandoms. 3 taškų nesurinko nė vienas mokinyss. O po 0 taškų surinko 16 (37%) mokinių, iš kurių 12 (34%) priklausė komandoms.

Pats sunkiausias uždavinys ne tik 2025 m., bet ir visu nagrinėjamu laikotarpiu, už kurį nė vienas 12-okas nesugebėjo surinkti daugiau negu 2 taškus, buvo geometrinis (penktas):

I duotą R spindulio apskritimą įbrėžtas didžiausio ploto keturkampis, kurio dvi kraštinės lygiagrečios ir viena iš jų du kartus ilgesnė už kitą. Raskite šių kraštinių ilgius.

Net 37 (86%) mokiniai, iš kurių 30 (86%) priklausė komandoms, surinko po 0 taškų.

3 Statistinės hipotezės apie vidurkių lygybę tikrinimas

Siekiant išsiaiškinti, ar tikrai nagrinėjamu laikotarpiu JMV dalyvavusių moksleivių, kaip komandų nariai ir ne kaip komandų nariai, rezultatai statistiškai reikšmingai nesiskiria, buvo tikrinama statistinė hipotezė apie vidurkių lygybę. Kadangi duomenys pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį, hipotezės tikrinimui taikytas Stjudento kriterijus dviem nepriklausomoms imtims (pagal [4]), kuris buvo realizuotas SPSS paketu.

5 lentelėje pateikti tikrintų hipotezių (kai $\alpha = 0,05$) dispersijų lygybės (Levene'o testo) ir vidurkių lygybės (t testo) rezultatai.

5 lentelė. Stjudento kriterijaus taikymo rezultatai.

	Levene'o testas dispersijų lygybei		t testas vidurkių lygybei		
	F	Sig.	t	Sig. (2-tailed)	Vidurkių skirtumas
vid_11	0,092	0,762	0,415	0,679	0,3375
vid_12	0,145	0,704	0,275	0,784	0,2482
sunk_11	0,058	0,811	0,121	0,905	0,00685
sunk_12	0,006	0,94	0,028	0,978	0,00225

Kintamojo *vid_11* eilutėje pateikti hipotezės, kad suvidurkintų 11 klasės komandų ir visų dalyvavusių atitinkamo miesto arba rajono 11-okų surinktų taškų (apie kuriuos buvo kalbama šio straipsnio 1 dalyje) vidurkiai (kurie yra atitinkamai 9,934 ir 9,5965) yra lygūs, rezultatai. Matome, kad lygių dispersijų atveju ($Sig. = 0,762 > 0,05 = \alpha$) lyginamų imčių vidurkiai statistiškai reikšmingai nesiskiria, nes $Sig.(2-tailed) = 0,679 > 0,05 = \alpha$.

Analogiška situacija ir su 12 klasės suvidurkintais duomenimis (žr. 5 lent., kint. *vid_12*) – imčių vidurkiai statistiškai reikšmingai nesiskiria.

Kadangi šiame straipsnyje yra lyginami mokinių komandiniai ir individualūs rezultatai pagal užduočių išspręstumą (sunkumą), tai buvo patikrintos ir hipotezės (tiek 11, tiek 12 kl.), kad užduočių sunkumo koeficientų, apskaičiuotų atskirai tik komandos dalyviams bei bendrai visiems dalyvavusiems, vidurkiai yra lygūs. Gauti rezultatai (žr. 5 lent., kint. *sunk_11* ir *sunk_12*) parodė, kad komandiniai ir individualūs rezultatai ir pagal užduočių išspręstumą taip pat statistiškai reikšmingai nesiskiria.

4 Apibendrinimas

Atliktas tyrimas neparodė kokio nors dėsningumo, kad nagrinėjamu laikotarpiu į komandą būtų buvęs nepaimtas gerokai stipresnis moksleivis, kuris būtų galėjęs žymiai pagerinti komandos rezultatus.

Literatūra

- [1] D. Kiseliova, A. Kiseliovas. *Matematinų gebėjimų diagnostika. I.* ŠU 1-kla, Šiauliai, 2004.
- [2] Lietuvos mokinių matematikos olimpiados sąlygos, 2025. <https://www.linesa.lt/matematikos-olimpiada/>.
- [3] V. Sičiūnienė. *Matematikos didaktika. I.* VPU 1-kla, Vilnius, 2010.
- [4] V. Čekanavičius, G. Murauskas. *Statistika ir jos taikymai. I.* TEV, Vilnius, 2006.

SUMMARY

Comparison of team and individual results of the young mathematicians competition

K. Kaniškauskienė

The article presents a comparative analysis of the team and individual results of the 11th–12th grade students who participated in the Young Mathematicians Competition held between 2022 and 2025, taking into account the solvability of tasks.

Keywords: mathematics olympiad; difficulty; equality of means