FINANSINIŲ PIRAMIDŽIŲ MODELIAI

Stasys Girdzijauskas

Docentas technikos mokslų daktaras
Vilniaus universiteto
Kauno humanitarinio fakulteto
Informatikos katedra
Muitinės g. 8, LT-3000 Kaunas
Tel. (370 7) 42 25 66
El. paštas: stasys.girdzijauskas@vukhf.lt

Vera Moskaliova

Lektorė verslo administravimo ir vadybos magistrė
Vilniaus universiteto
Kauno humanitarinio fakulteto
Informatikos katedra
Muitinės g. 8, LT-3000 Kaunas
Tel. (370 7) 42 25 66
El. paštas: vera.moskaliova@vukhf.lt

Straipsnyje iškeliama finansinių piramidžių egzistavimo problema. Jų veiklos organizavimas yra įstatymais dar nepakankamai apibrėžtas sukčiavimo būdas. Ši problema ypač aktuali pereinamuoju laikotarpiu, kai ekonominė situacija nėra pakankamai stabili. Finansinės piramidės esti gana įvairios, ir atpažinti jas ne visada yra paprasta, juo labiau kad legaliai ir pelningai veikiančios investicinės bendrovės ilgainiui dėl vienokių ar kitokių priežasčių gali virsti finansinėmis piramidėmis. Tokių piramidžių išankstinis identifikavimas, pinigų srautų modeliavimas, jų veiklos analizė padės nuo jų apsisaugoti. Problema aktuali ir kol kas yra labai menkai tirta. Todėl straipsnio tikslas yra sukurti matematinius modelius ir pritaikyti juos finansinių piramidžių tyrimui. Straipsnis parengtas naudojant mokslinės literatūros lyginamosios analizės, matematinio modeliavimo ir apibendrinimo metodus.

Įvadas

„Kapitalas bijo pelno stokos ar per mažo pelno, kaip gamta bijo tuštumos. Bet esant pakankamam pelnui kapitalas darosi drąsesnis. Garantuokite 10 procentų, ir kapitalas sutinka imtis bet kurio darbo; esant 20 procentų – jis pagyvėja; esant 50 procentų – tiesiog pasirengęs verstis per galvą; esant 100 procentų – jis trypia visus žmogiškus įstatymus; esant 300 procentų – nėra tokio nusikaltimo, kuriam jis nesiryžtų, kad ir žinodamas, kad gresia kartuvės" T. J. Diuningas (cituojamas K. Marxo veikalas „Kapitalas").

Finansinės grandininės struktūros, naudojančios pinigų srautus pasipelnyti ar tiesiog sukčiauti, laikomos *finansinėmis piramidėmis* (FP). Priklausomai nuo srautų pobūdžio ir sumanytų tikslų įgyvendinimo strategijos FP dar vadinamos sniego kamuolio, grandininių laiškų ar žaidimų, daugiapakopės arba tinklinės prekybos ir panašiomis sistemomis. Pastaruoju metu jos intensyviai skverbiasi ir į informacijos technologijų sritį. Tokių sistemų pinigų srautų modeliavimas, jų veiklos analizė padeda atpažinti FP ir nuo jų apsisaugoti.

Yra žinomi įvairūs finansinių piramidžių veiklos modeliai. Klasikinė finansinė piramidė pagrįsta tuo, kad žemesnės pakopos „investuotojai" – FP dalyviai, savo pinigus „perduoda" aukštesnės pakopos dalyviams. Pastarųjų yra gerokai mažiau ir dėl to jie gauna dideles sumas. Žemesnės pakopos dalyviai tikisi ilgainiui tapti aukštesnės pakopos dalyviais ir taip gerai uždirbti. Be to, jie turi įtraukti į FP naujus dalyvius ir taip užtikrinti pinigų tekėjimą į piramidės viršų. Kadangi norinčiųjų dalyvauti finansinės piramidės veikloje skaičius ribotas, naujų narių įtraukimas anksčiau ar vėliau baigiasi. Nustojus tekėti pinigų srautui, piramidė žlunga, todėl žemesnių pakopų „investuotojai" praranda savo pinigus. Daugeliui dalyvaujančiųjų FP praktiškai nėra vilties laimėti, nes ji sudaryta pagal principą: didelis būrys pralošusiųjų išmoka nedidelio skaičiaus aukštesnio rango dalyvių solidžius laimikius [11]. Būtina pabrėžti, kad FP neturi nieko bendra su legaliomis ir nuolatinėmis loterijomis.

Suprantama, FP veiklos organizavimas yra ne kas kita kaip atviras ar kiek paslėptas ir dėl to įstatymais nepakankamai apibrėžtas sukčiavimo būdas. FP yra gana įvairios, todėl kartais atpažinti jas nėra paprasta, juo labiau kad legaliai ir pelningai veikiančios kompanijos ilgainiui dėl vienokių ar kitokių priežasčių (kartais net objektyvių) gali virsti finansinėmis piramidėmis.

Kai kurie griežti FP kritikai mano, kad pirmąją finansinę piramidę pastatė valstybė. Čia turima galvoje škotų ekonomisto Džono Lou XVIII a. pradžioje sukurta ir Prancūzijoje įdiegta centrinio banko, turinčio teisę leisti akcijas ir popierinius pinigus, sistema. Ši sistema dėl šalies politinės viršūnėlės intrigų ir išlaidavimo 1720 m. virto milžiniška finansine afera. Ir vis dėlto, nepaisant tragiškos Prancūzijos patirties, po kelių dešimtmečių dauguma Europos valstybių perėjo nuo iždo prie centrinio banko sistemos ir auksines, sidabrines ar kitokias monetas pakeitė popieriniais pinigais. Tačiau Lou sistema liko sukompromituota iki pat mūsų laikų, dabar ne vienas popierinių pinigų savininkas stengiasi juos kuo greičiau pakeisti patikimesniais aktyvais [13].

FP yra didelė įvairovė. Jos prisidengia bankų, draudimo, komercine ir kitokia veikla, organizuoja pakopinę laiškų sistemą, tinklinę prekybą dažnai neegzistuojančiomis ar neturinčiomis paklausos prekėmis, imituoja elektroninį verslą ir t. t. Ypač palankios sąlygos plisti FP susiklostė atsiradus informacinių ir kitų pažangių technologijų, kai tiesioginius ar paprastojo pašto ryšius su klientais pakeitė elektroninės komunikacijos priemonės: mobilusis ryšys, internetas.

Paprasčiausios finansinės piramidės modelis

Plačiau aptarsime tik investicinių bendrovių FP. Tiesa, jos su įprastu investavimu dažniausiai neturi nieko bendro. Tokios bendrovės, prisidengdamos investavimu, organizuoja tik pinigų surinkimą, žadėdamos nepaprastai dideles palūkanas. Iš pradžių bendrovė tas palūkanas moka, bet dažniausiai ne iš investicijų uždirbto pelno, o iš naujų „investuotojų" įnašų. Tačiau ateina laikas, kai procentams išmokėti nebeužtenka naujų atneštų pinigų ir bendrovė žlunga: piramidė sugriūva.

Išnagrinėkime FP pinigų srautus [12, p. 61]. Imkime paprasčiausią atvejį, kai FP organizatoriai surenka pinigus, žadėdami, pavyzdžiui, 20 proc. palūkanų per mėnesį (tai maždaug 792 proc. metinių palūkanų). Tarkime, kad egzistuoja reikalavimas, jog neleidžiama atsiimti įnašo bent pirmuosius penkis mėnesius (per šį laiką pradinė suma būtų išmokėta palūkanomis). Iš pradžių tarkime, kad FP klientai kiekvieną mėnesį įmoka vienodas pinigų sumas. Jas pažymėkime raide a. Nustatykime, per kiek mėnesių bus surinkta didžiausia suma pinigų ir po kiek laiko surenkamų pinigų nebeužteks procentams išmokėti. Imkime, kad S_n – pinigų suma, kurią sukaups organizatoriai po n mėnesių. Sudarykime tokios veiklos matematinį modelį, „pastatydami" pseudopiramidę. Užrašykime S_n reikšmes po vieno, dviejų, trijų ir t. t. mėnesių, t. y. kol surenkamų pinigų bent teoriškai užteks vien procentams išmokėti:

$$S_1 = a$$
$$S_2 = a + 0{,}8a = 1{,}8a$$
$$S_3 = a + 0{,}8a + 0{,}6a = 2{,}4a$$
$$S_4 = a + 0{,}8a + 0{,}6a + 0{,}4a = 2{,}8a$$
$$S_5 = a + 0{,}8a + 0{,}6a + 0{,}4a + 0{,}2a = 3a$$
$$S_6 = a + 0{,}8a + 0{,}6a + 0{,}4a + 0{,}2a + 0 = 3a$$
$$S_7 = a + 0{,}8a + 0{,}6a + 0{,}4a + 0{,}2a + 0 - 0{,}2a = 2{,}8a$$
$$S_8 = a + 0{,}8a + 0{,}6a + 0{,}4a + 0{,}2a + 0 - 0{,}2a - 0{,}4a = 2{,}4a$$
$$S_9 = a + 0{,}8a + 0{,}6a + 0{,}4a + 0{,}2a + 0 - 0{,}2a - 0{,}4a - 0{,}6a = 1{,}8a$$
$$S_{10} = a + 0{,}8a + 0{,}6a + 0{,}4a + 0{,}2a + 0 - 0{,}2a - 0{,}4a - 0{,}6a - 0{,}8a = 1a$$
$$S_{11} = a + 0{,}8a + 0{,}6a + 0{,}4a + 0{,}2a + 0 - 0{,}2a - 0{,}4a - 0{,}6a - 0{,}8a - a = 0.$$

Skaičiavimų rezultatai rodo, kad jei bus mokama 20 proc. palūkanų per mėnesį, o pradiniai įnašai nebus investuojami, bet ir nebus atsiimami, o ir naujų narių kas mėnesį ateis apytikriai tas pat skaičius, tai maksimali suma bus sukaupta po penkių mėnesių ir tokia ji išliks dar vieną mėnesį. Vėliau sukaupta suma ima mažėti ir vienuoliktą mėnesį (jei FP iki to išgyvens) visi pinigai bus išdalyti palūkanoms padengti.

Sukauptų pinigų vertės priklausomybė nuo laiko ir išmokamų procentų normos. Pinigų srauto nariai pastovaus didumo

Dabar tarkime, kad kiekvieną mėnesį indėlininkams yra išmokama po β procentų (skaičiuojant šimtosiomis dalimis) pradinės indėlio sumos. Tai per n mėnesių sukaupta suma:

$$S_n = a + (1-\beta)a + (1-2\beta)a + \ldots + (1-(n-1)\beta)a.$$

Dešinėje lygybės pusėje yra aritmetinė progresija, kurios pirmasis narys $a_1 = a$, skirtumas $d = -\beta \cdot a$, o n-tasis narys $a_n = a(1+\beta-n\beta)$. Suradę progresijos pirmųjų n narių sumą[1], gausime S_n reikšmę

$$S_n = \frac{an}{2}(2+\beta(1-n)); \qquad (1)$$

čia S_n – per n periodų (mėnesių) organizatorių sukaupta pinigų suma, a – kiekvieno periodo (mėnesio) pradžioje įmokamos pinigų sumos, β – palūkanų procentas, išreikštas dešimtaine trupmena, skaičiuojamas nuo pradinės sumos.

Remdamiesi formule (1) sudarome sukaupto kapitalo priklausomybes nuo kaupimo trukmės (mėnesiais), esant skirtingoms išmokamų klientams minėtų procentų β normoms.

Akivaizdu, kad, didėjant išmokamų procentų normai, kaupimo periodo trukmė mažėja.

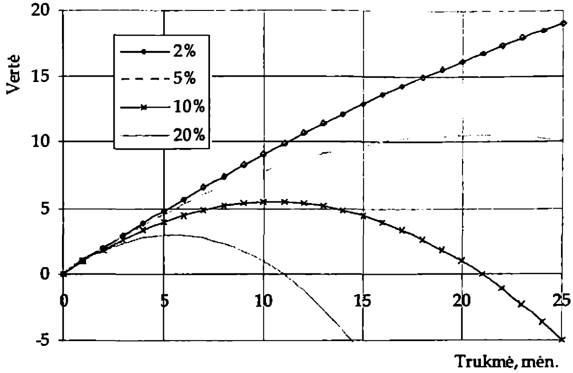
Teoriškai FP galėtų egzistuoti, kol ji turi sukaupusi pinigų, t. y. kol $S_n > 0$. Todėl išsprendę nelygybę $S_n = \frac{an}{2}(2+\beta(1-n)) > 0$, kai n > 0, randame, kiek mėnesių galėtų veikti FP

$$n \le \frac{2}{\beta} + 1.$$

Gavome, jei $\beta = 0{,}2$, kaip ėmėme ankstesniame pavyzdyje, tai $n \le 11$. Tai patvirtina mūsų ankstesnius skaičiavimus ir grafiko rezultatus.

Pinigų kaupimą atlikdami skaičiavimus laikėme diskrečiuoju procesu, tačiau natūralesnis ir labiau atitinkantis realias sąlygas yra nuolatinis kaupimas. Kintamąjį n laikykime

[1] Aritmetinės progresijos pirmųjų n narių suma yra $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$.



1 pav. Sukaupto kapitalo FP priklausomybė nuo kaupimo trukmės mėnesiais, esant skirtingomis procentų normomis

tolydžiuoju. Nesunku pastebėti, kad (1) formulė yra parabolės lygtis. Pertvarkę šią lygtį gauname

$$S_n = \frac{a(2+\beta)}{2}n - \frac{a\beta}{2}n^2$$

Šios parabolės šakos nukreiptos žemyn, todėl parabolė turi maksimumą, kuris sutampa su jos viršūne. Remdamiesi žinoma parabolės viršūnės abscisės skaičiavimo formule[2] randame funkcijos (1) didžiausią reikšmę atitinkantį dydį n.

$$n = \frac{1}{\beta} + \frac{1}{2}.$$

Tai laikas, po kurio FP turės sukaupusi daugiausia lėšų. Išnagrinėtame pavyzdyje, kai $\beta = 0{,}2$, daugiausia lėšų bus sukaupta po 5,5 periodo (mėnesio).

Tokį patį rezultatą gautume ištyrę funkcijos (1) ekstremumus išvestinės pagalba.

[2] Parabolės $y = ax^2 + bx + c$ viršūnės abscisė $x = -\frac{b}{2a}$.

Finansinės piramidės su kintamaisiais pinigų srauto nariais

Dabar panagrinėkime atvejį, kai įmokamos pinigų sumos nėra pastovios. Apžvelgę realių FP veiklą, matome, kad po kelių pirmųjų „dosnių" palūkanų išmokėjimų, įnašų dydis ima keistis: didėti arba mažėti.

Didėjantis kaupimas. Detaliau aptarkime augimo atvejį. Galime teigti, kad tada įnašų skaičius didėja geometrine progresija. Tarkime, kad įnašų skaičius didėja geometrine progresija, kurios vardiklis q (iš pradžių laikykime, kad $q > 1$). Tuomet pirmąjį mėnesį bus įmokėta suma a, tai yra $S_1 = a$,

antrąjį mėnesį – suma $S_2 = a + a(1-\beta)q$,

trečiąjį mėnesį – $S_3 = a + a(1-\beta)q + a(1-2\beta)q^2$.

Ir t. t. Pagaliau n-tąjį mėnesį bus sukaupta $S_n = a + a(1-\beta)q + a(1-2\beta)q^2 + \quad + a(1-(n-1)\beta)q^{n-1}$.

Atskliaudę skliaustus, sugrupavę narius ir atlikę kitus pertvarkymus, gauname

$$S_n = a\frac{q^n - 1}{q - 1} - a \cdot \beta \sum_{i=1}^{n-1} i \cdot q^i \qquad (2)$$

Jei $q=1$, gausime anksčiau turėtą, tačiau kitaip išreikštą formulę (1)

$$S_n = a\left(n - \beta\sum_{i=1}^{n-1} i\right).$$

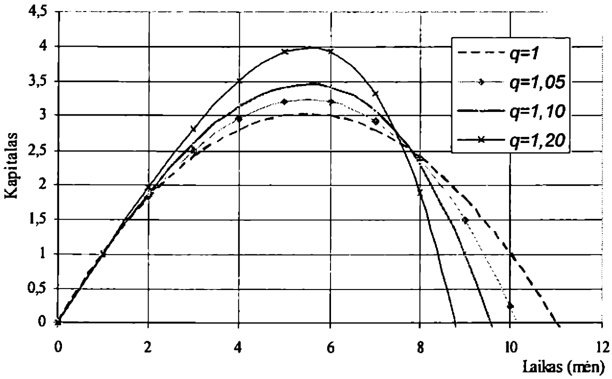
Ištyrus lygtį (2) (analogiškai, kaip buvo daroma su lygtimi (1)), galima pakartotinai įsitikinti finansinės piramidės nepastovumu.

Lygties (2) nagrinėjimo rezultatai pateikiami 2 paveiksle. Čia bazine reikšme imame ankstesnįjį atvejį, kai palūkanų kiekvieną periodą (mėnesį) išmokama 20 proc. pradinės sumos, o įnašų sumos yra pastovaus didumo (q = 1). Didėjant įnašams, maksimali suma sukaupiama per tą patį laiką, tačiau jos reikšmė taip pat didėja. Nepaisant to, FP gyvavimo trukmė mažėja, nes ženkliai paspartėja sukauptų sumų eikvojimas vykdant įsipareigojimą dengti pakankamai dideles palūkanas.

Vertinant FP egzistavimo trukmę būtina išskirti dvi fazes: pirmoje fazėje sukauptas kapitalas didėja, antroje – mažėja. Jei q = 1, tai didėjimas ir mažėjimas vyksta simetriškai: abi fazės yra vienodos trukmės. Tačiau jei q > 1, antroji fazė tampa trumpesnė už pirmąją.

Čia prieiname iš pirmo žvilgsnio prie kiek netikėtos išvados: kuo sukaupiama didesnė suma, tuo ji greičiau išeikvojama palūkanoms dengti. Apskritai pradinėje stadijoje greičiau augančios FP egzistuoja trumpiau, nei tos, kurių pradinis augimas yra lėtesnis. Didėjant progresijos vardikliui, didėja ir grafiko, tuo pačiu fazių asimetriškumas: didėjant progresijos vardikliui antroji fazė trumpėja, ir atvirkščiai. Tuo dar ne kartą įsitikinsime.

Mažėjantis kaupimas. Remiantis išnagrinėtais kaupimo atvejais galima daryti prielaidą, kad progresijos vardiklio mažinimas pailgina FP egzistavimo periodą (antrosios fazės sąskaita). Norėdami tuo galutinai įsitikinti, imkime progresijos vardiklį, mažesnį už vienetą (q < 1). 3 pav. pateikiama sukaupto kapitalo priklausomybė nuo kaupimo trukmės, kai progresijos vardiklis mažėja nuo 1 iki 0,7. Čia, kaip ir ankstesniais atvejais, bazine reikšme vėl imame palūkanų normą β, lygią 20 proc. per mėnesį, o visus įnašus – pastovaus didumo (q = 1). Matome, kad FP, turinti bazinius parametrus, egzistuoja trumpiausiai (palyginus su 2 pav., tai buvo ilgiausiai egzistuojanti FP).



2 pav. Sukaupto kapitalo priklausomybė nuo kaupimo trukmės, išmokant 20 proc. palūkanų per mėnesį (augantis kaupimas)

Gana panašiai elgiasi FP, kurių progresijos vardiklis, nors ir yra mažesnis už vienetą, bet ne daug mažesnis už 0,9. Toliau mažėjant progresijos vardikliui stebime staigų FP egzistavimo antrosios fazės ilgėjimą, o tai reiškia, kad apskritai tokia FP gali egzistuoti pakankamai ilgai, o jos egzistavimo trukmė tam tikrais atvejais gali būti prilyginta investicinės bendrovės funkcionavimo trukmei.

Visais šiais atvejais nagrinėjant pinigų srautą nebuvo vertinama pinigų laiko vertė. Tai buvo daroma todėl, kad FP paprastai neužsiima investicine veikla. Toliau, skaičiuodami FP pinigų srautus, įvertinkime ir laiko veiksnį.

Dabar tarkime, kad FP kartu veikia kaip investicinė bendrovė ir turimą kapitalą investuoja su mėnesio palūkanų norma i. Imkime kapitalo augimo koeficientą $r = 1 + i$. Tuomet FP sukaupto kapitalo **būsimąją vertę** galėsime užrašyti taip:

$$S_n = a \cdot r^n + a(1-\beta)q \cdot r^{n-1} + \\ + a(1-2\beta)q^2 \cdot r^{n-2} + \ldots + \\ + a(1-(n-1)\beta)q^{n-1} \cdot r + a(1-n\beta)q^n; \qquad (3)$$

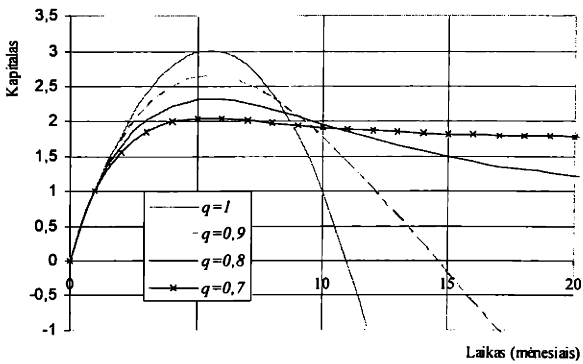
čia: S_n – sukauptos pinigų sumos būsimoji vertė, n – numatomų kaupti periodų (mėnesių) skaičius (kaupimo trukmė), a – kiekvieno periodo (mėnesio) pradžioje įmokamos pinigų sumos, β – nuo pradinės sumos skaičiuojamas palūkanų procentas (dešimtainė išraiška), kuris investavimo atveju gali būti laikomas dividendų norma, q – įnašų dydžio (įnašų skaičiaus) kitimo (didėjimo ar mažėjimo) koeficientas, r – investicinis įnašų dydžio augimo koeficientas, kai palūkanų norma i ($r = 1 + i$).

Šioje išraiškoje lemiamą reikšmę turės koeficientų q ir r santykis. Nesunku pastebėti, kad jei $q = r$, tai lygtis (3) virsta lygtimi (1), turinčia papildoma daugiklį r^n.

Įmokamas pinigų sumas skaičiuokime iki kiekvieno periodo pradžios. Tuomet būsimoji vertė m-tojo pinigų srauto nario, apskaičiuota iki n-tojo periodo pabaigos, gali būti užrašyta taip

$$K_m = a(1-m\beta)q^m r^{n-m} \qquad (4)$$

Čia K_m – m-tojo pinigų srauto nario būsimoji vertė, praėjus n periodų, m – pinigų srauto nario (periodo) eilės numeris.

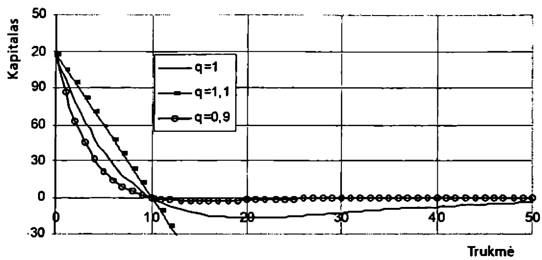


*3 pav. **Sukaupto kapitalo priklausomybė nuo kaupimo trukmės (mažėjantis kaupimas)***

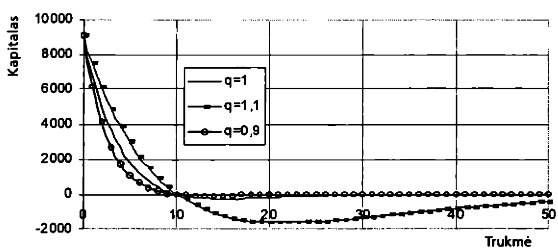
Nesunku pastebėti, kad kai $m = 0$, $K_0 = a \cdot r^n$ Analogiškai, kai $m = 1$, $K_1 = a \cdot (1-\beta) q r^{n-1}$ ir t. t.

Detaliau ištirkime modelį (4). Išsiaiškinkime, kaip kinta FP m-tojo pinigų srauto nario būsimoji vertė priklausomai nuo kaupimo trukmės. Tegu kaupimo trukmė lygi 50 periodų ($n = 50$), o įmokamo kapitalo dydis lygus vienam piniginiam vienetui ($a = 1$).

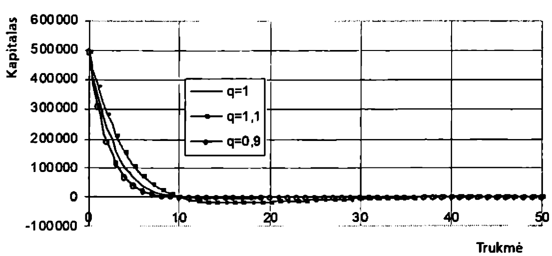
Pirmam atvejui dividendų norma tegu bus lygi 10 proc. ($\beta = 0,1$), keisime įnašų skaičiaus koeficientą q ir įnašų dydžio augimo koeficientą r.



4 a) β=0,1; r=1,1; n=50; a=1



4 b) β=0,1; r=1,2; a=1, n=50

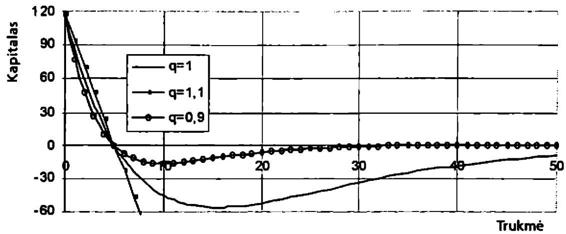


4 c) β=0,1; r=1,3; n=50; a=1

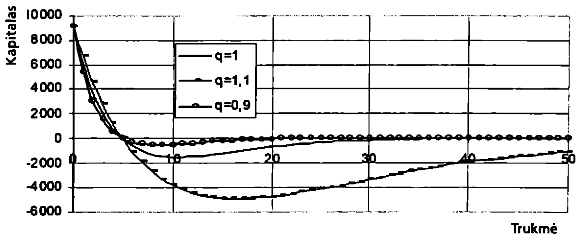
4 pav. m-tojo pinigų srauto nario būsimosios vertės priklausomybė nuo kaupimo trukmės, kai β = 10 %

Visais trim atvejais (žr. 4 pav.) gavome, kad K_m teigiama reikšmė egzistuoja ne ilgiau kaip 10 periodų, vėliau reikšmė tampa neigiama. Iš paveikslo matome, kad m-tojo pinigų srauto nario būsimoji vertė pasiekia nulinę reikšmę a), b) ir c) atvejais tik tada, kai įnašų skaičiaus koeficientas lygus 0,9.

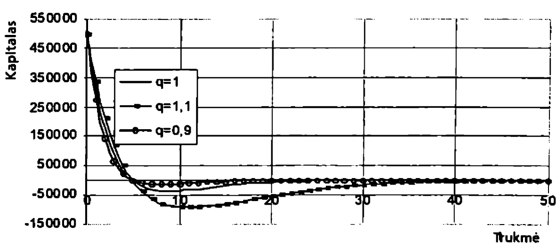
Antram atvejui dividendų normą padidinkime iki 20 proc. (β = 0,2), vėlgi keisime tik įnašų skaičiaus ir pelningumo koeficientus:



5 a) βb=0,2; r=1,1; n=50; a=1



5 b) β=0,2; r=1,2; n=50 a=1

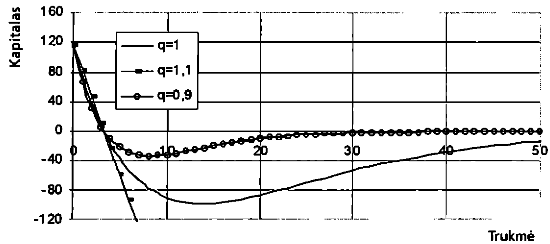


5 c) β=0,2; r=1,3; n=50; a=1

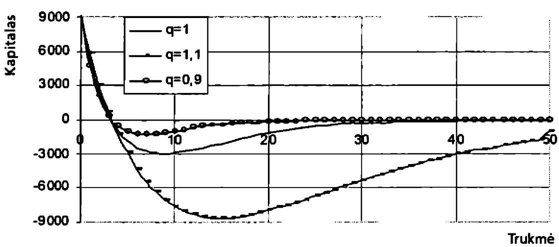
5 pav. m-tojo pinigų srauto nario būsimosios vertės priklausomybė nuo kaupimo trukmės, kai β = 20 %

5 pav. a), b) ir c) matome, kad padidinus dividendų normą iki 20 proc., m-tasis pinigų srauto narys išlieka teigiamas perpus trumpesnį laiką, palyginti su 4 paveiksle. Šiuo atveju teigiamos K_m reikšmės egzistuoja tik penkis periodus, vėliau jos tampa neigiamos, toliau kurį laiką vis mažėja ir, pasiekusios minimumą, laipsniškai vėliau artėja prie nulio. Iš 5 pav. a)–c) vėl matome, kad tiktai tuo atveju, kai įnašų skaičiaus koeficiento q reikšmė yra mažiausia (q = 0,9), artėjama į nulinę padėtį sparčiausiai.

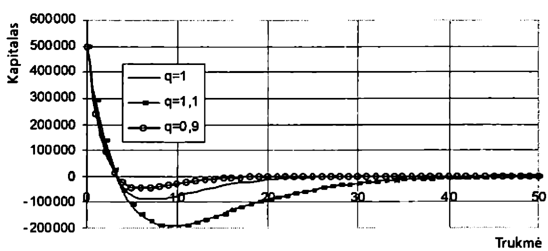
Trečiu atveju dividendų norma imama lygi 30 proc. (β = 0,3), o įnašų skaičiaus koeficientas q ir įnašų dydžio augimo koeficientas r bus keičiami:



6 a) β=0,3; r=1,1; n=50; a=1



6 b) β=0,3; r=1,2; n=50; a=1



6 c) β=0,3; r=1,3; n=50; a=1

6 pav. m-tojo pinigų srauto nario būsimosios vertės priklausomybė nuo kaupimo trukmės, kai β = 30 %

6 pav. rodo, kad neatsižvelgiant į tai, kaip kinta q ir r reikšmės, K_m teigiama reikšmė egzistuoja vos 3,5 periodo. Kaip matyti iš 6 paveikslo, toliau K_m reikšmės yra neigiamos, tačiau apie 25 periodą kreivė, kurios koeficientas q yra mažiausias, pasiekia nulinę reikšmę. Pav. 6 c) aiškiai vaizduoja, kad esant pelningumo koeficientui, lygiam 1,3, nepriklausomai nuo įnašų skaičiaus koeficiento m-tasis pinigų srauto narys pasiekia nulinę reikšmę ir tokia situacija išlieka pakankamai ilgai.

Taigi iš 4–6 paveikslų matome, kad ilgiausiai K_m teigiama reikšmė galėtų išlikti esant mažiausiai dividendų normai, t. y. kai $\beta = 0,1$.

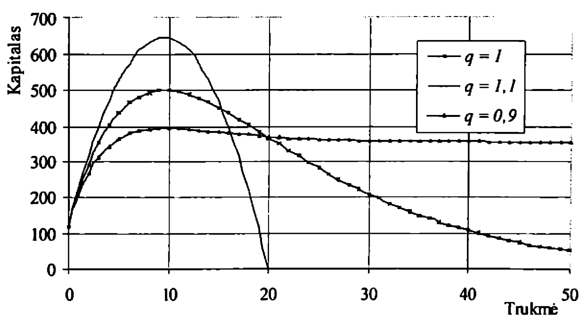
Grįžkime prie formulės (3). Sukauptos pinigų sumos būsimoji vertė S_n sutrumpintai gali būti užrašyta:

$$S_n = \sum_{m=0}^{n} K_m = a\sum_{m=0}^{n}(1 - m\beta)\cdot q^m r^{n-m} \qquad (5)$$

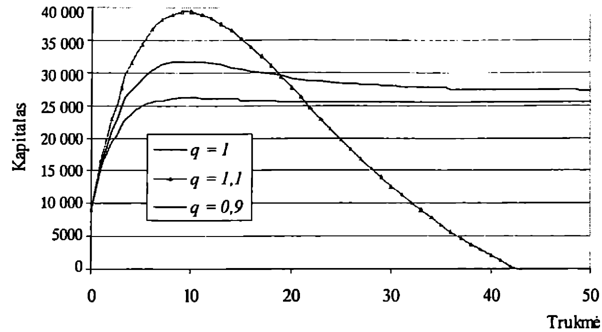
Ištirkime kaupimo modelį (5), t. y. nustatykime sukaupto kapitalo būsimosios vertės priklausomybę nuo kaupimo trukmės, esant įvairiems FP parametrams. Imkime pastovią kaupimo trukmę, lygią 50 periodų (n = 50), vienodą dividendų normą 10 proc. ($\beta = 0,1$) ir pastovų įmokamo kapitalo dydį, lygų vienam piniginiam vienetui (a = 1).

Matome (7 pav.) sukaupto kapitalo būsimosios vertės priklausomybę nuo kaupimo trukmės esant skirtingam įnašų skaičiui. Pastebime, kad trumpiausiai egzistuoja FP, esant didžiausiam įnašų skaičiui q, t. y. kai jis lygus investiciniam įnašų dydžio augimo koeficientui r ($q = r = 1,1$). Kai įnašų skaičius pastovus (q = 1), dėl pakankamai didelės β reikšmės ($\beta = 0,1$), sukaupto kapitalo dydžio mažėjimas yra akivaizdus, nors daug lėtesnis nei pirmu atveju (kai $q = 1,1$). Finansinė piramidė tampa pakankamai stabili, kai įnašų skaičius nuolat mažėja ($q = 0,9$). Čia galima teigti, kad finansinė piramidė virsta įprasta investicine bendrove, turinčia pakankamai stabilius pinigų srautus.

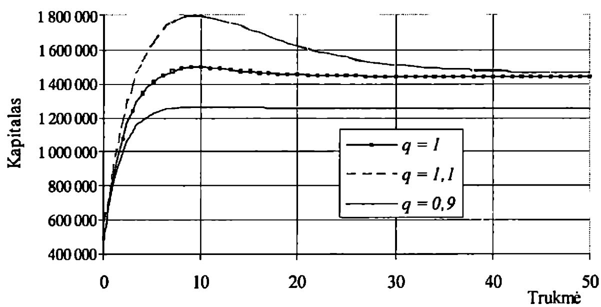
8 paveiksle pateiktos sukaupto kapitalo būsimosios vertės priklausomybės nuo kaupimo trukmės esant skirtingam įnašų skaičiui. Šiuo atveju imamas didesnis pelningumo koeficientas: vietoj 10 proc. imame 20 proc. Akivaizdu, kad pelningumo didinimas didina ir FP stabilumą: dabar tik esant koeficientui q, lygiam 1,1, FP dar yra nestabili, nors jos egzistavimo trukmė jau gerokai pailgėjo.



7 pav. Sukaupto kapitalo būsimosios vertės priklausomybė nuo kaupimo trukmės, kai a = 1; r = 1,1; n = 50; β = 10 %



8 pav. Sukaupto kapitalo būsimosios vertės priklausomybė nuo kaupimo trukmės, kai $a = 1$; $r = 1,2$; $n = 50$; $\beta = 10$ %



9 pav. Sukaupto kapitalo būsimosios vertės priklausomybė nuo kaupimo trukmės, kai $a = 1$; $r = 1,3$; $n = 50$; $\beta = 10$ %

Dar labiau padidinus pelningumą, FP tampa visiškai stabili. Tai matome 9 paveiksle.

Čia jau visais atvejais matome stabilų FP funkcionavimą. Būtų teisingiau tokios struktūros nevadinti finansine piramide, nes ji dėl stabilaus elgesio praranda FP būdingus požymius ir gali būti laikoma įprasta investicine bendrove. Reikia pažymėti, kad laipsniškai mažėjant įnašų skaičiui sistemos stabilumas vis labiau didėja.

Išvados

Finansinėmis piramidėmis vadinamos struktūros, naudojančios pinigų srautus pasipelnyti ar sukčiauti. Suintensyvėjus tokių struktūrų veiklai ir ypač pradėjus joms skverbtis į IT sritį, tikslinga detaliai tirti tokių finansinių sistemų pinigų srautus, modeliuoti jų veiklą, kad būtų galima atpažinti FP ir nuo jų apsisaugoti. Kita vertus, ir normaliai funkcionuojančios investicinės bendrovės, pasikeitus tam tikroms rinkos sąlygoms (pvz., sumažėjus pelno normai), ilgainiui gali tapti FP. Pinigų srautų modeliavimas leidžia atpažinti tokio nestabilumo požymius. Apibendrintai galima daryti tokias išvadas:

1. Kapitalo kaupimas finansinėse piramidės susideda iš dviejų fazių: kapitalo didėjimo ir mažėjimo.
2. Kapitalo kaupimas finansinėse piramidės, kai pinigų srauto nariai pastovūs, turi vienodos trukmės fazes.
3. Kapitalo kaupimas finansinėse piramidės, kai pinigų srauto nariai kintami, turi kintamos trukmės antrąją fazę: šios fazės trukmė ilgėja mažėjant kaupimo intensyvumui, ir atvirkščiai.
4. m-tojo pinigų srauto nario teigiama reikšmė išlieka ilgiausiai esant mažiausiai dividendų normai.
5. Didėjant įnašų dydžio augimo (pelningumo) koeficientui, o įnašų skaičiui ir dividendų normai mažėjant, finansinė piramidė funkcionuoja stabiliai ir gali būti laikoma įprasta investicine bendrove.

Galime teigti, kad finansinių piramidžių matematinius modelius nesunku pertvarkyti į investicinius modelius ir juos po to ištirti.

LITERATŪRA

1. Bodie Zvi, Merton Robert C. Finance. New Jersey, 2000. P. 592.

2. Christopher Pass, Bryan Lowes, Leslie Davies. Ekonomikos terminų žodynas. Vilnius: Baltijos biznis, 1997. P. 584.

3. Girdzijauskas S. Kapitalo kaupimo logistiniai modeliai: VU Kauno humanitarinio fakulteto konferencijos „Informacinės technologijos verslui – 2002" pranešimų medžiaga. Kaunas: Technologija, 2002.

4. Girdzijauskas S. Logistiniai (ribiniai) kaupimo modeliai // Informacijos mokslai. 2002, t. 23, p. 95–102.

5. Girdzijauskas S. Draudimas: kiekybinė finansinė analizė. Kaunas: Naujasis lankas, 2002. P. 104.

6. Omar Campos Ferreira Capital Accumulation in the Brazilian Economy // Economy and energy. 1998, Year II-Nr 9, July /August.

7. Rutkauskas A. V. Finansų ir komercijos kiekybiniai modeliai. Vilnius: Technika, 2000. P. 504.

8. Schall Lawrence D., Haley Charles W., Schachter Barry. Introduction to Financial Management. Toronto: McGraw-Hill Ryerson Limited, 1981.

9. Edvards C. H., Penney D. E. Elementary Differential Equations with Applications. New Jersey, 1985. P. 632.

10. Tannenbaumas P., Arnoldas R. Kelionė į šiuolaikinę matematiką. Vilnius: TEV, 1995. P. 512.

11. Robert Todd Carroll Phänomenal: Schneeballsysteme und Kettenbriefe. Morgen Welt; Magazin fur Wissenschaft und Kultur, Hamburg, 2000 (http://www.morgenwelt.de/wissenschaft/000501-skeptics-pyramids-p.htm).

12. Бухвалов А., Бухвалова В., Идельсон А. Финансовые вычисления для профессионалов. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2001. 320 с.

13. Žavoronkov P. Bumažnaja utopija http://www.ko.ru/document.asp?d_no=3801&p=1 (žiūrėta 2002-09-29)

MODELS OF FINANCIAL PYRAMIDS

Stasys Girdzijauskas, Vera Moskaliova

Summary

The financial structures that make use of money flow for "easy money" or cheating purposes are called financial pyramids (FP). Recently financial pyramids intensively penetrates IT area. It is rather suitable way of the fraud. Money flow modelling and activity analysis of such financial systems allows identifying FP and taking necessary means of precautions. In the other hand even investing companies that function normally when market conditions changes (e. g. interest rate) eventually might become FP. Modelling of FP could be helpful for identifying signs of such instability. Goal of this article is creating of mathematical models and using them for researchig of FP.The research methods applied are literature analysis, generalization and mathematical modelling.

Įteikta 2003 m. spalio mėn.