B. ŠIDIŠKIS

SKAIČIŲ IR MUZIKOS LOGIKOS VIENOVĖ

Yra žinoma, kad pirmieji skaičių ir garsų akustinių savybių ryšius pastebėjo ir aprašė pitagoriečiai[1]. Jiems priklauso ir mintis apie formalius grožio pagrindus: harmoniją, proporciją, matą. Šios idėjos plėtojamos Platono ir Aristotelio darbuose. Formalių grožio kriterijų ieškojimai tęsiasi ir viduramžiais. Plinta idėjos apie skaičių ir muzikos logikos ryšį. Antai Aurelijaus Augustino nuomone, žmogus, klausydamas muzikos, ją įsivaizduodamas arba atlikdamas, operuoja su skaičiais. Vieni iš tų skaičių egzistuoja pačiuose garsuose, kiti atsiranda klausoje, suvokiant pirmuosius. Treti skaičiai yra garsus produkuojančio žmogaus veikloje, ketvirti — jo atmintyje. Esanti ir penkta skaičių rūšis, kuri slypinti žmogaus jutiminiame sugebėjime spręsti apie visus kitus skaičius[2]. Panašių tyrinėjimų imamasi ir naujaisiais laikais. Šiuo atžvilgiu įdomūs yra G. Galilėjaus, G. V. Leibnico, L. Oilerio darbai. Sakysim, G. Galilėjus aiškina, kad konsonansai — tai poros tonų, kurie virpina ausų būgnelius tam tikru reguliarumu. Tas dirginimas turi būti toks, kad tuo pačiu metu sukeltas dviejų dažnumų plakimas būtų tam tikru bendru dydžiu proporcingas (bendramatis) ir be pertraukos nevargintų ausų būgnelių, judindamas juos skirtingomis kryptimis, versdamas pasiduoti nesusiderinantiems impulsams[3]. Anot G. V. Leibnico, muzikos esmę sudaro skaičių santykiai, t. y. skambančių kūnų virpesių skaičiavimas, „kurio mes nepastebime ir kurį mūsų siela be paliovos vykdo“[4]. Oilerio nuomone, žmogaus klausa keičia sudėtingus garsų dažnumų santykius paprastesniais (pvz., 36:45:54:64 arba 36:45:54:63 santykiais 4:5:6:7), o du arba daugiau garsų skamba maloniai tada, kai mes atrandame jų virpesių dažnumuose sveikaskaitinius santy-

[1] Žr. История эстетики. Памятники мировой эстетической мысли.— М., 1962, т. 1, с. 79.

[2] Žr. Музыкальная эстетика Западноевропейского средневековья и возрождения.— М., 1966, с. 118—149.

[3] Žr. *Plomp R.* and *Levelt W. J. M.* Tonal Consonance and Critical Bandwidth.— J. Acoust. Soc. Am. 38, 1965, p. 548—560.

[4] История эстетики. Памятники мировой эстетической мысли.— М., 1964, т. 2, с. 444—445.

kius; jei taip nėra, mes negalime suvokti garsų ryšių tvarkos, o jei aptikta tvarka staiga pranyksta, įspūdis darosi nemalonus[5].

Konkrečiau skaičių ir muzikos logiką siejo Ramo ir Rymanas[6]. Remdamiesi muzikos garsų ir natūralių garsaeilių pirmųjų harmonikų (virštonių) atitinkamybėmis, jie intuityviai sukūrė funkcinę muzikos teoriją, aprašančią (nors ir nepaaiškinančią) tonų ir akordų funkcines priklausomybes dermėse ir harmonijoje. Ši teorija davė ypač stiprų impulsą muzikos mokslo vystymuisi. Vėliau, paskutiniais dešimtmečiais, pasirodė daug tiksliametodinių tyrimų (struktūrinė analizė, mašininis muzikos kūrybos modeliavimas ir t. t.), liudijančių apie skaičių ir muzikos logikos vienovę, tačiau stinga darbų, kurie šią vienovę nuodugniau pagrįstų.

Žmogus, aktyviai siekdamas reikalingos informacijos, visada stebimus reiškinius logiškai diferencijuoja ir integruoja. To proceso prielaidos slypi jau dirgiklių jutiminėje diferenciacijoje ir integracijoje. Jutimo organų pagalba numatomas dirgiklių buvimas, jų reikšmingumas žmogaus organizmui, jų kokybės ir tokie dirgiklių savybių elementarūs santykiai, kurie matematine kalba išreiškiami: arba $a=b$ ($a=a$ visada), arba $a \lesseqgtr b$. Jutiminę diferenciaciją ir integraciją sąlygoja absoliutaus ir diferencialinio suvokimo slenksčiai: ribos tarp tokių dirgiklių, kurie pojūčių nesukelia ir tokių, kurie sukelia dirginamojo organo skausmą, taip pat ribos, kuriose juntami kiekybiniai dirgiklių pokyčiai. Jutiminė diferenciacija sąlygoja loginę diferenciaciją ir integraciją. Logine čia vadinsime diferenciaciją ir integraciją, kuri įgalina dirgiklio savybių santykius suvokti kiekybiškai apibrėžtu būdu, t. y. konkrečiais skaičiais. Iš jų savo ruožtu, loginių operacijų pagrindu, gali būti išvesti kiti apibrėžti kiekybiniai santykiai, jų funkcijos ir kompozicijos net ir tada, kai diferencijuojamas ir integruojamas reiškinys betarpiškai žmogaus sąmonės neveikia.

Kiekybinės jutiminės ir loginės diferenciacijos bei integracijos rezultatai gali būti abstrahuoti nuo žmogaus praktinių poreikių. Kiekybinis aiškinimas, atskleidžiantis pojūčiams neprieinamus santykius, negalimas be viena kitą papildančių ir viena su kita susijusių kategorijų „lygu“, „daugiau“ ir „mažiau“. Šios kategorijos išreiškia abstrakčius kiekybinius santykius, būdingus žmogų supančių reiškinių pasikartojimams ir kitimams.

Kai kiekybės interpretuojamos žmogaus požiūriu ir sakoma „daug“ arba „mažai“, tai turi subjektyvių vertinimų pobūdį. Pavyzdžiui, kai sakoma „1 miligramas aukso mažai“, tas sprendimas priklauso nuo įvairiausių subjektyvių sąlygų. Bet toks subjektyvumas pašalinamas, kai sakome, kad 2 miligramai aukso daugiau už vieną, jog 2 gramai aukso lygūs 2 gramams aukso ir pan.

Griežtasis mokslas orientuojasi į tokius objektyviai nustatomus kiekybinius santykius. Tačiau kai kuriose humanitarinėse teorijose vengiama to-

[5] Žr. *Адамян А.* Эстетика Рамо (1683—1764).— Вопросы теории и эстетики музыки, вып. 2. Л., 1963.

[6] Žr. *Шевалье Л.* История учений о гармонии.— М., 1931; *Рыжкин И., Мазель Л.* Очерки по истории теоретического музыкознания, вып. 1.— М., 1934.

kių tyrimų. Antai muzikologijoje įprasta sakyti, kad konsonansas „traukia“ disonansą, vienas akordas — kitą, kad muzika pasižymi „įtampa“, o tam tikri akordai — „dermine trauka“. Bet kas toji „trauka“ ir „įtampa“— nesiimama paaiškinti. Kiekybinis tyrimas padeda suprasti, kad „įtampa“, kuria apibūdinama muzika, yra ne kas kita, kaip psichinė įtampa, atsirandanti dėl garsų sekomis sukeliamo kiekybinio neapibrėžtumo, jog tam tikri sąskambiai „traukia“ vieni kitus tik dėl to, kad žmogui svarbi aiškumo, apibrėžtumo perspektyva. Ieškodamas būdo išeiti iš neapibrėžtumo, žmogus randa, jog to galima pasiekti tam tikru būdu prie disonanso prijungus konsonansą, prie vieno akordo kitą ir apskritai tam tikru būdu sutvarkius garsus. Kiekybiniai tyrimai parodo, kad, suvokdami muziką, mes vykdome apskritai mąstymui būdingą loginio diferencijavimo ir integravimo procedūrą. Šioje procedūroje reiškinių visumos ir dalys suvokiamos apibendrintu būdu, t. y. arba kaip visumos, vienijančios vienetines dalis, kurios savo ruožtu gali būti visumomis, arba kaip dalys, skaidančios visumas, kurios savo ruožtu gali būti dalimis. Apibendrinimo pagrindas yra tas, kad visos dalys turi kokią nors kiekybiškai ir kokybiškai vienodą savybę, o visos jos sutelpa visumoje, ją užpildydamos.

Kiekybinę loginę diferenciaciją ir integraciją galima pavadinti mąstymo *dualumu.* Sąmonėje ji gali pasireikšti tik vienu iš minėtų aspektų, t. y. arba kaip loginė diferenciacija — dalies išreiškimas per vienetinę visumą, arba kaip loginė integracija — visumos išreiškimas per vienetinę dalį. Kiekybinę loginę diferenciaciją ir integraciją galima pavaizduoti tokiu būdu. Jei dalis išreiškiama 1, tai visuma išreiškiama skaičiumi $n>1$, o jei visuma išreiškiama 1, tai dalis išreiškiama skaičiumi $1/n$ $(n>1)$. Abiem atvejais vieneto simbolis, užrašant reiškinį, arba žymimas $(1/n)$, arba implikuojamas $(n=n \cdot 1=n/1)$. Skaičių išreikšti taip, kad 1 nebūtų užrašytas arba implikuotas, negalima. Skaičiai m/n $(m \neq n;\ m,\ n>1)$ išreiškia tai, kad vyksta daugialaipsnė kiekybinė loginė diferenciacija ir integracija, kuri įgalina išreikšti visumą, sudarytą iš m diskrečių dalių, žymimų vienetinių visumų diskrečiomis dalimis $1/n$. Dėl to skaičiai čia nereiškia nieko kito, kaip tik apibrėžtus kiekybinius santykius. Jei skaičius didesnis už 1, jis išreiškia, kiek kartų visuma didesnė už vienetinę dalį, o jei skaičius mažesnis už 1, jis išreiškia, kiek kartų dalis mažesnė už vienetinę visumą. Ir vienetinė dalis, ir vienetinė visuma gali būti arba pasirinktos laisvai, arba sužinomos iš santykio. Pavyzdžiui, laisvai pasirenkamos visos absoliučių dydžių vienetinės vertės (metras, decimetras, centimetras ir pan.), o iš santykių sužinomos santykinių dydžių vienetinės vertės (oktava — dažnumų santykio $2/1$ arba $1/2$ vienetinė dalis). Jei skaičius $n>1$ išreiškia visumą, kaip vienetinės dalies kartojimo n kartų rezultatą, tai skaičius $1/n$, kuris yra atvirkštinis skaičiui n, išreiškia vienetinėje visumoje pakartotą dalį. Tokie skaičiai jokių vertybių neišreiškia, ir jų vienetukai yra bedimensiniai dydžiai. Šitoks žinojimas praverčia analizuojant tokius vertybiškai „nuspalvintus“ visuomeninius reiškinius, kaip muzika: kiekybinės analizės pagalba atskleidžiamos formalios muzikos funkcionavimo prielaidos, kurias žymiu mastu išreiškia muzikos ir skaičių logikos vienovė. Toji vienovė reiškiasi sugebėjimu apibendrintu būdu suvokti visumas ir dalis, t. y. sugebėjimu sumažinti loginio apdorojimo reikalaujančius jutiminės informacijos srautus. Tokių procedūrų galimybę sąlygoja per dirgiklius pajuntami kiekybiniai santykiai ir egzistuojančios diferencialinių bei tolerancinių suvokimo slenksčių zonos, t. y. paklaidos, kurių ribose gali būti apibrėžtu būdu suvokiami arba toleruojami kaip konkrečiu būdu suvokti kiekybiniai santykiai. Žinant šias zonas, nustatomas eksperimentiškai, galima apskaičiuoti, kad, girdėdamas muzikoje naudojamus temperuoto 12-laipsnio garsaeilio tonus, skambančius viduriniame diapazone, žmogus apibrėžtu būdu suvokia tik dažnumų santykius, vadinamus kvintomis, kvartomis ir didelėmis *(d.)* tercijomis bei jų oktavinėmis transformacijomis. Kiekybiškai pirmųjų santykiai išreiškiami arba *3/2, 4/3, 5/4,* arba *2/3, 3/4, 4/5.* Šiuos santykius žmogus suvokia tik remdamasis konkrečių dažnumų santykiais su vienetiniais dažnumais, kurie išreiškiami hercais: pažymėkime juos raide f. Tai išplaukia iš proporcijų (galimų paklaidų paprastumo dėlei nenurodysime):

$$\left(\frac{3f}{2f}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\pm 1}; \quad \left(\frac{4f}{3f}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\pm 1}; \quad \left(\frac{5f}{4f}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{5}{4}\right)^{\pm 1}.$$

Tos proporcijos rodo, kad, išgirdęs kvintą, kvartą arba *d.* terciją, žmogus suvokia ir duotojo santykio vienetinį dažnumą

$$f=2f/2=3f/3=4f/4=5f/5.$$

Kadangi tonų aukščių santykiai suvokiami pagal dvejetainę logaritminę skalę, tai ir dažnumai $2f$, $f/2$, $4f$, $f/4$ ir t. t. šiuose santykiuose reiškia iš jų sužinomų tonų aukščių skalės vienetinius dažnumus. Santykiais *3/2, 4/3* ir *5/4* kvintos, kvartos ir *d.* tercijos išreiškiamos tada, kai jų viršutinių tonų dažnumai išreiškiami per apatinių tonų dažnumus $2f$, $3f$, $4f$ $[(3/2)\ 2f=3(2f/2)=3f$ ir t. t.]. Santykiais *2/3, 3/4, 4/5* kvintos, kvartos ir *d.* tercijos išreiškiamos tada, kai jų apatinių tonų dažnumai išreiškiami per viršutinių tonų dažnumus $3f$, $4f$, $5f$ $[(2/3)3f=2(3f/3)=2f$ ir t. t.].

Dar būtina pabrėžti, kad, ieškodami vienetinių dažnumų $2^k f$ $(k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$, mes būtinai turime orientuotis į nesuprastinamų natūrinių skaičių santykius ir ypač tuos, kurie sudaryti iš gretimų natūrinių skaičių n ir $n \pm 1$. Šie santykiai ypatingi tuo, kad juose slypi informacija apie vienetinius dažnumus $2^k f$. Tai išplaukia iš to, kad visada

$$|(n\pm 1)2^k f - n2^k f| = 2^k f.$$

Aukščiau aprašyti vienetiniai tonų dažnumai muzikologijoje vadinami pagrindiniais tonais.

Iš apibrėžtu būdu suvokiamo kiekybinio santykio sužinojus pagrindinį toną, tam tikromis sąlygomis apibrėžtu būdu galima suvokti ir tokius kiekybinius santykius, kurie iki šio suvokimo akto buvo kiekybiškai neapibrėžti. Pavyzdžiui, jei anksčiau suvoktas tonų dažnumų santykis galėjo būti ir *6/5* su pagrindiniu tonu $2^{k'} f$ ir $7/6$ su pagrindiniu tonu $2^{k''} f'$, tai, priklausomai nuo to, koks tas pagrindinis tonas — $2^{k'} f$ ar $2^{k''} f'$ — apibrėžtu būdu bus suvokiamas ir ankstesnis tonų dažnumų santykis. Šiuo intelektualiniu aktu į visumą bus sujungti jau ne du, o keturi tonai su skirtingais dažnumais. Analogišku būdu į visumą gali būti sujungta kiek pageidaujama tonų su skirtingais dažnumais. Be to, egzistuoja atvejai, kai skirtingi pagrindiniai tonai, sužinomi iš kelių apibrėžtu būdu suvoktų tonų dažnumų santykių, sudaro naujus apibrėžtu būdu suvokiamus tonų dažnumų santykius, iš kurių sužinomi aukštesnio lygio pagrindiniai tonai. Taip klausantis muzikos į visumas hierarchiniu principu sujungiama dar daugiau tonų su skirtingais dažnumais.

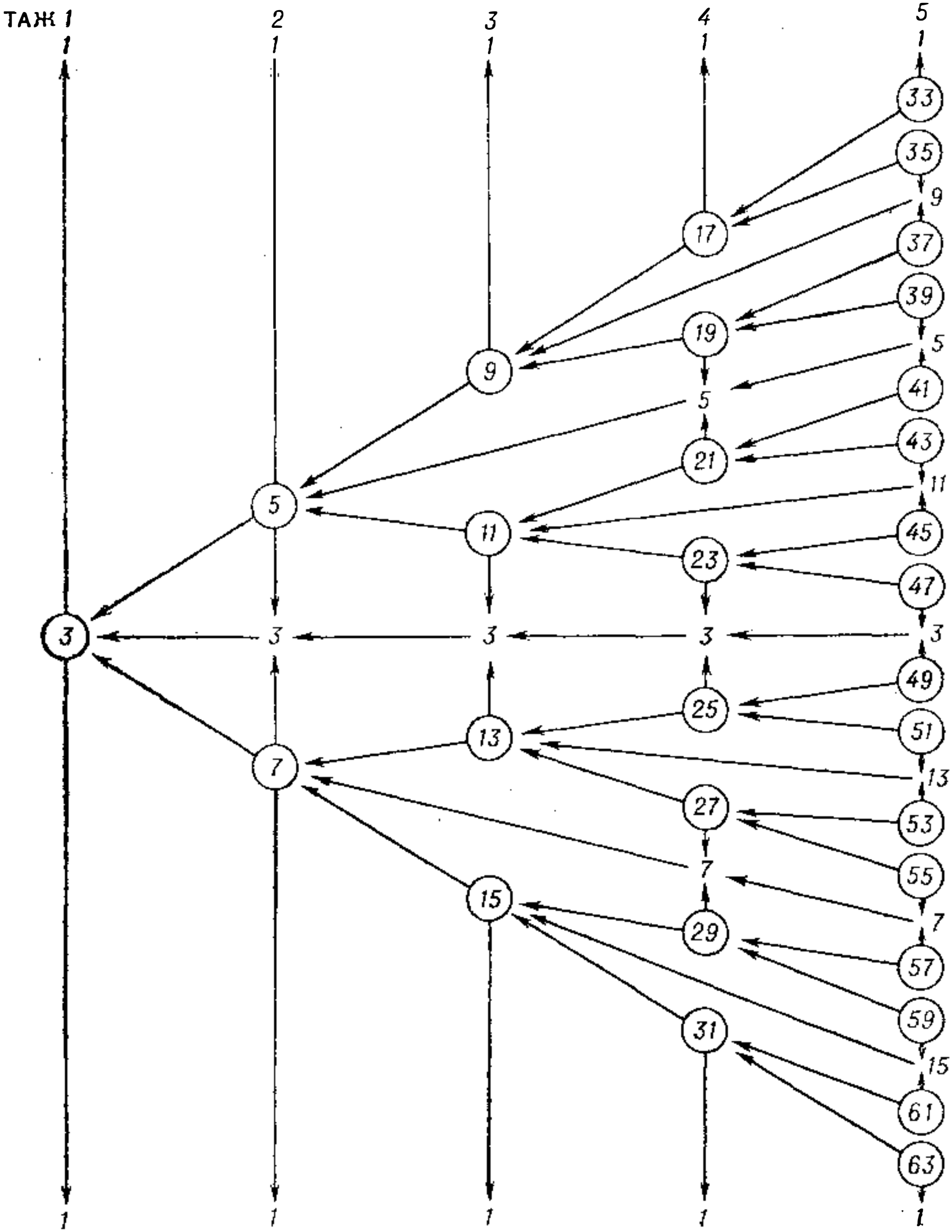
Suvokimo metu pagrindinių tonų muzikoje žmogus ieško aktyviai, atsirinkdamas tas dažnumų sekas, kurios gali būti išreiškiamos natūrinių skaičių ir jiems atvirkštinių skaičių poromis:

$$2^k fu,\ 2^k f(u\pm 1);\ 2^k f\ \frac{1}{u},\quad 2^k f\left(\frac{1}{u\pm 1}\right).$$

Čia u — nelyginiai natūriniai skaičiai $(u=3, 5, 7, 9, \ldots)$, o pagrindinių tonų $2^k f$ koeficientai 2^k kinta. Tą kitimą sąlygoja tai, kad dažnumų santykiai suvokiami pagal dvejetainę logaritminę skalę, o dėl to dažnumai $2^k f$ suvokiami kaip pagrindiniai tonai esant bet kuriam sveikaskaitiniam rodikliui k. Pavyzdžiui, jei žmogus išgirs dažnumų kaitą $19f \longrightarrow 20f$, paskui $20f \longrightarrow 16f$, tai pastaroji bus suvokta kaip dažnumų kaita $5(2^2f) \longrightarrow 4(2^2f) = 2^4f$. Ši tonų dažnumų kaita įgalins žmogų tonų dažnumų santykį suvokti apibrėžtu būdu (nes $(20f)/(16f)=5/4$) ir iš šio santykio sužinoti pagrindinių tonų aibę $\{2^k f\}$. Šios aibės elementų tarpe bus ir tas bendras matas $2^0 f = f$, dėl kurio apibrėžtu būdu bus suvoktas ir ankstesnės tonų dažnumų kaitos $19f \longrightarrow 20f$ pagrindu sudarytas santykis $(19f)/(20f)=19/20$. Dėl šios priežasties tonų dažnumų seka $19f \longrightarrow 20f \longrightarrow 16f$ bus suvokta kaip harmoninga bendramatė vienovė — estetinio išgyvenimo prielaida, apie kurią daug kartų intuityviai kalbėjo skirtingų amžių mąstytojai iki šių laikų.

Aukščiau aprašytas pagrindinio tono intelektualinio ieškojimo būdas gali būti pavaizduotas skaičių u ir $(u\pm 1) : 2^k$ tinkleliu, kur 2^k dalija skaičių $u\pm 1$ iki kito nelyginio skaičiaus arba vieneto (žr. lentelę). Aprašytas tinklelis ypatingas tuo, kad, slenkant nuo bet kurio jo skaičiaus strėlių kryptimi visada prieinami skaičiai 1, išreiškiantys muzikoje ieškomus pagrindinius tonus. Jų suradimas liudija, kad tame etape informaciniai muzikos procesai baigiasi. Toks skaičių tinklelis ypatingas dar ir tuo, kad iš visų jo skaičių sekų, privedančių prie 1, $7/9$ šios visumos dalį sudaro tokios skaičių sekos, kurių paskutinės poros yra arba $3 \longrightarrow 1$, arba $5 \longrightarrow 1$, $\left(\frac{1}{3} \longrightarrow 1, \frac{1}{5} \longrightarrow 1\right)$.

Šitai įgalina pagrindinį toną pasiekti per kvintos, kvartos arba d. tercijos santykį. Kadangi čia paminėti santykiai suvokiami apibrėžtu būdu, tai jie yra ypač aktualūs atliekant loginę tonų aukščių diferenciaciją ir integraciją. Dėl šių priežasčių kūrybinėje praktikoje jungiant tonus į akordus, būtina naudoti kvintų ir *d.* tercijų derinius, o jungiant tarpusavy akordus, vienais atvejais pageidaujama, o kitais (kadencijose) — būtina naudotis nuosekliu balsų vedimu, kuris labai glausta forma aprašytas anksčiau pateiktoje lentelėje ir jos variante iš atvirkštinių skaičių. Čia būtina pabrėžti, kad atvejai, kai tonų dažnumų kaitos išreiškiamos natūrinių skaičių sekomis, vaizduojamomis pateiktoje lentelėje, yra veidrodiškai simetriški atvejams, kai tonų dažnumų kaitos išreiškiamos atvirkštinių natūrinių skaičių sekomis, pavaizduotomis pateiktos lentelės variante iš atvirkštinių skaičių. Ši veidrodinė simetrija susidaro apie tam tikras tonų aukščių ašis. Pavyzdžiui, tonų dažnumų seka $3f \longrightarrow 4f$ yra veidrodiškai simetriška tonų dažnumų sekai $(9f)/3 \longrightarrow (9f)/4$ su simetrijos ašimi $3f$ ir skirtingais pagrindiniais tonais $4f$ ir $(9f)/4$. Veidrodiškai simetriškų tonų dažnumų sekų pagrindu atliekamas balsų vedimas atsispindi ir kuriant dviejų skirtingų tipų dermes — mažorines ir minorines. Pirmųjų tonų dažnumų sekų pagrindu atliekamas balsų vedimas charakteringas kuriant mažorines dermes, o antrųjų tonų dažnumų sekų pagrindu atliekamas balsų vedimas būdingas minorinėms dermėms. Mažorinės dermės pasižymi tuo, kad jose yra pagrindiniai akordai, vadinami mažoriniais, o minorinės dermės, kad jose pagrindiniai akordai yra minoriniai. Pagrindiniais šie akordai vadinami dėl to, kad jų pagrindiniai tonai sutampa su dermių pagrindiniais tonais, kurie yra aukštesnio hierarchijos lygio, negu akordų pagrindiniai tonai. Dermių aibės elementas — dermė — tai realių arba įsivaizduojamų skirtingų akordų seka, kurioje žmogus iš klausos gali išskirti pagrindinį akordą, kartojamą šios sekos pradžioje ir pabaigoje. Pagrindinis dermės akordas išskiriamas dėl to, kad realūs arba įsivaizduojami akordai šioje sekoje vienas su kitu jungiami nuosekliu balsų vedimu, kuris formaliai aprašytas lentelėje. Akordų, iš kurių sudaromos dermės, aibės elementas — tai toks paraleliškas arba nuoseklus tonų derinys, kuriame žmogus iš klausos gali išskirti pagrindinį toną dėl to, kad jame egzistuoją tonai, galį būti išdėstyti kvintų-kvartų ir *d.* tercijų intervalais. Mažoriniai akordai sudaromi derinant tonus, kurie gali būti išdėstyti kvintomis-kvartomis ir *d.* tercijomis taip, kad jų pagrindiniai tonai sutaptų, o minoriniai akordai, sudaromi derinant tonus, kurie gali būti išdėstyti kvintomis-kvartomis ir *d.* tercijomis taip, kad jų pagrindiniai tonai galėtų būti išdėstyti mažomis tercijomis. Dėl šios priežasties visuose minoriniuose akorduose egzistuoja du pagrindiniai tonai: vienas realus, sutampąs su tonų, kurie gali būti išdėstyti kvintomis, apatiniu tonu, ir kitas — papildomas, sutampąs su tonų, kurie gali būti išdėstyti *d.* tercija, apatiniu tonu. Kadangi pagrindinių tonų su dažnumais $2^k f$ aukščiai dvejetainėje logaritminėje sutampa su tos pačios eilės vienetų padalomis, tai pagrindinių tonų su dažnumais $2^k f 2^{\pm\frac{1}{2}} = 2^{k\pm\frac{1}{2}} f$, $2^k f 2^{\pm\frac{1}{4}} = 2^{k\pm\frac{1}{4}} \cdot f$ ir t. t. aukščiai toje pačioje atskaitos sistemoje sutampa su vis žemesnių eilių vienetų padalomis. Dėl šios priežasties sakoma, kad minorinių akordų pagrindiniai tonai su dažnumais


TAЖ 1
2
3
4
5
1
3
5
7
9
11
13
15
17
19
21
23
25
27
29
31
33
35
37
39
41
43
45
47
49
51
53
55
57
59
61
63

$2^k f$ ir $2^{k\pm\frac{1}{4}} f$ yra paraleliški. Tai reiškia, kad jie priklauso tai pačiai derminei funkcijai, kaip ir tie mažoriniai ir minoriniai akordai, kurių realūs pagrindiniai tonai sutampa arba sudaro oktavų santykius 2^k.

Tačiau muzika susideda ne tik iš garsų aukščių, bet ir iš jų trukmių santykių. Tarp šių trukmių santykių apibrėžtu būdu suvokiami tik tie, kurie tam tikrų paklaidų ribose sudaro proporcijas:

$$t/t = 1/1\,;\ (2t/t)^{\pm 1} = (2/1)^{\pm 1}.$$

Čia t — garsų trukmės, išreikštos laiko vienetais — sekundėmis. Pirmosios proporcijos pagrindu (jei dalys seka viena po kitos), suvokiami dvidaliai taktai $(t+t=2t=T_2)$; antrosios (jei dalys $2t$ arba dalys t, t, t seka viena po kitos) — tridaliai taktai $(2t+t=t+2t=t+t+t+ =3t=T_3)$. Dėl nuoseklaus dvidalių ir tridalių taktų tam tikra tvarka derinimo suvokiami ir visi kiti muzikoje naudojami daugiadaliai taktai $T_n(n>3)$.

Taktus padeda suvokti ir jų pradinių garsų akcentavimas (kitaip nebūtų žinoma, kur taktas prasideda ir kur baigiasi). Tačiau garsų intensyvumo ir jų tembrų santykiai dėl klausos savybių kiekybiniam loginiam diferencijavimui ir integravimui nepasiduoda. Dėl to taktų pradinių garsų akcentavimas gali būti nustatytas tik arba jutiminės diferenciacijos ir integracijos pagrindu, arba pagal kitus garsų (aukštuminius, trukminius) požymius. Taktų suvokimas susijęs ir su dermių suvokimu. Kad būtų suvoktos dermių pradžios ir pabaigos, skirtingų taktų pradžiose turi būti girdimi dermių pagrindiniai akordai — jų kontūrai laike,— vadinami *tonikomis.* Akordai, sudarantys dermes, taip pat turi užimti taktus arba jų dalis t.

Ir taktai $T_m(m>1)$, ir jų dalys t — tai vienetinės garsų trukmės, išskiriamos apibrėžtu būdu suvokiamų garsų trukmių santykių pagrindu. Jei abstrakčiais garsų trukmių vienetais imami dvidaliai arba tridaliai taktai, jie gali būti išreikšti skaičių sumomis: $1/2+1/2=1$, $2/3+1/3=1/3+2/3= =1/3+1/3+1/3=1$. Jei abstrakčiais garsų trukmių vienetais imamos dvidalių arba tridalių taktų dalys t, jie gali būti išreikšti skaičių sumomis: $1+1=2$, $2+1=1+2=1+1+1=3$. Visais atvejais apibrėžtu būdu suvokiami garsų trukmių santykių šiuose taktuose išlieka: $(1/2):(1/2)=1/1$, $[(2/3):(1/3)]^{\pm 1}=[2/1]^{\pm 1}$.

Be minėtų vienetinių garsų trukmių dvidaliuose ir tridaliuose taktuose — t ir T_2 arba T_3 — vienetinėmis šiuose taktuose suvokiamos tokios formaliai užrašomos garsų trukmės:

$$2^k t,\ 2^k T_2;\ 3^k t,\ 3^k T_3\ (k=0,\ \pm 1,\ \pm 2, \ldots).$$

Visa čia aprašyta vienetinių garsų trukmių sistema sudaro vadinamą *muzikinį metrą.* Metro pagrindu išmatuojamos ir tų garsų trukmės, kurios, išėmus jas iš muzikinio konteksto, sudaro neapibrėžtu būdu suvokiamus santykius. Vykstant tokiam garsų trukmių matavimui, suvokiama tai, kas muzikoje vadinama *ritmu.*

Jei dvidaliai taktai T_2 stambinami 2^{+k} kartų ar jų dalys smulkinamos 2^{+k} kartų, ir jei tridaliai taktai T_3 stambinami 3^{+k} kartų ar jų dalys t smulkinamos 3^{+k} kartų, metro pasikeitimai nesuvokiami. Žinoma, šis stambinimas ir smulkinimas gali vykti tik tokiose ribose, kuriose iš viso įmanomas garsų trukmių santykių jutiminis registravimas. Analogiškai veikia ir tonų aukščių atskaitos sistemos egzistavimas: melodijos pokyčių muzikoje žmogus nesuvokia, jei visi šios melodijos tonų dažnumai arba padauginami, arba padalinami iš 2^k. Melodija suvokiama ta pati, nors ir perkeliama į kitas oktavas. Žinoma, ir šios operacijos galimos tik atitinkamose ribose.

Trukminės paklaidos, kurias žmogaus klausa toleruoja, suvokdama dvidalius arba tridalius taktus, negali pasiekti ir viršyti $1/12$ takto visuminės trukmės. Ši garsų trukmių tolerancijos zona, kuri galioja suvokiant garsų trukmių santykius, sąlygoja tai, kad egzistuoja laipsniški tempo pagreitinimai ir sulėtinimai, nekeičiantys suvokiamo metro. Be to, čia aprašyta garsų trukmių tolerancijos zona liudija, kad mes suvokiame garsų trukmių santykius ne tokius, kokie jie iš tikrųjų yra, bet tokius, kokius juos patogiau suvokti. Čia turime logiką, kuri matyti iš skaičių savybės, aprašytos vadinamuoju Kantoro trikampiu:

$$
\begin{array}{l}
1/2,\ 1/3,\ 1/4,\ 1/5, \ldots \\
2/3,\ 2/4,\ 2/5, \ldots \\
3/4,\ 3/5, \ldots \\
4/5, \ldots \\
\ldots
\end{array}
$$

Mus dominanti logika gali būti išreikšta teiginiu: bet kuriam Kantoro trikampio skaičiui $k/m \neq r/(n+1) \neq 1/(n+1)$ galima rasti arba skaičių $1/(n+1)$, tenkinantį sąlygą

$$|k/m - 1/(n+1)| \leqslant 1/12,$$

arba skaičių $n/(n+1)$, tenkinantį sąlygą

$$|k/m - n/(n+1)| \leqslant 1/12.$$

Šio teiginio psichologinė reikšmė svarbi tuo, kad juo apibrėžiama garsų trukmių tolerancijos zona, suvokiant muzikos metrą. Teiginio įrodymas trivialus.

Kantoro trikampyje gali būti išskirtas skaičių rėmelis

$$\ldots,\ 3/4,\ 2/3,\ 1/2,\ 1/3,\ 1/4, \ldots$$

Kadangi didžiausias skirtumas tarp gretimų šio rėmelio skaičių yra $1/6$, o visi kiti Kantoro trikampio skaičiai ne mažesni už 0 ir ne didesni už 1, tai didžiausias skirtumas tarp Kantoro trikampio rėmelio ir vidinių skaičių negali viršyti $(1/6):2=1/12$. Štai ir visas įrodymas. Be to, maksimalus skirtumas $1/12$ galioja tik dviems skaičiams: $7/12$ ir $5/12$ $(1/2-5/12=$ $=7/12-1/2=1/12)$. Kitiems vidiniams Kantoro trikampio skaičiams galima rasti rėmelio skaičius $n/(n+1)$ ir $1/(n+1)$, kurių suma yra vienetas, atitinkantis viso takto trukmę, su dar mažesniu absoliučiu skirtumu. Aprašytoji skaičių logikos savybė susijusi ir su tuo, kad muzikoje apibrėžtu būdu suvokiami garsų trukmių santykiai $1/1$ ir $2/1$ arba $1/2$: jų pagrindu suvokiami dvidaliai arba tridaliai taktai ir sukuriama garsų trukmių sistema, vadinama muzikiniu metru. Ši sistema reikalinga tam, kad jos pagalba būtų suvoktas ritmas. Tai, kas čia sakyta, patvirtina ir kūrybinė praktika. Muzikoje neįmanoma rasti tokio garsų trukmės užrašymo, kuris nebūtų lengvai pakeičiamas skaičiumi, o jei yra kitaip, tai šitai reiškia, kad garsų trukmių kiekybinis loginis diferencijavimas ir integravimas nevyksta iš viso arba, kai garso trukmės paklaida dvidaliame arba tridaliame takte pasiekia arba viršija *1/12* jo dalį, vyksta kito metro pagrindu. Dėl to gali būti suvokiama, kad nėra ritmo, arba pasikeičia muzikoje tempas.

Kai sudarantys dermes akordai jungiami nuosekliu balsų vedimu, formaliai aprašytu anksčiau pateiktoje lentelėje, ir kai šių akordų junginių kaitos derinamos su tam tikromis ritminėmis sąlygomis, suvokiama akordų kiekybinė diferenciacija ir integracija į tonikas, dominantes ir subdominantes (šių savybių aprašymas — Ramo-Rymano funkcinės muzikos teorijos nuopelnas). Vėliau suvokiama akordų grupių ir jų sekų kiekybinė diferenciacija ir integracija atsiranda kaip vienafunkcinių ir kitafunkcinių akordų, dermių, tonacijų ir harmonijos sąvokos. Šią hierarchiškai kylančią objektyvią kiekybinę diferenciaciją ir integraciją atspindi subjektyvi kokybinė diferenciacija ir integracija. Dėl to sudarant muzikologines sąvokas paprastai vadovaujamasi kokybiniais, o ne kiekybiniais kriterijais. Nors kokybinės sąvokos nusako ir kiekybinius muzikos aspektus, bet aukštesniuose muzikos struktūrinės hierarchijos lygiuose kiekybiniai aspektai vis labiau užmaskuojami. Dėl šios priežasties akivaizdžiai parodyti skaičių ir muzikos logikos vienovę aukštesniuose muzikinės informacijos apdorojimo lygiuose vieno straipsnio pagrindu tiesiog neįmanoma. Tačiau ir iš to, kas pasakyta, matyti, kad mąstymo dualumas yra tas bendras pagrindas, kuriuo paaiškinama tiek muzikos, tiek skaičių logikos formalios savybės. Tiksliau sakant, ji grindžiama kiekybine informacija, gaunama iš dirgiklių, kuri savo elementariausiu pavidalu sąmonę pasiekia kaip dydžių (kiekybių) ir skaičių logika. Jei ir kalbama apie skirtingas muzikos, skaičių ir kt. logikas, tai jos viena nuo kitos skiriasi ne savo esme, o tik taikymo sritimis, metodais ir siekiamais tikslais. Tačiau remiantis anksčiau aptarta mąstymo logika negalima pasiekti tikslių kiekybinių rezultatų todėl, kad vykstant kiekybinei loginei diferenciacijai ir integracijai, skaičiui padidėjus iki tam tikros ribos, dėl jutimo organų diferencialinių ir tolerancinių zonų egzistavimo, keičiasi vienetuko dimensija, o dėl to (tikslumo sąskaita) sumažėja skaičius. Ši psichinės veiklos ypatybė tarnauja informacijos glaudinimui. Informacijos glaudinimui tarnauja ir dažnumų santykių suvokimas aukščių santykiais pagal logaritminę skalę. Jei šitaip nebūtų, tai diapazone nuo *16* iki *16384* hercų girdėtume ne dešimt oktavų, o *1024* ir ne apie *200* skirtingų savo aukščiais tonų, o didžiulę jų daugybę. Nesunku įsivaizduoti, kaip dėl to pasunkėtų psichinė žmogaus veikla jam santykiaujant su aplinka. Tikslumo sąskaita vykstantis garsų trukmių suvokimas sveikaskaitiniais santykiais taip pat tarnauja informacijos glaudinimui. Žinant šias psichinės žmogaus veiklos ypatybes, kai norima pasiekti didesnio tikslumo ir pagrįstumo humanitarinio pobūdžio teorijose, būtina kokybinius šių teorijų samprotavimus patikrinti ir paremti kiekybiniais, o kartais ir išvesti juos iš kiekybinių. Tačiau kad šitai būtų galima padaryti, kiekvienam humanitarui būtina žinoti tiksliųjų mokslų metodus ir jais naudotis.