LIETUVOS TSR AUKŠTŲJŲ MOKYKLŲ MOKSLO DARBAI
PEDAGOGIKA IR PSICHOLOGIJA X, 1969

TOBULINTI MASINIŲ TURNYRŲ METODIKĄ

M. STAKVILEVIČIUS

Sportas yra viena iš svarbių priemonių, auklėjančių mokinius, kuriuose harmoningai derinasi dvasinis turiningumas ir fizinis tobulumas. Tinkamas varžybų organizavimas gali daug prisidėti prie meistriškumo kėlimo ir sporto propagavimo. Deja, turnyrų organizavimo teorija spaudoje nenagrinėjama. Siekdami papildyti šios rūšies literatūrą, pateikiame bendrą masinių turnyrų rezultatų nustatymo teoriją, kai varžybų skaičius pakankamai didelis. Straipsnyje išnagrinėti kai kurie konkretūs teorijos taikymo pavyzdžiai, duotos naujos schemos, kurias naudojant, galima pagerinti užklasinę mokyklinių būrelių veiklą.

1. Metodiniai reikalavimai masiniams turnyrams

Mūsų nuomone, tos sporto šakos, kurioms nereikalinga ypatinga bazė, kurias galima masiškai kultivuoti mokykloje ir kurios turi neabejotiną reikšmę harmoningam mokinių auklėjimui, dar nėra pakankamai populiarios. Dėl to daug kalta pasenusi varžybų organizavimo metodika. Ir neatsitiktinai spauda susirūpinusi rašo, pavyzdžiui, apie šachmatininkų pamainos ugdymą mokyklose. Pagerinti, kiek įmanoma, varžybų metodiką ir yra šio darbo tikslas.

Organizuojant sportines varžybas, svarbu nepažeisti pagrindinių principų:

1) varžybos turi būti *masinės*, apimančios visus būrelio narius, neišskiriant silpnesniųjų;

2) varžybos turi *kelti meistriškumą*, todėl būtina jų sąlyga — susitikimas su maždaug lygiaverčiais varžovais;

3) varžybos turi būti *neperkrautos*, palikti normalias sąlygas mokymuisi;

4) varžybų rezultatai turi *teisingai* atspindėti žaidėjų lygį.

Deja, nė viena iš šiandien praktiškai taikomų sistemų — ratų, olimpinė ir šveicariška — neatitinka visų šių principų, jeigu būreliui priklauso daugiau mokinių. Mums atrodo, jog kitos, pažangesnės, sistemos netaikomos todėl, kad lig šiol nėra tikslios dalyvių užimtų vietų nustatymo metodikos. Todėl laikome būtinu duoti bendrą kiekybinę masinę turnyrų su pakankamai dideliu varžybų skaičiumi rezultatų apskaičiavimo teoriją, kurią būtų galima taikyti sudėtingesnėms, bet užtat pažangesnėms turnyrų sistemoms, net jeigu ir reikėtų papildomų skaičiavimų pagal duotas formules.

2. Žaidėjo klasės nustatymo metodika

Tarkime, jog susitinka žaidėjas k ir žaidėjas l. Žaidimo rezultatas priklausys ne tik nuo stabilių šio turnyro faktorių, nusakančių vidutinį rezultatą po daugelio rungčių, bet ir nuo atsitiktinių: su kuo žaisdamas dalyvis padarys rimtesnę klaidą, kokia šią valandą jo psichinė būklė ir t. t.

Įveskime žaidėjo klasės sąvoką. Pažymėkime dalyvio k klasę x_k, o žaidėjo l klasę x_l. Suprantama, kad klasės sąvokos bus *tikimybinio* pobūdžio. Tada žaidėjo k pergalės prieš žaidėją l tikimybė P^+_{kl} yra tik jų klasių skirtumo

$$h_{kl}=x_k-x_l$$

funkcija:

$$P^+_{kl}=f(x_k-x_l)=f(h_{kl}).$$

Jeigu susitikimo rezultatai vertinami trijų balų sistema, galima užrašyti ir likusių variantų tikimybes: lygiųjų

$$P^=_{kl}=1-f(h_{kl})-f(-h_{kl})$$

ir pralaimėjimo

$$P^-_{kl}=f(-h_{kl}).$$

Teorinių samprotavimų paprastumo dėlei toliau pergalę vertinsime $+1$, lygiąsias 0, pralaimėjimą -1. Tuomet dalyvio k susitikimo su l balų teorinė matematinė viltis

$$\bar{n}_{kl}=f(h_{kl})-f(-h_{kl}).$$

Sakykime, kad žaidėjas k sužaidė su r_k dalyvių. Tada jo balų teorinė matematinė viltis

$$\bar{n}_{kl}=\sum_{l=1}^{r_k}[f(h_{kl})-f(-h_{kl})].$$

Didėjant susitikimų skaičiui, matematinė viltis artėja prie praktiškai surinktų taškų skaičiaus

$$n_k\simeq\bar{n}_k; \tag{1}$$

tuo pasinaudodami, išvedame lygčių sistemą

$$\sum_{l=1}^{r_k}[f(x_k-x_l)-f(x_l-x_k)]=n_k$$

(r_k — dalyvio k priešininkų skaičius), iš kurios galima gauti konkrečius rezultatus, tik žinant konkrečią funkcijos f priklausomybę nuo argumento h. Tačiau jei tarpusavy žaidusių dalyvių klasių skirtumai tokie maži, kad jų ribose funkciją f pakankamai tiksliai interpoliuoja parabolė

$$f(h)\simeq a_0+a_1h+a_2h^2, \tag{2}$$

turėsime tiesinių algebrinių lygčių sistemą

$$r_kx_k-\sum_{l=1}^{r_k}x_l=\frac{n_k}{2a_1}. \tag{3}$$

Aukščiau minėtų prielaidų ribose (pakankamai *didelis rungtynių skaičius* ir pakankamai *mažas* priešininkų *klasių skirtumas*) gavome formules (3) mūsų suformuluotam uždaviniui — dalyvių vietai nustatyti — spręsti.

Sumuodami sistemos (3) lygtis pagal k, pastebėsime, kad ši lygčių sistema — tiesiškai priklausoma, ir sprendiniai, jeigu jie egzistuoja, gali būti nustatyti tik tiesinės transformacijos tikslumu (koeficientas a_1 taip pat neapibrėžtas). Šitai suprantama — klasės sąvoka nėra absoliuti, ir ji tarnauja tik žaidėjų meistriškumui palyginti. Tolesniems skaičiavimams sustandartinti pasirinksime

$2a_1 = 1$,

ir tada (3) atrodys taip:

$$r_k x_k - \sum_{l=1}^{r_k} x_l = n_k . \tag{4}$$

Išspręsime (4) ratų sistemos atveju su $s = r+1$ dalyvių:

$$x_k = \bar{x}_s + \frac{n_k}{s}, \tag{5}$$

kur $\bar{x}_s = \frac{\sum_{l=1}^{s} x_l}{s}$ — vidutinė konkretaus turnyro žaidėjų klasė. Jeigu ją prilygintume 0, gautume, kad šiuo atveju žaidėjo klasė yra jo surinktų taškų ir dalyvių skaičiaus santykis — tas pats dydis, pagal kurį paskirstomos vietos ir suteikiamos atitinkamos kvalifikacijos. Be klasės sąvokos, kartais naudosime taškų ekvivalento sąvoką $m_k = (r+1)x_k$, sutampančią su taškų skaičiumi, surinktu, žaidžiant pagal ratų sistemą. Mūsų pateikta formulė (4) apibendrina klasės sąvoką, paimtą iš uždaros sistemos, sudėtingesniems atvejams, jų tarpe ir tokiems, kai įvairiems žaidėjams rungtynių skaičiai r_k nevienodi.

Pastebėsime, kad (4) galima gauti ir kitais būdais, pavyzdžiui, minimalių kvadratų metodu.

Dabar jau galima parodyti, kaip taikyti čia pateiktą matematinį aparatą konkrečiais atvejais.

3. Pirmenybių su pusfinaliais matematika

Jeigu visų būrelio narių apimti viena ratų sistema neįmanoma, dalyviai skirstomi į pusfinalio grupes: šių grupių nugalėtojai finale kovoja dėl prizinių vietų, o kiti su atitinkamas vietas užėmusiais pusfinalyje — paguodos turnyruose — dėl likusių vietų. Mes siūlome ne keisti šią sistemą, bet tiksliau nustatyti žaidėjų užimtas vietas priklausomai nuo taškų, surinktų ir pusfinalyje, ir finale.

Galima parodyti, kad šiuo atveju lygčių sistema (4) turi tikslius analitinius sprendinius, išreiškiamus formulėmis

$$x_k = \frac{n_k + d_p + d_f}{p+f} \tag{6}$$

žaidėjų klasėms ir

$$m_k = \frac{p+f-1}{p+f} (n_k + d_p + d_f) \tag{7}$$

jų taškų ekvivalentams apskaičiuoti.

Paaiškiname žymėjimus: p — dalyvių skaičius pusfinalio grupėje; f — dalyvių skaičius finalinėje grupėje; d_p (pusfinalininkų pataisa) — tos pusfinalio grupės, kurioje žaidė k, taškai, surinkti šiose varžybose, padalyti iš finalinės grupės dalyvių skaičiaus f; d_f (finalininkų pataisa) — tos finalinės grupės, kurioje žaidė k, taškai, padalyti iš pusfinalio grupės dalyvių skaičiaus p.

Pastebėsime, kad, naudojant mūsų taikomą balų sistemą — tik jai ir tinka ši matematika (pergalė +1, lygiosios 0, pralaimėjimas −1),— apskaičiuojant pusfinalio grupės taškus, pakanka susumuoti vien atitinkamų žaidėjų taškus, surinktus finale, nes pusfinalio dalyvių taškų suma pusfinalyje visuomet lygi nuliui (pagal tai tikrinama, ar nėra aritmetinės klaidos); atvirkščiai, finalinės grupės balai gaunami, sumuojant tik jos pusfinalio taškus — šitai pagreitina skaičiavimus.

Pavyzdžiu pailiustruosime (6) pritaikymą.

Tarkime, jog 12 dalyvių suskirstyti į 3 pusfinalio grupes po 4 žaidėjus ($p=4$) kiekvienoje (žr. lentelę 1), o finalo dalyviai susitinka dviejose grupėse — po 2 nugalėtojus iš kiekvienos pirmojoje finalinėje grupėje ir po 2 autsaiderius antrojoje, po 6 žaidėjus ($f=6$) kiekvienoje.

1 lentelė

Turnyro su pusfinaliu pavyzdys

PUSFINALIS

Vieta	Dalyviai	1	2	3	4	Taškai
1	A	■	+	+	+	+3
2	B	−	■	+	+	+1
3	C	−	−	■	+	−1
4	D	−	−	−	■	−3

Vieta	Dalyviai	1	2	3	4	Taškai
1	E	■	+	+	+	+3
2	F	−	■	0	+	0
3	G	−	0	■	+	0
4	H	−	−	−	■	−3

Vieta	Dalyviai	1	2	3	4	Taškai
1	I	■	+	+	+	+3
2	K	−	■	+	+	+1
3	L	−	−	■	+	−1
4	M	−	−	−	■	−3

FINALAS

Eilės Nr.	Dalyviai	1	2	3	4	5	6	Taškai	Vieta
1	A	■	−	−	+	+	+	+1	3–4
2	B	+	■	+	+	−	+	+3	1–2
3	E	+	−	■	+	+	+	+3	1–2
4	F	−	−	−	■	−	−	−5	6
5	I	−	+	−	+	■	+	+1	3–4
6	K	−	−	−	+	−	■	−3	5

Eilės Nr.	Dalyviai	1	2	3	4	5	6	Taškai	Vieta
1	C	■	0	+	+	−	−	0	9
2	D	0	■	−	+	−	−	−2	11
3	G	−	+	■	+	−	−	−1	10
4	H	−	−	−	■	−	−	−5	12
5	L	+	+	+	+	■	+	+5	7
6	M	+	+	+	+	−	■	+3	8

Nustatome dalyvio A klasę. Tuo tikslu surandame jo bendrą balų skaičių n_k, sumuodami pusfinalio ir finalo rezultatus. Pusfinalininkų pataisai apskaičiuoti sudedame visų pirmosios grupės pusfinalininkų — žaidėjų A, B, C, D — taškus, surinktus finale, ir dalijame juos iš 6:

$$dp_A = \frac{+1+3+0-2}{6} = 0{,}33;$$

finalininkų pataisą apskaičiuojame, sumuodami pirmosios finalinės grupės dalyvių A, B, E, F, I, K taškus, surinktus pusfinalyje, ir dalijame iš 4:

$$d_{fA} = \frac{+3+1+3+0+3+1}{4} = 2{,}75.$$

Belieka viską sudėti ir padalyti iš 10:

$$x_A=\frac{3+1+0{,}33+2{,}75}{10}=0{,}71.$$

Pravartu žinoti, kad, nustatant žaidėjo klasę, nebūtina kiekvieną kartą iš naujo skaičiuoti pusfinalininkų ir finalininkų pataisas — jų iš viso bus tiek, kiek yra grupių (mūsų nagrinėjamu atveju — 5). Todėl — ir tai ypač svarbu didelėms grupėms — šias pataisas verta apskaičiuoti iš anksto. Klasėms nustatyti mes rekomenduojame schemą, pavaizduotą 2 lentelėje.

2 lentelė

Klasės nustatymas turnyre su pusfinaliu

Eil. Nr.	Dalyviai	Taškai		Pataisos		Taškų ekvivalentas m	Klasė x	Vieta	
		pusfinalio	finalo	pusfinalininkų dp	finalininkų df			pagal formulę (6)	pagal finalo rezultatus
1	A	+3	+1	+0,33	+2,75	+7,1	+0,71	3—4	3—4
2	B	+1	+3	+0,33	+2,75	+7,1	+0,71	3—4	1—2
3	C	−1	0	+0,33	−2,75	−3,4	−0,34	8	9
4	D	−3	−2	+0,33	−2,75	−7,4	−0,74	11	11
5	E	+3	+3	−1,33	+2,75	+7,4	+0,74	2	1—2
6	F	0	−5	−1,33	+2,75	−3,6	−0,36	9	6
7	G	0	−1	−1,33	−2,75	−5,1	−0,51	10	10
8	H	−3	−5	−1,33	−2,75	−12,1	−1,21	12	12
9	I	+3	+1	+1,00	+2,75	+7,8	+0,78	1	3—4
10	K	+1	−3	+1,00	+2,75	+1,8	+0,18	6	5
11	L	−1	+5	+1,00	−2,75	+2,2	+0,22	5	7
12	M	−3	+3	+1,00	−2,75	−1,8	−0,18	7	8

Iš lentelės netgi šiuo suprastintu atveju matyti, kad realiai užimtos vietos nesutampa su vietomis, nustatytomis tik pagal finalų rezultatus, kur praktiškai atskiruose šešetukuose viską nulemia tik penki finalo susitikimai, o pačius šešetukus — tik trys pusfinalio susitikimai; be to, nėra jokios garantijos, kad pusfinalio grupės bus vienodo stiprumo, kad, pavyzdžiui, žaidėjas *L*, užėmęs stipriame pogrupyje trečią vietą, iš tikrųjų yra silpnesnis už silpno pogrupio antrąjį prizininką *F*. Šitai ir išaiškinama papildomu skaičiavimu.

Mes šį metodą propaguojame ir psichologiniais sumetimais: galima kovoti dėl prizinių vietų, ir nepatekus į stipriausiąją finalinę grupę, neatsisakant tos sporto šakos, kurios varžybų startas nepavyko; netgi stipriausieji žaidėjai turi kovoti visą turnyrą pilnu pajėgumu, nes užskaitomi ir pusfinalio, ir finalo taškai, o konkurentai yra ne tik finalistai. Prisiminkime, jog neseniai buvo atsisakyta pažangesnės TSRS futbolo čempionato schemos iš esmės todėl, kad varžybos su pusfinalio dalyviais, kurie į finalą nepatenka, neturėjo įtakos vietų pasiskirstymui. Šis psichologinis faktorius svarbus ir kitiems turnyrams. Taip pat kuo daugiau susitikimų lemia vietą, tuo mažesnis atsitiktinumas, tuo daugiau galimybių kūrybai.

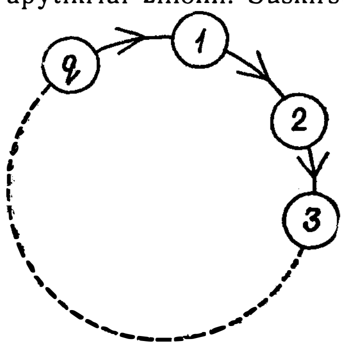
Schemą su pusfinaliais galėtume rekomenduoti masiniam mokyklos šachmatų, šaškių ar stalo teniso turnyrui arba turnyrui tarp sporto mokyklos auklėtinių, kai apie konkrečių žaidėjų klases iš anksto turima mažai informacijos. Nesunku paskaičiuoti, kad tokio turnyro žaidėjo susitikimų skaičius

$$r=p+f-2.$$

Sakykime, šachmatų būrelyje yra 72 mokiniai. Susitikimų minimumą turėsime, suskirstę į 8 pusfinalio grupes po 9 žaidėjus ir į 9 finalo grupes po 8 žaidėjus (arba atvirkščiai). Tada 72 vietom paskirstyti kiekvienas turėtų sužaisti po 8+9−2=15 susitikimų. Ne tiek daug!

4. Turnyras pagal grandinės schemą

Šį naują metodą siūlome tuo atveju, kai dalyvių klasės ir dalyviai apytikriai žinomi. Suskirstome mokinius į q grupių po p žaidėjų kiekvienoje taip, kad dalyvių klasės grupės viduje mažiausiai skirtųsi. Išdėstome grupes į liniją taip, kad kaimyninių grupių žaidėjų klasių skirtumai taip pat būtų minimalūs (1 pav.).



1 pav.

1) Išnagrinėsime **uždaros grandinės** schemą. Pagal ją kiekvienas dalyvis žaidžia su visais savo grupės ir abiejų kaimyninių grupių nariais — iš viso $3p-1$ kartą.

Pavyzdžiui, dalyvis 32 (trečiosios grupės antrasis žaidėjas) susitinka su visais antrosios, trečiosios ir ketvirtosios grupių nariais. Žaidėjų klasėms apskaičiuoti įvesime naujų sąvokų.

1. Grupės k taškai

$$N_k=\sum_{l=1}^{p} n_{kl} \tag{7}$$

gaunami, sumuojant visus duotosios grupės k narių taškus.

2. Grupės k **mačo** su grupe j **taškai** $N_{k,j}$ gaunami, sudedant visus taškus, kuriuos grupės k žaidėjai surinko, rungtyniaudami su visais grupės j žaidėjais. Pastebėsime, kad

$$N_k=N_{k,j}+N_{k,i}, \tag{8}$$

kur j ir i — grupės k kaimynų indeksai.

3. Uždaros grandinės **ciklo pataisa** G gaunama, sumuojant grupių mačus prieš kaimyninę grupę, einant pagal laikrodžio rodyklę ir dalijant iš grupių skaičiaus q bei grupės dalyvių kvadrato p^2:

$$G=\frac{N_{q,1}+N_{1,2}+\cdots+N_{q-1,q}}{qp^2}. \tag{9}$$

Duotosios grupės k žaidėjo l klasė apskaičiuojama pagal formulę:

$$x_{kl}=z_k+\frac{n_{kl}}{3p}, \tag{10}$$

kurioje grupės pataisa

$$z_k=y_k-\frac{N_k}{3p^2}. \tag{11}$$

Grupės klasės vidurkis y_k, apibrėžiamas formule

$$y_k=\frac{x_{k1}+x_{k2}+\cdots+x_{kp}}{p}, \tag{12}$$

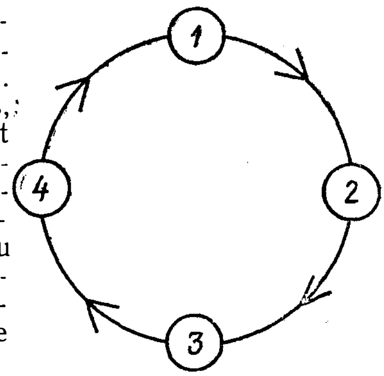
gali būti apskaičiuojamas iš kaimyninės grupės vidurkio pagal formulę:

$$y_k=\frac{N_{k,k-1}}{p^2}+y_{k-1}+G. \tag{13}$$

Taip, laikydami kurios nors grupės klasės vidurkį etalonu (klasė nustatoma konstantos tikslumu), galime apskaičiuoti kiekvienos grupės klasės vidurkį, eidami pagal laikrodžio rodyklę nuo etaloninės y_l, o po to ir pataisas z_k.

Išnagrinėsime suprastintą pavyzdį.

Tarkime, jog žaidėjai suskirstyti į 4 grupes ($q=4$) po 3 dalyvius ($p=3$) kiekvienoje — iš viso 12 dalyvių (2 pav.). Pirmajame stulpelyje surašysime taškus, surinktus, žaidžiant su kaimynu, einant pagal laikrodžio rodyklę, antrajame — prieš laikrodžio rodyklę, trečiajame — grupės viduje (3 lentelė). Toliau apskaičiuosime kiekvieno žaidėjo taškus, vėliau mačo su grupe pagal laikrodžio rodyklę, po to su grupe prieš laikrodžio rodyklę taškus. Toliau eina grupės taškai, dar tolesniame stulpelyje — grupės klasių vidurkis, imant etaloniniu vidurkiu pirmąją grupę.



2 pav.

3 lentelė

Klasės nustatymas grandinės schemoje

Grupės Nr.	Eilės Nr.	Dalyviai	$n_{ki,\,k-1l}$	$n_{ki,\,k\,1l}$	$n_{ki,\,kl}$	Iš viso	$N_{k,\,k+1}$	$N_{k,\,k-1}$	N_k	Y_k-Y_1	Z_k	X %	Vieta
	1	A	−2	−3	1	−4						−50	11—12
1	2	B	−1	0	0	−1	−5	−4	−9	0	−0,056	−17	8
	3	C	−2	−1	−1	−4						−50	11—12
	1	D	0	1	−1	0						+04	6
2	2	E	2	3	1	6	+3	+5	+8	+0,722	+0,038	70	1
	3	F	1	1	0	2						+26	3
	1	G	2	0	2	4						+57	2
3	2	H	2	−1	−1	0	+4	−3	+1	+0,566	+0,138	+13	4
	3	I	0	−2	−1	−3						−20	9
	1	K	1	−1	0	0						−11	7
4	2	L	2	−1	1	2	+4	−4	0	+0,279	−0,110	+11	5
	3	M	1	−2	−1	−2						−33	10

Paskaičiuojame ciklo pataisą G

$$G=\frac{-5+3+4+4}{4\cdot 3^2}=0{,}167,$$

o vėliau nustatome grupių klasių vidurkius.

$$y_2-y_1=\frac{N_{2,\,1}}{3^2}+G\quad=\frac{5}{9}+0{,}167=0{,}722,$$

$$y_3-y_1=\frac{N_{3,\,2}}{3^2}+G+y_2=\frac{-3}{9}+0{,}167+0{,}722=0{,}556,$$

$$y_4-y_1=\frac{N_{4,\,3}}{3^2}+G+y_3=\frac{-4}{9}+0{,}167+0{,}556=0{,}279.$$

Siekdami patikrinti, toliau skaičiuojame (turime gauti nulį):

$$y_1-y_1=\frac{N_{4,\,3}}{3^2}+G+y_4=\frac{-4}{9}+0{,}167+0{,}279=0{,}002.$$

Apskaičiuojame grupės pataisas:

$$z_1-y_1=-\frac{N_1}{3p^2}=-\frac{-9}{3\cdot 3^2}=0{,}333,$$

$$z_2-y_1=y_2-y_1-\frac{N_2}{3p^2}=0{,}722-\frac{8}{27}=0{,}427,$$

$$z_3-y_1=y_3-y_1-\frac{N_3}{3p^2}=0{,}556-\frac{1}{27}=0{,}519,$$

$$z_4-y_1=y_4-y_1-\frac{N_4}{3p^2}=0{,}279-\frac{0}{27}=0{,}279.$$

Jeigu norime, kad bendras visų dalyvių klasių vidurkis, kaip ir ligi šiol buvo, būtų lygus nuliui, pasirinksime y_1 taip:

$$y_1=\frac{y_2-y_1+y_3-y_1+y_4-y_1}{4}=\frac{0{,}722+0{,}556+0{,}279}{4}=0{,}390.$$

Dabar apskaičiuojame z:

$z_1=-0{,}056$; $z_2=0{,}038$; $z_3=0{,}138$; $z_4=-0{,}110$.

Galiausiai apskaičiuojame klases:

$$x_{11}=\frac{n_{11}}{3p}+z_1=-0{,}444-0{,}056\approx-0{,}50,$$

$$x_{12}=\frac{n_{12}}{3p}+z_1=-0{,}111-0{,}056\approx-0{,}17,$$

$$x_{13}=\frac{n_{13}}{3p}+z_1=-0{,}444-0{,}056\approx-0{,}50,$$

$$x_{21}=\frac{n_{21}}{3p}+z_2=0{,}000+0{,}038\approx+0{,}04,$$

$$x_{22}=\frac{n_{22}}{3p}+z_2=0{,}667+0{,}038\approx+0{,}70$$

. . . . ,

ir užpildome priešpaskutinį stulpelį, po to paskirstome vietas.

Kaip matyti iš pavyzdžio, žaidžiant pagal uždaros grandinės schemą, vietų paskirstymas reikalauja daugiau skaičiavimo, negu pusfinalių schemoje. Užtat šioje schemoje geriau išlaikytas principas „priešininkai pagal pajėgumą“; ją mes rekomenduojame tuo atveju, kai varžybos, jų tarpe ir komandinės (miesto, respublikos moksleivių šachmatų pirmenybės; aukštųjų mokyklų stalo teniso, šachmatų, šaškių pirmenybės), vyksta reguliariai, ir dalyviai nesikeičia, o visus žaidėjus apimti ratų sistema neįmanoma. Deja, negalima pernelyg „ploninti“ grandinės — grupių skaičius turi maždaug atitikti žaidėjų skaičių grupėje *p*, nes priešingu atveju nukenčia klasių nustatymo tikslumas. Savotišku atsitiktinumo indikatoriumi gali būti mūsų įvesta ciklo pataisa *G*. Prisiminkime pavyzdį: *A* išlošė prieš *B*, *B* — prieš *C*, o *C* — prieš *A* — tai pergalės pagal laikrodžio rodyklę. Kas nugalėtojas? Suprantama, kad, jeigu mus domina tik kaimyninių grupių klasių skirtumas, schema galima naudotis visais klasių tolydinio išsidėstymo atvejais.

2) **Nutrauktos grandinės schema** skiriasi nuo anksčiau išnagrinėtos tuo, kad stipriausia ir silpniausia grupės turi tik po vieną priešininkų grupę — šiame turnyre jau nėra stipresnių už pirmąją, o silpnesnių už paskutinę, ir su atitinkamais priešais jos susitinka kitų pakopų turnyruose. Jeigu tokių papildomų priešininkų nėra, svarbiausioms vietoms — pirmutinėms ir paskutinėms — išaiškinti šių grupių viduje žaidžiamas papildomas ratas; tada ir rungtynių skaičius maždaug išsilygina.

Šios schemos su dviejų ratų vidaus varžybomis galinėse grupėse klasių nustatymo metodika skiriasi nuo uždaros grandinės metodikos tik tuo, kad čia nereikalinga ciklo pataisa. Būtent, grupės k dalyvio l klasė nusakoma pagal (10), pataisa pagal (11), o (13) sutrumpėja:

$$y_k = \frac{N_{k,k-1}}{p^2} + y_{k-1}. \qquad (13a)$$

Tuo atveju, kai grupės tarpusavy žaidžia tik vienu ratu, grupės klasės pataisa nepasikeičia, tik joms vietoj 3 rašome 2:

$$x_{kl} = \frac{n_{kl}}{2p} + z_k, \qquad (10a)$$

$$z_k = y_k - \frac{N_k}{2p^2}. \qquad (11a)$$

5. Olimpinė sistema be iškritimų

Nugalėtojui išaiškinti, remiantis minimaliu susitikimų skaičiumi, geriausiai tinka olimpinė (vieno minuso) sistema, pagal kurią kiekvienas pralošęs dalyvis iškrinta. Suprantama, kad čia didelė atsitiktinumo tikimybė: kuo mažiau susitikimų, tuo didesnę reikšmę turi atsitiktinumas. Apskritai, ši sistema netinka tolimesnėms vietoms nustatyti — likusios prizinės vietos praktiškai priklauso nuo burtų — į kokią pusfinalio grupę pateksi.

Vietoms preliminariškai išaiškinti mes siūlome naudoti olimpinę sistemą be pralaimėjusiųjų iškritimo. Būtent, po kiekvieno etapo su kaimynine grupe pagal užimtas vietas žaidžia tarpusavy kaimyninių grupių nugalėtojai, antrieji prizininkai ir t. t., autsaideriai su autsaideriais. Vietas ir čia galima nustatyti skaičiuojant. Parodome, kad šiuo atveju sistema (4) turi tokius artutinius sprendinius:

$$m_k^{(r)} = \frac{r+1}{r+2}\left\{m_k^{(r-1)} + n_k^{(r)} + \frac{m_k^{(r-1)} + m_{k+1}^{(r-1)}}{r} + \frac{r}{2^r}\left[n_1^{(m)} + \cdots + n_{2^{m-1}}^{(m)}\right]\right\}. \qquad (14)$$

Čia $m_k^{(r)}$ — taškų ekvivalentas po k žaidėjo r susitikimų; jis lygus klasei, padaugintai iš rungtynių skaičiaus, plius 1:

$$m_k^{(r)} = (r+1)x_k^{(r)}.$$

Žinodami taškų ekvivalentą arba klasę prieš duotąjį susitikimą, galime apskaičiuoti juos po jo — ir taip kiekvienam etapui. Suprantama, schema naudojama tik dalyvių skaičiui, išreiškiamam formule:

$$S = 2^r,$$

kur r — dalyvio susitikimų skaičius. Pavyzdžiui, jeigu dalyvių skaičius 64, turnyras baigiamas, sužaidus kiekvienam po 6 kartus; 1024 dalyviams reikėtų sužaisti po 10 kartų.

Iliustruojame šį metodą suprastintu pavyzdžiu, kai žaidžia 8 dalyviai (4 lentelė) (— reiškia pralaimėjimą, + — pergalę, = — lygiąsias).

4 lentelė

Klasės nustatymas olimpinėje sistemoje

Eilės Nr.	Dalyviai	Susitikimų rezultatai	Taškų ekvivalentas m	Vieta	Susitikimų rezultatai	Taškų ekvivalentas m	Vieta	Susitikimų rezultatai	Taškų ekvivalentas m	Vieta pagal klasę	Taškų suma	Vieta pagal taškų sumą
1	A	+	+1,0	1	+	+3,0	1	+	+4,4	1	+3	1
2	B	−	−1,0	2	+	+0,0	2	−	−0,4	5	−1	6
3	C	+	+1,0	1	−	0,0	3	+	+0,4	4	+1	3
4	D	−	−1,0	2	−	−3,0	4	−	−0,4	8	−3	8
5	E	=	0,0	2	−	−1,5	3	−	−2,7	7	−2	7
6	F	=	0,0	1	−	−1,5	4	+	−1,6	6	0	5
7	G	=	0,0	2	+	+1,5	1	−	+1,6	3	0	4
8	H	=	0,0	1	+	+1,5	2	+	+2,8	2	2	2

Dalyvius suskirstome į 4 grupes po 2 žaidėjus kiekvienoje. Taškų ekvivalentą apskaičiuojame pagal formulę (14), kai $r=1$:

$$m_k^{(1)} = \frac{2}{3}\left\{n_k^{(1)} + \frac{1}{2} n_k^{(1)}\right\} = n_k^{(1)} \text{ —}$$

jis šiuo atveju sutampa su rungties rezultatu. Paskirstome grupes, lygiųjų atveju pirmąją vietą priteisiame, sakysim, žemesniajam žaidėjui, jeigu viršutinis žaidė baltaisiais (šachmatai, šaškės), pirmas servavo (tenisas, tinklinis), žaidė savo lauke ir t. t., tolesniame rate tą privalumą suteikiame aukštesniajam ir t. t.

Pusfinalyje susitinka vienodas vietas užėmę kaimyninių grupių dalyviai: A su C, B su D, F su H, E su G. Taškų ekvivalentus skaičiuojame pagal formulę (14), kai $r=2$:

$$m_k^{(2)} = \frac{3}{4}\left\{m_k^{(1)} + n_k^{(2)} + \frac{1}{2}\left[m_k^{(1)} + m_{k+2}^{(1)}\right] + \frac{1}{2}\left[n_k^{(2)} + n_{k+1}^{(2)}\right]\right\}.$$

Konkrečiai paėmus, žaidėjo A taškų ekvivalentas po pusfinalio

$$m_1^{(2)} = \frac{3}{4}\left\{m_1^{(1)} + n_1^{(2)} + \frac{1}{2}\left[m_1^{(1)} + m_3^{(1)}\right] + \frac{1}{2}\left[n_1^{(2)} + n_2^{(2)}\right]\right\},$$

arba, įstačius reikšmes,

$$m_1^{(2)} = \frac{3}{4}\left\{1{,}0+1{,}0+\frac{1}{2}(1{,}0+1{,}0) + \frac{1}{2}(1{,}0+1{,}0)\right\} = 3{,}0;$$

žaidėjui B

$$m_2^{(2)} = \frac{3}{4}\left\{-1{,}0+1{,}0+\frac{1}{2}(-1{,}0-1{,}0) + \frac{1}{2}(1{,}0+1{,}0)\right\} = 0{,}0$$

ir t. t. Paskirstome vietas, o tuo pačiu ir priešininkus. Dalyvio A taškų ekvivalentui po finalo nustatyti naudojame formulę (14), kai $r=3$:

$$m_1^{(3)} = \frac{4}{5}\left\{m_1^{(2)} + n_1^{(3)} + \frac{1}{3}\left[m_1^{(2)} + m_7^{(2)}\right] + \frac{3}{8}\left[n_1^{(3)} + n_2^{(3)} + n_3^{(3)} + n_4^{(3)}\right]\right\}.$$

Paaiškinimai: $m_k^{(1)}$ — žaidėjo k ekvivalentas po pusfinalio; $n_k^{(2)}$ — jo pusfinalio susitikimo rezultatas; $m_{k+2}^{(1)}$ — k pusfinalio varžovo taškų ekvivalentas po ketvirtfinalio; $m_k^{(2)} + m_{k+1}^{(2)}$ — k ketvirtfinalio grupės dalyvių susitikimo pusfinalyje rezultatas; $m_1^{(3)}$ — dalyvio A taškų ekvivalentas po finalo; $n_1^{(3)}$ — finalinio susitikimo rezultatas; $m_7^{(2)}$ — finalinio priešininko taškų ekvivalentas prieš finalą; $n_1^{(3)} + n_2^{(3)} + n_3^{(3)} + n_4^{(3)}$ — viršutinės pusfinalio grupės taškai, surinkti finale. Taigi

$$m_1^{(3)} = \frac{4}{5}\left\{3{,}0+1{,}0+\frac{1}{3}(3{,}0+1{,}5) + \frac{3}{8}(1{,}0-1{,}0+1{,}0-1{,}0)\right\} = +4{,}4,$$

$$m_2^{(3)} = \frac{4}{5}\left\{m_2^{(2)} + n_2^{(3)} + \frac{1}{3}\left[m_2^{(2)} + m_8^{(2)}\right] + \frac{3}{8}\left[n_1^{(3)} + n_2^{(3)} + n_3^{(3)} + n_4^{(3)}\right]\right\},$$

$$m_2^{(3)} = \frac{4}{5}\left\{0{,}0-1{,}0+\frac{1}{3}(0{,}0+1{,}5) + \frac{3}{8}(1{,}0-1{,}0+1{,}0-1{,}0)\right\} = -0{,}4.$$

Iš čia apskaičiuojame komandų klases, padaliję taškų ekvivalentą iš 4. Bet vietas galima paskirstyti ir pagal $m_k^{(3)}$. Įdomu, kad, susumavę žaidėjų surinktus taškus, gautume kitokį vietų pasiskirstymą. Šitai natūralu — taškų suma priklauso ir nuo priešų pajėgumo. Mūsų naudojamos formulės į tai atsižvelgia.

Suprantama, kad panašų metodą taškų ekvivalentui arba klasėms apskaičiuoti galima taikyti 16, 32 dalyviams ir t. t. Pastebėsime dar, kad klasių nustatymas nedaug sudėtingesnis ir tuo atveju, kai susitikimų tarp atskirų etapų grupių daugiau, pvz., kai susitinka aštuoniukių

I ir II vietos ir t. t. Galima nurodyti konkrečias formules ir tuo atveju, kai, pavyzdžiui, tolesnes už aštuoniukių ar ketveriukių vietas užėmę žaidėjai žaidžia ratų sistema su kitų grupių atitinkamų vietų laimėtojais.

Olimpinė sistema be iškritimo, mūsų supratimu, gali būti plačiai kultivuojama tarpklasinėse mokyklų krepšinio, futbolo, tinklinio ir kt. pirmenybėse; ją galima taikyti rajono, stambesnio miesto tarpmokyklinėse varžybose, moksleivių čempionate ir t. t. Yra tokių varžybų, kur kultivuojama tik olimpinė sistema. Tai visų pirma liečia boksą. Mums atrodo, kad ir čia reikia taikyti mūsų siūlomas formules vietoms nustatyti. Jeigu dalyvių skaičius neišreiškiamas formule

$$S=2^k$$

arba jeigu kiti dalyviai iškrinta, ir šiuo atveju svarbiuose čempionatuose vietas įmanoma nustatyti, blogiausiu atveju su skaičiavimo technikos pagalba, sprendžiant (4) lygčių sistemą, nes, primename, kad būtų nustatytos klasės, nebūtinai visi turi sužaisti vienodą rungtynių skaičių.

Norime atkreipti į olimpinę sistemą be iškritimų kitų užklasinių būrelių vadovų dėmesį, kada jie rengia įvairias klasių, mokyklų varžybas, viktorinas,— ši sistema (14) leidžia, remiantis minimaliu susitikimų skaičiumi, apytikriai nustatyti visų varžovų vietas.

Šiuo darbu stengėmės parodyti, kad užklasinė sportinė veikla gali būti aktyvinama, panaudojant įvairias tobulesnes varžybų organizavimo formas, kad naujos čempionatų schemos programuoja žaidėjų evoliuciją pasirinkta kryptimi, tik reikia kvalifikuotai parinkti optimalias sistemas pagal konkrečias sąlygas, ir šitai neabejotinai duos teigiamus rezultatus. Mes taip pat įsitikinę, kad sportinio darbo finansavimas, varžybų išlaidų sumažinimas, nebloginant čempionato organizacijos, taip pat aktualūs. Todėl, mūsų giliu įsitikinimu, būtina operatyviau naudotis įvairiomis schemomis, nebijant ir paskaičiuoti, juo labiau, kad tarp pedagogų niekada netrūko matematikų — sporto entuziastų. Iš jų mes ir tikimės konkrečios pagalbos.

Neįmanoma trumpame straipsnyje duoti konkrečių rekomendacijų kiekvienam atvejui — tam reikėtų specialaus darbo. Mes tik norime įtikinti mokyklinio sporto (ir ne tik mokyklinio) organizatoriaus, kad jie taikytų, savo nuomone, organizaciniu, meistriškumo kėlimo ir ekonominiu požiūriu geriausias varžybų sistemas, o vietoms nustatyti pasitelktų matematiką.

ŠPI
Fizikos katedra

Įteikta
1968 m. kovo mėn.

СОВЕРШЕНСТВОВАТЬ МЕТОДИКУ ОРГАНИЗАЦИИ СОРЕВНОВАНИЙ

М. СТАКВИЛЯВИЧЮС

Резюме

Для того, чтобы соревнования по спортивным играм максимально служили прогрессу в спорте школьников, нужно искать новые схемы первенств. Предлагается модель соревнований, которая основывается на вероятностном характере итогов поединков. В этом случае получаем систему линейных алгебраических уравнений

$$r_k x_k - \sum_{l=1}^{r_k} x_l = n_k$$

(r_k — число встреч, x_k — класс, $\sum_{l=1}^{r_k} x_l$ — сумма классов противников, n_k — полуразность набранных и потерянных очков), отображающих соревнования, проводимые по любой схеме.

В частных случаях система уравнений решается аналитически, и подведение итогов сводится к простым формулам. Предлагается такая методика, иллюстрируемая примерами, для разных вариантов первенства. Предлагаемая теория может быть использована спортсменами и математиками для внеклассной работы.

SOME PROPOSALS FOR THE IMPROVEMENT OF THE METHODICS OF THE ORGANIZATION OF CHAMPIONSHIPS

M. STAKVILEVIČIUS

Summary

We must look for new schemes of competitions to make championships of sports games help to increase sports progress of pupils maximally. We suggest a model of championship in which the result of each match has a character of probability. In such a case we have a linear system of algebraic equations

$$r_k x_k - \sum_{l=1}^{r_k} x_l = n_k$$

(r_k — number of matches, x_k — a class, $\sum_{l=1}^{r_k} x_l$ — the sum of the rival classes, n_k — a half of gained and lost balls) reflecting the competitions organized according to any scheme.

In some cases the system of equations is solved analitically and the results are reduced to simple formulas. We suggest the following methodics, illustrated by examples suggested for different championships.

The suggested theory might be used by sportsmen and mathematicians in their work after classes.