

AKTYVUSIS MOKYMAS SPRENDŽIANT MATEMATIKOS UŽDAVINIUS PRADINĖSE KLASĖSE¹

Tamar Dograshvili

Akaki Tsereteli valstybinis universitetas, Sakartvelas

Anotacija

Aktyvusis mokymas yra pagrindinis ugdymo sistemos komponentas visais ugdymo etapais. Praktinis aktyviojo matematikos mokymo pradinėse klasėse įgyvendinimas mokytojams kelia rimtų iššūkių. Norédami išspręsti šią problemą, sukūrėme metodinę prieigą, aprašytą šiame straipsnyje. Mes siūlome aktyviojo mokymo modelį, kurio įgyvendinimas yra susijęs su lavinamojo ir tarpdalykinio turinio uždavinių įtraukimu į mokymo procesą matematikos pamokose. Šių uždavinių sprendimai yra susiję su konkrečiomis temomis, nagrinėjamomis per matematikos pamokas. Aptarėme lavinamojo ir tarpdalykinio turinio uždavinių sistemų konstravimo metodiką, pagrįstą mūsų sudaryta schema, pagal konkrečias pradinių klasių matematikos pamokų temas. Taip pat išanalizavome tokį uždavinių įtraukimo į matematikos pamokas pradinėse klasėse rodiklius ir edukacinio eksperimento rezultatus, parodydami, kad autorės metodinės prieigos lemia aukštą pradinių klasių mokinų matematinio ugdymo kokybę, mokymo procesą daro įdomų bei patrauklų ir užtikrina mokinį dalyvavimą aktyvaus mokymo(si) proceso sprendžiant tikslinį parinktą uždavinių sistemas.

Esminiai žodžiai: matematikos uždavinys; aktyvusis mokymas; pradinės klasės; statistinis vertinimas; edukacinis eksperimentas.

Įvadas

Teorinis pagrindas

Pirmoje klasėje mokiniai yra įtraukiami į aktyviojo mokymosi procesą (Stelila, 2001), todėl svarbu, kad mokiniams būtų įdomu, kad jie galėtų formuoti ir plėtoti loginį mąstymą (Batchelor, Torbeyns, & Verschaffel, 2019). Matematikos uždavinių, turinčių lavinamąjų funkciją, sprendimas mokymąsi jiems paverčia tokiu pat maloniu kaip ir žaidimas (Godfrey & Stone, 2013) ir užtikrina mokinį pasirengimą mokyklai. Tačiau tuo pat metu kyla klausimas, kaip visa tai

¹ Shota Rustaveli nacionalinis Sakartvelo mokslo fondas (YS 17_80).

pasiiekti? Kaip padaryti, kad matematikos pamoka mokiniams būtų įdomi ir patraukli (Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008)? Žemesnėse klasėse matematika siejama su uždavinių sprendimu, tai reiškia, kad atsakymo turėtume ieškoti uždaviniuose. Kokia mūsų situacija šiandien (Elmore, Peterson, & McCarthy, 1996)? Neperdedant galima teigti, kad situacija yra nepatenkinama, netgi labai prasta. Mokykliniai matematikos vadovėliai negali sudominti mokinių dėl uždavinių ir jų sprendimo būdų panašumo vienas į kitą, todėl žemesnėse klasėse mokymo procesas tampa nuobodus ir erzinantis.

Tyrimo tikslai:

- Sukurti pradinių klasių mokinių lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemų sprendimo mokymo teorinius pagrindus, metodines prieigas ir kriterijus.
- Parengti pradinių klasių mokinių lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemų sprendimo metodus ir mokymo metodiką.
- Parengti pradinių klasių mokinių lavinamojo (Wickstrom, Pyle, & DeLuca, 2019) ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemas.
- Plėtoti metodines prieigas, kurios padėtų ugdyti pradinių klasių mokinių praktinius įgūdžius ir skatintų aktyvų mokymąsi, sprendžiant lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemas.
- Integruoti mokymo procesą į bendrą sistemą, taikant pradinių klasių mokinių lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemas.
- Kelti bendrą ugdymo lygi.
- Pagerinti pradinių klasių mokinių matematikos ugdymo kokybę (Frye, Baroody, Burchinal, Carver, Jordan, & McDowell, 2013).
- Skatinti pradinių klasių mokinių pasirengimą aktyviam mokymuisi sprendžiant lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius (Elbahri, Soliman, Yliniemi, Abdelaziz, Homaeigohar, & Zarie, 2018).
- Parengti naujas metodines prieigas ir rekomendacijas diegiant lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sprendimą pradi- nėse klasėse.

Metodai

Taikėme įvairius tyrimo metodus – istorinių, lyginamajį, aprašomąjį, vertinimo tyrimus ir pan. Istorinius tyrimus naudojome tada, kai reikėjo nustatyti analizuojamų klausimų mokymo veiksmingumą praeityje ir padaryti išvadas.

Pavyzdžiui, tirdami pradinių klasių mokinių lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių psychologinius ir pedagoginius pagrindus, apžvelgėme metodus, taikytus praeityje. Ta pati prieiga buvo naudojama analizuojant mokyklinius matematikos vadovėlius ir pan.

Taip pat taikėme lyginamąjį metodą, kai, naudodamiesi istoriniais tyrimais, siekėme palyginti skirtinį tyrimų medžiagą ir nustatyti naudojamo tyrimo metodo pranašumus.

Kai kuriais atvejais turėjome tiesiogiai stebėti mokymo procesą, kad gautume reikiama informaciją ir galėtume ištirti skirtinias situacijas ir ypatingus atvejus. Tam naudojome aprašomuosius tyrimus.

Tyrimo naujumas

Ištyrėme pradinių klasių mokinių lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemų diegimo psychologinius, pedagoginius ir metodologinius modelius, šių uždavinių sistemų įtraukimo į ugdymo procesą rodiklius ir numatomus ugdymo rezultatus.

Taip pat išanalizavome pradinių klasių mokinių lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemų kūrimo metodologiją ir sukūrėme konkrečią jų sprendimo metodiką, kuri suteikia pagrindą siūlyti naujas metodines rekomendacijas mokytojams, mokiniams, ekspertams ir kitiems ugdymu suinteresuotiem asmenims.

Tyrimo objektas

- Matematikos uždaviniai, taikomi pradinių klasių mokinių mokymo procese.
- Lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemų mokymo procesas, skirtas aktyviam mokymui pradinėse klasėse.

Tyrimo strategija

Tyrimas susideda iš kokybinės ir kiekybinės dalies ir buvo atliktas keturiais etapais.

Kokybinė dalis

Prieš atliekant kiekybinę tyrimo dalį, buvo atliktas kokybinis tyrimas, kurio tikslas buvo nustatyti mokymosi pradinėse mokyklose kokybės vertinimo rodinius.

klius, reikalingus kiekybinei daliai. Kokybinėje tyrimo dalyje buvo apklaustos tikslinės grupės (respondentai), išskaitant švietimo ekspertus, mokyklų direktorius, išteklių centrų darbuotojus, tėvus ir mokytojus. Kokybinė dalis buvo įgyvendinta per pirmuosius šešis mėnesius nuo tyrimo pradžios.

Kiekybinė dalis

Kiekybinės dalies tikslas buvo surinkti informaciją iš tikslinių grupių – mokytojų, mokyklų direktorių, švietimo ekspertų, išteklių centrų darbuotojų ir tėvų – pagal rodiklius, nustatytus kokybinės tyrimo dalies metu.

Manėme, kad bus optimalu naudoti „atsitiktinio klaidžiojimo“ (angl. *random walk*) metodą.

Atrankos metodas

Mokykloms atrinkti pasitelkėme stratifikuotą atsitiktinę atranką, kurioje kaip stratifikacijos kintamuosius naudojome geografinį regioną ir gyvenvietės tipą: 1) kalnų regionų mokyklos; 2) kaimo mokyklos; 3) miesto mokyklos.

Kiekvienam regione / gyvenvietėje respondentai buvo atrinkti „atsitiktinio klaidžiojimo“ principu.

Vertinimo tyrimai daugiausia buvo naudojami atliekant statistinę tyrimų, atliktų remiantis tradiciniais mokymo rezultatais ir mūsų sukurtais metodais, analizę. Vertinimo tyrimo rezultatą ivertinome pagal statistinį kriterijų c^2 , kuris patvirtino naudojamos metodinės prieigos pranašumą.

Tyrimai, atlikti naudojant statistinius metodus, įrodė mokinių akademiniės veiklos pažangą, perėjimą prie aktyviojo mokymo ir bendrojo ugdymo kokybės gerinimą, naudojant lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemas.

Taikėme sistemos analizės tyrimus, kuriuos atlikome etapais:

- duomenis analizei suskirstėme į kelias dalis;
- ivertinome kiekvieną dalį;
- gavome galutinį rezultatą.

Pateikiama metodika užtikrina aukštą tyrimų mokslinę kokybę, taip pat gautų rezultatų patikimumą ir pagrįstumą.

Tyrimo etapai

Tyrimas buvo atliktas keturiais etapais:

I etapas – apklausa apie esamą matematikos mokymo(si) valstybinėse ir privačiose pradinėse mokyklose padėtį; iššūkių ir stipriųjų pusų nustatymas; vertinimas, veiksmų plano sudarymas. Lygiagrečiai pradėjome kurti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius;

II etapas – veiksmų plano įgyvendinimas, dirbant su aktyviam mokymui svarbiais teoriniais ir praktiniais klausimais (Hayward, 2019). Pradinių klasių mokytojų ir specialistų mokymų, skirtų supažindinti su sukurta medžiaga, organizavimas. Lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių kūrimas;

III etapas – sukurtos medžiagos įtraukimas į mokymo procesą. Mokymo proceso metodinė priežiūra ir kontrolė. Atliekamos reikalingos plano korekcijos; darbas su koreguotais klausimais. Mokymų pagal sukurtą medžiagą organizavimas. Lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių kūrimas;

IV etapas – gautų rezultatų įvertinimas pagal statistinius kriterijus.

Mūsų tyrimo pagrindu nustatėme, kad dauguma pradinių klasių mokinį nemégsta spręsti matematikos uždavinių, nes jiems nuobodu spręsti įprastus uždavinius (Beilock & Maloney, 2015). Be to, galima teigti, kad sprendžiant tokius uždavinius neįmanoma pasiekti aukšto mokinijų loginio mąstymo lygio ir mokinijų intelekto lavinimo. Todėl pradėjome galvoti apie kitokio požiūrio į pradinių klasių mokinijų matematikos uždavinius plėtojimą, kuris mokymosi procesą padarytų patrauklų ir kartu jam suteiktų lavinamają funkciją (Marotta & Hargis, 2011). Norėdami sužinoti, ką pradinių klasių mokiniai labiausiai mēgsta ir kas juos labiausiai domina, atlikome apklausą. Šioje apklausoje dalyvavo daugiau nei 900 mokinijų. Apklausos rezultatai parodė, kad mokiniams labiausiai patinka animaciniai filmai ir jų veikėjai (34 %), pasakos ir jų veikėjai (23 %), vaikiški kompiuteriniai žaidimai (21 %), grožinės literatūros kūriniai ir filmai apie piratus, negyvenamas salas, lobiu ieškotojus (16 %) ir kiti vaikiški žaidimai (6 %). Išanalizavę šiuos duomenis, nusprendėme matematikos uždavinius pradinių klasių mokiniams sudaryti remdamiesi tokiu principu: uždavinio sąlygą sudaryti taip, kad joje veiktu mēgstami pasakų ir animacinių filmų personažai, piratai, lobiu ieškotojai ir pan.; atsižvelgiant į mokinijų amžių, turinio aspektu uždavinių turinys yra lavinamasis, tai yra uždaviniai sudaryti taip, kad jų sprendimas reikalauja ieškojimo, arba, kitaip tariant, tai nestandardiniai matematikos olimpiados uždaviniai. Praktika rodo, kad mokiniams patinka dalyvauti tokiu uždavinių sprendimo procese (statistinė edukacinio eksperimento analizė patiekama toliau), tuo tarpu jie mažai domisi tipinių mokyklos vadovėlių uždavinių sprendimu. Kodėl mokiniai ypač teigiamai vertina tokius uždavinius? Kokia

yra pagrindinė to priežastis? Atsakymas iš ši klausimų yra paprastas. Uždavinio sąlyga patraukli mokiniams ir jie neverčiami mielai ją perskaito. Perskaičius uždavinio sąlygą, mokytojas, vieną ar dvi minutes užduodamas mokiniams klausimus, atgaivina mokinių mėgstamą magijos pasaulį ir personažus, kurie įkvepia mokinių pasirengimą išspręsti uždavinį. Taip pat uždavinys savo struktūra yra lavinamojo turinio, jo sprendimas reikalauja ieškojimo, intelektinės disciplinos, kuri ugdo mokinių loginius įgūdžius ir taip pat sukuria pagrindus to paties turinio uždavinių sprendimui ateityje, tai yra mūsų sukurta schema padeda pradinių klasių mokiniams neverčiamieems spręsti lavinamuosius uždavinius, kurie ugdo jų loginį mąstymą ir skatina nuodugnų ir gilų matematikos mokymąsi, lavinant jų intelektą. Analizavome lavinamuosius uždavinius, sprendžiamus taikant Dirichlet principą, analogiją, apibendrinimą, invariantus ir kumulantus, nepilnają ir pilnają indukciją, analitinius ir sintetinius metodus, dedukciją, apibendrinimo metodus, grafikus, sekas, bandymo ir atrankos metodus, kombinatorikos ir tikimybių teorijos uždavinius, turinčius aibių teorijos elementų ir pan. Pradinių klasių mokiniai ypač susidomėjo loginiais ir skysčių perpylimo uždaviniais. Iš klausimų – kurioje klasėje turėtume pradeti spręsti lavinamuosius matematikos uždavinius, atsakome, kad lavinamujų matematikos uždavinių įtraukimas į mokymo procesą matematikos pamokose turėtų prasidėti nuo pirmos klasės ir tėstis visose klasėse. Vienos pamokos metu turėtume išspręsti vieną ar du tokio turinio uždavinius, o namų darbams mokiniams skirti ne daugiau kaip vieną uždavinį, panašų į aptartus pamokoje, tačiau sąlygiškai lengvesni. Taip pat norėtume atkreipti dėmesį, kad tik mokytojas sprendžia dėl uždavinių, įtraukiamų į mokymo procesą, temos, skaičiaus, turinio ir sudėtingumo, nes tai priklauso nuo mokinių psichofiziologinių sugebėjimų (Berk & Winsler, 1995), matematiui žinių lygio, amžiaus ir pan.

- Pagal mūsų sukurtą schemą parengėme lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemą pradinių klasių mokiniams:

žinių perkėlimas iš pradinių klasių dalyko A (ne matematikos) → matematikos uždavinys su dalyko A turiniu, kurio sąlyga yra susijusi su žiniomis, perduotomis mokinui → matematikos uždavinio sprendimas → užrašius išspręsto uždavinio atsakymą, mokiniams pateikiами klausimai, kurie įtvirtina jų dalyko A žinias.

- Pradinių klasių mokiniams nustatėme pirmyn ir atgal nukreiptas tarpdalykines sąsajas tarp matematikos ir gamtos mokslų, matematikos ir vaizduojamojo bei taikomojo meno. Pirmyn nukreiptos tarpdalykinės sąsajos reiškia, kad bet kurį kito dalyko konkretų įvykį ar faktą būtų galima paaškinti naudojant matematikos metodus. Atgal nukreiptos sąsajos reiškia tam tikros matematinės sąlygos įrodymą arba matematikos uždavinio sprendimą naudojant kito dalyko metodus ir prieigas. Kurdamis pradinių klasių

matematikos uždavinius su tarpdalykinėmis sąsajomis, nukreiptomis atgal, panaudojome mūsų sukurtą schemą:

matematikos uždavinys su pradinių klasių dalyko A (ne matematikos) turiniu → matematikos uždavinio sprendimas → išspręsto matematikos uždavinio skaitmeninė vertė praplečia ir (ar) įtvirtina dalyke A mokinio įgytas žinias.

- Remdamiesi mokytojų anketinėmis apklausomis, nustatėme pagrindines temas, kurias nagrinėjant būtų veiksmingiausia įtraukti tarpdalykinių ryšių turinčių uždavinių sistemas. Šios temos yra: matematikos uždaviniių sistemos, susijusios su aplinka; susijusios su etnografinėmis išvykomis; susijusios su astronomija ir kosmosu; susijusios su ekonomika ir finansais; susijusios su sveiku gyvenimo būdu, su tarpdalykinių ryšių turiniu ir pan. Atsižvelgdami į pradinių klasių mokinių psichofiziologinę situaciją, nuspindėme, kad, diegiant tarpdalykinį turinį bet kurioje temoje, būtina vadovautis moksliiniu principu, kuris reiškia, jog mokiniamas pateikiamos teorinės žinios ar bet kokie konkretūs matematikos uždavinio duomenys turi atspindėti faktinę ir moksliškai pagrįstą informaciją, nes mokiniai lengvai įsimena skaitines reikšmes, o jei vėliau iš kitų šaltinių gauta informacija nesutampa su jiems jau žinomais duomenimis, tai gali juos nuvilti. Šiuo tikslu manome, kad mokytojui, nusprendusiam į pradinių klasių mokinių mokymo procesą įtraukti matematikos uždaviniių su tarpdalykiniais ryšiais sistemas, pirmiausia konkrečia tema reikia sukurti informacinę bazę, kuri atspindėtų realius skaitmeninius duomenis, kurių pagrindu mokytojas kurtų tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius. Trumpai apžvelgsime, kaip kūrėme tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemas, susijusias su pirmiau nurodytomis temomis.
- Mokymo procesas pradinėje mokykloje yra aktyvus ir efektyvus, kai mokytojas sugeba į procesą įtraukti visus mokinius. Kada tai pasiekiamas? Pamokos tema mokiniamas įdomi turinio prasme, kai jie jau turi žinių apie pamokos temą, kurias bando parodyti prieš klasę: „Naujovės klasėje gali su teikti unikalių būdų pateikti medžiagą mokiniam. Mokinių sudominimas medžiaga padės jiems plačiau suprasti tai, ko jie mokosi ir kaip tai susiję su jų gyvenimu“ (Ronald, 2018). Aukštesnėse klasėse tokios temos gali būti labai įvairios, o pradinėse klasėse mokytojas neturi daug pasirinkimo, nes pradinių klasių moksleivių žinių spektras néra platus ir gilus. Temos, kurias mokytojas gali įtraukti į mokymo procesą pradinėse klasėse, yra aplinkos pažinimo temos, kurios, savaime suprantama, yra labai svarbios ir kurių pagrindu gali būti kuriami tarpdalykiniai ryšiai. Manome, kad daugiau dėmesio reikia skirti mokinių gamtos ir aplinkos pažinimo ugdymui mokykloje nuo pat jų ugdymo pradžios, nes aplinkos klausimai turi globalią reikšmę ir visa žmonija yra įtraukta į jų sprendimą.

Mokymo medžiagos aplinkos tema aiškinimas ir mokymasis vyksta daugiausia per gamtos mokslų, vaizduojamojo ir taikomojo meno, matematikos ir gimtosios kalbos pamokas, kuriose mokiniamams prieinama forma yra nagrinėjami ryšiai tarp gyvosios ir negyvosios gamtos, taip pat tarp įvairių gyvosios gamtos komponentų (augalai, gyvūnai ir kt.) ir žmonių. Vėliau mokiniai susipažsta su juos supančiu pasauliu ir nustato aplinkos aspektu svarbius ryšius, tai padeda jiems nustatyti logines sąsajas.

Mokant pradinėse klasėse, patartina rengti išvykas, kurių tikslas ir funkcija yra praktinis kontaktas su aplinkos klausimais, nagrinėjamais gamtos mokslų ir kitų dalykų pamokose, kuris vyksta stebint augalus ir gyvūnus, taip pat kai kuriuos gamybos procesus, aprašytus mokymo medžiagoje, lankantis istorinėse vietose, aptartose pamoką medžiagoje, duomenų, pateiktą matematikos uždavinio aplinkos tema sąlygoje, susijusioje su medžių ir kitų augalų aukščiu ir amžiumi, patikrinimas ir pan. Šios aplinkos pažinimo išvykos mokiniamams yra įdomios, jie eina į gamtą, įmonę ar gamykla, susipažsta su kai kuriais gamybos procesais, matuoja, sveria objektus, o tai padeda ugdyti praktinius įgūdžius. Kartais, ypač žemesnėse klasėse, taip pat patartina organizuoti imitacines pažintines išvykas. Mokomujų išvykų metu mokiniai turi galimybę patys įvertinti ir patikrinti kai kuriuos duomenis, kuriuos vėliau panaudos spręsdami matematikos uždavinius aplinkos tema.

Metodologiškai pagrįsta, kad pradinių klasių matematikos pamokose reikėtų įtraukti lavinamojo ir tarpdalykinio pobūdžio matematikos uždavinių aplinkos tema, ypač kai mokomasi spręsti atitinkamo tipo matematikos uždavinius. Tokiu būdu įgyvendinamas mokymo procesas neužima daugiau pamokos laiko, tačiau jis turi didelį lavinamajį poveikį mokiniam, nes, įtraukiant tokio turinio uždavinius, mokymo procesas yra integruojamas į vieną sistemą, skatinančią aktyvų mokinijų mokymą, naujų žinių ir šiuolaikiškos mokymo metodikos kūrimą, kuris tampa atitinkamų rekomendacijų rengimo pagrindu (Ginsburg, Klein, & Starkey, 1998). Taip pat veiksminga įtraukti lavinamojo ir tarpdalykinio pobūdžio matematikos uždavinius į popamokinę, fakultatyvinę ir matematikos būrelių veiklą.

Pradinių klasių matematikos vadoveliuose beveik nėra lavinamojo ir tarpdalykinio pobūdžio matematikos uždavinių aplinkos tema, todėl mokytojai turėtų juos sudaryti, o tam, kaip jau minėjome, mokytojams pirmiausia reikėtų sukurti duomenų bazę, kurioje būtų prieinama informacija aplinkos tematika, apie florą, fauną ir kt. Pavyzdžiui, duomenys apie medžių rūšių gyvenimą, medžių aukštį, miško reikšmę aplinkai, paukščių ir vabzdžių gamtoje įtaką aplinkai, upių ilgi, erdves tarp skirtingu žmonių gyvenviečių, atstumą nuo Žemės iki Mėnulio, nuo Žemės iki Saulės, šalies nacionalinius parkus, gamtos rezervatus ir kt. Patartina surinktus duomenis užrašyti lentelės formatu, kuris padėtų mokiniam patiemis sudaryti įvairius matematikos uždavinius aplinkos tema.

- Yra žinoma, kad novatoriški požiūriai pradinėje mokykloje yra grindžiami tarpdalykiniais ryšiais, kurie gali būti dar efektyvesni, jei pradinėje mokykloje naudotume naują tarpdalykinį ryšių formą, pavyzdžiui, etnografinę išvyką. Vykdymami etnografinę išvyką, mokiniai ir mokytojai turi galimybę savarankiškai rinkti duomenis, kuriuos jie vėliau panaudotų kaip duomenų bazę. Remdamasis jais mokytojas sudaro tarpdalykinio pobūdžio matematikos uždavinius, susijusius su etnografinės išvykos temą, ir įtraukia juos į mokymo praktiką pradinėse klasėse. Tokiuose matematikos uždaviniuose aprašytos situacijos mokiniams yra žinomos, jie jas jau yra matę ir patyrę, todėl mokiniams lengvai suvokti uždavinio situaciją, suprasti jos turinį, o tai skatina juos natūraliai domėtis šio uždavinio sprendimui. Grįžę iš etnografinės išvykos, mokiniai turėtų sugebėti susiformuoti tinkamą požiūrį į pasirinktą etnografinį klausimą, užtikrinti jo stebėjimą ir surinkti reikiama medžiagą, susijusią su etnografiniu klausimu, integruoti turimas tarpdalykines žinias ir praktiškai įgytas žinias panaudoti atskirų dalykų mokymuisi.
- Prieš kurdami tarpdalykinio pobūdžio matematikos uždavinių astronomijos ir kosmoso tema sistemas, surinkome reikiamus duomenis apie Žemę, Žemės palydovą – Mėnulį ir jo fazes. Po to supažindiname mokinius su informacija apie pirmąsias į kosmosą išsiuistas gyvas būtybes, suteikėme jiems informacijos apie pirmuosius kosmonautus, pirmąsias moteris kosmonautes, kosmose pasiektais rekordus, dirbtinius palydovus ir dar daugiau. Tada, remdamiesi šiaisiais duomenimis, sukūrėme tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemą, užduočių, kuriose reikia užpildyti teksto spragas, ir surengėme matematinę viktoriną apie kosmoso tyrinėjimą.
- Ypatingą dėmesį skyrėme sveikos gyvensenos skatinimui, siekiant pagerinti pradinių klasių mokinių sveikatą, nes daugelis pradinių klasių moksleivių nelabai žino pagrindines sveikos gyvensenos detales. Sveikas gyvenimo būdas yra būtina sąlyga žmogaus sveikatai, ilgaamžiškumui ir socialinių įspareigojimų atlikimui. Jি sudaro daugybę komponentų, tačiau išskyrėme pagrindinius:
 - sveikatos įgūdžių įgijimas, sveikatos įgūdžių lavinimas pradedant nuo ankstyvos vaikystės;
 - išorinio pasaulio saugumo užtikrinimas, jo poveikio žmonių sveikatai ištýrimas;
 - žalingų įpročių (tabako, alkoholio ir narkotikų vartojimo) atsisakymas;
 - saikingas valgymas, atsižvelgiant į individualias ir fiziologines savybes; supratimas apie vartojamų maisto produktų kokybę;
 - judėjimas – fiziškai aktyvus gyvenimas, išskaitant kasdienius specialius fizinius pratimus, atsižvelgiant į amžių ir fiziologines savybes;

- higiena – asmeninė ir socialinė higiena, pagrindinių pirmosios pagalbos įgūdžių turėjimas;
- gera fizinė būklė.

Surinkę reikiamus duomenis apie šiuos pagrindinius aspektus, sukūrėme matematikos uždavinių su tarpdalykiniais ryšiais sistemą, o tada įtraukėme juos į mokymo procesą. Sukūrėme sistemas tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių, susijusių su žmogaus / mokinio kūnu ir matematika, sveika mityba ir matematika, sveika gyvensena ir matematika, žalingais įpročiais ir matematika. Ypač atkreipėme dėmesį į kelių eismo taisykles ir matematiką. Manome, kad pradinių klasių mokytojai turi reguliarai priminti mokiniams elementariais kelių eismo saugumo taisykles, kaip reikia pereiti gatvę pagal šviesoforą, kad negalima žaisti važiuojamojoje kelio dalyje ar per ją eiti, kad būtina turėti specifinius kūdikiams skirtas sėdynes automobiliuje ir t. t.

Pasaulyje vykstantys socialiniai ir ekonominiai pokyčiai lemia ir žmonių gyvenimo lygio pokyčius, kurie reikalauja asmenų prisitaikymo prie šiuolaikinės rinkos ekonominikos poreikių. Šių iššūkių sprendimas yra glaudžiai susijęs su mokiniių ekonominio išsilavinimo, kuris, mano požiūriu, turi būti vienas iš dėmesio centrų visuose ugdymo lygmenyse, lygiu. Metodologiškai priimtina ir tikslinga pradėti diskutuoti apie ekonominio turinio matematikos uždavinius pradinėse klasėse, dėl šios priežasties būtina išplėtoti ekonominio turinio matematikos uždavinių mokymo ankstyvosiose klasėse metodinius aspektus, kurie apimtų visų mokiniių ekonominikos pradmenų įgijimą. Pateikdamas ekonominio turinio matematikos uždavinius, mokytojas turi konkrečią užduotį perduoti mokiniams ekonominikos žinių pagrindus, kurie gali būti susiję su individualiu ekonominiu elgesiu, šeimos ekonomika ar pramoniniai-ekonominiai procesais, nuosavybės formomis, įvairiausio darbo organizavimo būdais, jaunimo socialinio ir ekonominio saugumo pagrindais ir pan. Pažymėtina, kad vien tik pagrindinės ekonominės žinios nėra asmens ekonominio išsilavinimo formavimo pagrindas. Aktyvi kiekvieno pradinių klasių mokinio pozicija ekonominio ugdymo procese padeda pasirinkti kiekvieno mokinio asmeninio tobulėjimo kelią, kuris apibrėžia jo savirealizacijos diapazoną ir taip garantuoja tolesnių ekonominiių žinių ir įgūdžių įgijimą šiuolaikinėje rinkos ekonomikoje.

Pradinių klasių mokiniių ekonominis ugdymas yra socialinis visuomenės įpareigojimas. Ekonominis ugdymas turėtų būti organizuojamas įvairiomis kryptimis: įvadas į pradinių klasių mokiniių ekonominį ugdymą mokant pagrindinių dalykų; integruotas pradinių klasių mokiniių ekonominio ugdymo kursas; specifinius ekonominio ugdymo kurso įtraukimas į pradinių klasių mokiniių mokymo procesą ir kt. Taip yra dėl to, kad trūksta metodinės literatūros pradinių klasių mokiniams, susijusios su ekonominikos dalykų mokymu. Anot apklaustų mokytojų, ekspertų ir ekonomistų, pagrindinė žemo ekonominikos žinių ir ekonominio

išsilavinimo lygio priežastis yra nesisteminges mokymas. Savo ruožtu, viena to priežasčių yra ta, kad pradinių klasių mokytojai néra dalyvavę moksliniuose ir metodiniuose ekonomikos mokymuose. Antra priežastis yra ta, kad mokytojai, mokydami ekonomikos dalykų, naudoja tradicines prieigas, metodus ir būdus, neatsižvelgdami į konkrečius ekonomikos dalykų mokymo bruožus. Trečioji priežastis yra ta, kad néra bendros patvirtintos vizijos, kokių ekonomikos klausimus turėtų nagrinėti pradinių klasių mokiniai. Ketvirtoji priežastis yra ta, kad, nepaisant daugybės ekonomikos mokslo ir metodinių darbų, pradinių klasių mokinį ekonomikos mokymo temų psychopedagoginiai pagrindai, atsižvelgiant į mokinį amžių ir psichofiziologines galimybes, dar néra sukurti. Iki šiol nebuvu sukurta nuosekli metodinė sistema, teikianti mokiniam reikiamaą ekonominio pobūdžio medžiagą, kurios mokymo metu įvyktų didaktinis perėjimas nuo paprastų iki sudėtingų dalykų, kuri atitinką mokinio amžių bei psichofiziologinius sugebėjimus ir reaguotų į šiuolaikinius ekonomikos mokymo reikalavimus. Ekonomikos mokymo pradinių klasių mokiniams prieiga yra tokia:

- Kadangi pradinėse klasėse ekonomikos mokoma ne kaip savarankiško dalyko, ekonomikos klausimai turėtų būti dėstomi mokant pagrindinių dalykų (matematika ir gimtoji kalba), įtraukiant ekonomikos klausimus per tarpdalykinės sąsajas.
- Mokymo procesas turėtų būti vykdomas be jokios prievertos; ypatingas dėmesys turėtų būti skiriamas praktinių kasdienių dalykų mokymui, sprendžiant paprastus buitinius ekonomikos uždavinius.
- Ekonomikos uždaviniai turėtų būti įtraukti į pradinių klasių matematikos pamokas, kai mokytojas aiškina, įrodinėja ar kartoja tam tikrą aritmetinį veiksmą arba taiko tam tikrą metodą, o ekonominio turinio uždavinys yra sprendžiamas naudojant tą patį veiksmą arba konkretų metodą.
- Tokiu būdu dėstant ekonominius dalykus pradinėje mokykloje, nereikia nei papildomo dalyko, nei papildomo mokymo laiko.
- Tarpdalykinio turinio įgyvendinimas pradinių klasių mokiniams prisidėtų prie šalies socialinio ir ekonominio vystymosi, o pradinių klasių mokinį ekonominės kultūros formavimo klausimai taptų pagrindinės strateginės švietimo sistemos problemos dalimi.

Mes išvystėme metodines prieigas, kaip spręsti ekonominio turinio matematikos uždavinius, kurie atitinka trečios klasės matematikos kursą. Pamokų metu siūlome mokiniam matematikos uždavinius transformuoti taip, kad būtų išreikštос paprastos ekonomikos sąvokos, ekonomikos sąvokų ryšiai ir veiksmai. Tam tikslui naudojame uždavinių sistemą, susidedančią iš blokų. Spręsdami tokius uždavinius, mokiniai susipažista su ekonomikos sąvokomis, atlieka konkrečius veiksmus ir aritmetinius skaičiavimus. Sprendžiant ekonomikos

uždavinius, matematikos pamoka tampa prasmingesnė ir įvairesnė, suaktyvina mokinį protinę veiklą, praturtina ir praplečia mokinį žinias matematikos ir ekonomikos terminais, palengvina pagrindinių žinių ekonominėmis temomis įgijimą ir įpratina mokinius prie taisyklių, taikytinų tinkamam ir ekonomiškai naudingam elgesiui rinkos ekonomikos sąlygomis, padeda analizuoti situacijas ir atvejus, savarankiškai rasti teisingus teorinius sprendimus ir praktiškai juos įgyvendinti. Ekonominio turinio uždavinių sprendimas pradinių klasių matematikos pamokoje padeda mokytojams sumažinti atotrūkį tarp kasdienių poreikių ir pedagoginio proceso.

- Kurdamai pradinių klasių mokinį lavinamojo ir tarpdalykinio turinio uždavinių sistemas, naudojome šią schemą:

uždavinys → teorija → uždavinys.

Taikydami šią prieigą, mokiniai gali išmokti geriau spręsti uždavinius, teorinius ir praktinius dalyko aspektus laikyti vientisa visuma, kas yra svarbu mokantis tokią dalyką kaip matematika ir gamtos mokslai.

- Mokydami spręsti ir kurti pradinių klasių mokinį lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius, naudojome šias tarpusavyje susijusias schemas:

vienodumas → palyginimas ir vienodumas → palyginimas → užduotis.

Eksperimentinis radinių patvirtinimas

Šių ir panašių uždavinių sprendimas pradinėse klasėse suformuoja teigiamą mokinį požiūrį į matematiką, taip pat pagerina mokymo kokybę, kaip patvirtinama keturiais pedagoginiais eksperimentais, kuriuos atlikome mokyklose per keturis semestrus.

Eksperimente dalyvavo 605 pradinių mokyklų mokiniai iš įvairių regionų (kalnų, kaimo ir miesto). Eksperimente dalyvavę pradinių klasių mokiniai buvo suskirstyti į dvi grupes: į vieną grupę pateko mokiniai iš mokyklų, kuriose į mokymo procesą yra įtrauktos lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemos, o į kitą grupę – mokyklos, kuriose tokios matematikos uždavinių sistemos į mokymo procesą nėra įtrauktos.

Eksperimentinis tyrimas buvo atliktas dviem etapais ir trimis mokymo formomis per keturis semestrus. Prieš pedagoginį eksperimentą analizavome rašytinius testus ir mokinį savarankiškus darbus, susijusius su straipsnyje nagnėjamais klausimais. Parengiamajame etape nustatėme mokymo programos temas, į kurias, kaip manėme, yra įmanoma įtraukti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemas, ir sukūrėme mokymo metodiką, kuri vėliau, atliekant praktinius darbus, patyrė nereikšmingų pokyčių. Edukacinis

eksperimentas parodė lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinijų sistemų įtraukimo į mokymo procesą veiksmingumą. Eksperimento dalyviai buvo 8–10 metų amžiaus. Iš 605 mokinį 319 buvo mergaitės ir 286 – berniukai. Norėtume pažymėti, kad, remiantis rezultatais, berniukų ir mergaičių dalyvavimas eksperimente neturėjo reikšmingų skirtumų, visi eksperimento rezultatai visiškai atitiko tiek berniukų, tiek mergaičių vidutinius rezultatus, todėl skirtumų pagal lytį klausimo nebuvo reikalinga apsvarstyti eksperimento metu (Vukovic & Lesaux, 2013).

Konkrečių šiame straipsnyje nagrinėjamų klausimų pradinių klasių matematikos vadoveliuose beveik nėra, o labai mažas skaičius nesistemingu uždavinių, kuriuos galime rasti vadoveliuose, nesulaukia tinkamo mokytojų dėmesio. Todėl pagrindinis dėmesys buvo skiriamas mokymui, kaip spręsti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius pradinėse klasėse mūsų surinktos medžiagos pagrindu.

Pedagoginio eksperimento metu naudojome matematikos vadovelius, uždavinius, paimtus iš papildomos mokymo medžiagos, ir uždavinius, kuriuos tam tikslui sukūrėme.

Eksperimentinis tyrimas buvo atliktas dviem etapais ir trimis mokymo formomis.

Pirmasis etapas – parengiamasis eksperimentas buvo vykdomas pamokose, fakultatyvinėje ir matematikos būrelių veikloje, jo metu mokiniai sprendė matematikos uždavinius iš mokyklinių vadovelių, taip pat lavinamojo ir tarpdalykinio turinio uždavinius, kuriuos sudarėme remdamiesi surinktais duomenimis.

Antrasis etapas – edukacinis eksperimentas buvo vykdomas pamokose, fakultatyvinėje ir matematikos būrelių veikloje.

Parengiamojo eksperimento tikslas buvo patikrinti mokinį matematikos žinių lygi. Ypač mus domino mokinį gebėjimai spręsti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius, sudarytus pagal ugdymo programą, kas leido mums patikrinti, kiek igytos žinios buvo realizuotos praktikoje, kaip mokiniai jas panaudojo spręsdami šiuos uždavinius.

Parengiamojo eksperimento metu į matematikos pamokas, fakultatyvinę ir matematikos būrelių veiklą įtraukėme lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius, sudarytus pagal pradinių klasių ugdymo turinio temas, kurių mokymui nereikia papildomo laiko.

Remdamiesi parengiamojo eksperimento rezultatais, galime padaryti tokias išvadas: siekiant nustatyti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinijų sistemų įtraukimo į ugdymo turinį pradinėse klasėse naudingumą,

reikia atlikti edukacinį eksperimentą. Išanalizavome prieinamą šiuolaikinę metodinę literatūrą apie tarpdalykinius matematikos ryšius, kuriuos pritaikėme pradinių klasių pamokų temoms. Pasirinkome mums priimtinias metodines prieigas ir matematikos uždavinius, kurių sprendimas turi reikšmingą laiko poveikį ir ugdo mokinį loginį mąstymą. Sudarėme praktinio darbo planą. Be to, pasirinkome ir išvystėme klausimus, reikalingus sukurti teorinei bazei, kuri užtikrina metodologiškai pagrįstą lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių įtraukimą į pradinių klasių matematikos pamokas. Kitaip tariant, sukūrėme teorinius pagrindus, kaip įtrauktis lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius į mokymo procesą pradinėse klasėse. Tam tikslui:

- nustatėme ryšius tarp lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių, sudarytų pagal pradinės mokyklos ugdymo temas, ir uždavinių, kurie turi būti nagrinėjami mokyklinio matematikos kurso metu;
- sukūrėme metodologinius pagrindus, kaip į mokymo procesą įtraukti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius;
- nustatėme lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių įtraukimo į mokymo procesą tikslus ir uždavinius.

Edukacinio eksperimento metu naudojome mūsų surinktų duomenų bazes ir jomis remdamiesi kūrėme lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius, kuriuos įtraukėme į mokymo procesą. Kai kuriuos iš jų aptarėme pamokose, fakultatyvinėje ir matematikos būrelių veikloje, kitus uždavėme savarankiškam darbui. Pagrindinis edukacinio eksperimento tikslas buvo patvirtinti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių įtraukimo į mokymo procesą veiksmingumą ir matematikos ugdymo tobulinimą įtraukiant tarpdalykinius ir lavinamuosius uždavinius į mokymo procesą. Edukacinis eksperimentas truko penkis semestrus. Eksperimento pradžioje atlikome parengiamąjį testą. Šio testo metu mokiniai turėjo išspręsti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius, gana panašius į tuos, kurie buvo pateikti parengiamajame eksperimente. Šią užduotį visiškai atliko trečdalis mokinii. Semestro metu kai kurie mokiniai rinko duomenis, reikalingus kurti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždaviniams, o mokytojas kartu su jais išbandė matematikos uždavinius, sukurtus remiantis surinkta medžiaga. Kiti testai buvo atlikti kiekvieno semestro pabaigoje. Kiekvieno tolesnio testo metu mokinii rezultatai buvo vis geresni. Penktoko testo metu daugiau nei du trečdaliai mokinii visiškai išsprendė užduotį, ir tai parodo lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių įtraukimo į mokymo procesą poreikį ir pageriną matematikos mokymą.

Be edukaciame eksperimente dalyvavusių grupių, taip pat stebėjome pasirinktas kontrolines grupes. Mokinii matematikos žinių lygis šiose grupėse buvo beveik vienodas: vidutinis įvertinimas atitinkamai buvo 7,5 ir 7,4 balo. Ekspe-

rimentinių grupių mokiniai rinko duomenis, reikalingus kuriant lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius, mokymo proceso metu sprendė lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius, ir mokymas vyko pagal aprašytą metodiką, o kontrolinėse grupėse – tradiciniu formatu.

Sukurtos metodikos efektyvumas buvo patikrintas semestro pabaigoje, pateikiant uždavinius galutiniam rašytiniam testui. Kiekviename teste buvo vienetas klausimas, kuriame savo ruožtu buvo lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždaviny, nors ši uždavinį buvo galima išspręsti ir kitu būdu.

Apžvelkime statistinį lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinį sprendimo vertinimą eksperimentinėse ir kontrolinėse grupėse per penkis eksperimento semestrus. Toliau esančioje lentelėje pateikiami penkių testų rezultatai. Pirmuoju testu buvo siekiama nustatyti bendrą mokinij matematinių žinių lygi, kitais keturiais buvo siekiama patikrinti galimų metodų įsisavinimą.

Eksperimentinės ir kontrolinės grupės buvo vertinamos pagal šiuos du kriterijus:

1. Kiek mokinij bandė spręsti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius?
2. Kiek iš jų uždavinius išsprendė teisingai?

Eksperimentinio tyrimo rezultatai pateikiami 1 lentelėje.

1 lentelė

Eksperimentinės ir kontrolinės grupės

Grupės	Eksperimentinės					Kontrolinės			
	Mokinij skaičius	310	310	310	310	310	295	295	295
I sprendimas	199	201	202	208	200	162	164	167	173
Neišsprendė	111	109	108	102	110	133	131	128	122
II sprendimas	157	158	159	161	155	110	112	113	115
Neišsprendė	42	43	43	47	45	52	52	54	58

Kadangi nėra didelių nukrypimų nuo kiekvieno uždavinio sprendimo, pereikime prie įvertinimo vidutinių verčių. Skirtumą tarp šių dviejų verčių apskaičiavome naudodami χ^2 kriterijų [1]. Duomenų lygio kriterijų statistikos vertė T_{kr} ir $\alpha = 0,005$ ir laisvės laipsnis $Uv = 1$ iš [1] lentelės yra lygus 7,68, tai yra $T_{kr} = 7,68$. Nulinė hipotezė T_0 yra, kad eksperimentinių ir kontrolinių grupių mokinij testų balų skirtumas yra atsitiktinis. Alternatyvioji hipotezė T_1 – tai yra neatsitiktinis skirtumas, jis yra statistinis. Rezultatai pateikiami 2 lentelėje.

2 lentelė

Išspręstų matematikos uždavinių bendroji statistika

Grupės	Eksperimentinės	Kontrolinės
Mokinių skaičius	310	295
I sprendimas	202	167
Neišsprendė	108	128
II sprendimas	158	114
Neišsprendė	44	53

Siekdami apskaičiuoti atlikto eksperimento kriterijų T_n , naudojome šią formulę:

$$T_n = 2 \cdot \frac{N(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})^2}{n_1 n_2 (O_{11} + O_{21})(O_{12} + O_{22})} \quad [1]$$

Šios formulės vertės yra paimtos iš 3 ir 4 lentelių, kurios savo ruožtu yra gautos iš 2 lentelės.

3 lentelė

Išspręstų matematikos uždavinių statistika pagal I požymį

I požymis	Eksperimentinės	Kontrolinės
Išsprendė	$O_{11} = 202$	$O_{21} = 167$
Neišsprendė	$O_{12} = 108$	$O_{22} = 128$
	$O_{11} + O_{12} = n_1 = 310$	$O_{21} + O_{22} = n_2 = 295$

Kai $n_1 + n_2 = N = 605$.

4 lentelė

Išspręstų matematikos uždavinių statistika pagal II požymį

II požymis	Eksperimentinės	Kontrolinės
Išsprendė	$O'_{11} = 158$	$O'_{21} = 114$
Neišsprendė	$O'_{12} = 44$	$O'_{22} = 53$
	$O'_{11} + O'_{12} = n'_1 = 202$	$O'_{21} + O'_{22} = n'_2 = 167$

Kai $n'_1 + n'_2 = N' = 369$.

Gautos šios vertės: pirmajam kriterijui – $T_n = 9,2913$ ir antrajam kriterijui – $T'_n = 9,3499$. Kadangi abi vertės yra didesnės nei T_{kr} , nulinė hipotezė T_0 abiem kriterijams yra pakeičiama alternatyviaja hipoteze T_1 , tai yra skirtumai pagal pirmąjį ir antrąjį kriterijus tarp eksperimentinių ir kontrolinių grupių nėra atsitiktiniai.

Eksperimentinių ir kontrolinių grupių mokinių mokymo sąlygos buvo identiškos, vienintelis skirtumas buvo viena užduotis, kurioje buvo lavinamojo ir tarpdalykinio turinio uždavinys, todėl gautą skirtumą galima paaiškinti tik tuo, kad lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių įtraukimas į mokymo procesą pradinėse klasėse eksperimentinėse grupėse pasirodė esąs efektyvus.

Taip pat nustatėme, kad vidutiniai gimtosios kalbos, gamtos mokslų ir vaizduojamojo bei taikomojo meno įvertinimai buvo reikšmingai aukštesni edukaciame eksperimente dalyvavusiose grupėse. Kontrolinių grupių gimtosios kalbos vidutinis balas buvo 8,7 eksperimento pradžioje ir 9,3 eksperimento pabaigoje, gamtos mokslų atitinkami duomenys buvo 8,1 ir 8,7, vaizduojamojo ir taikomojo meno – 8,8 ir 9,5, o kontrolinėse grupėse vidutiniai vertinimo balai reikšmingai nepasikeitė. Be to, viso edukacinio eksperimento metu eksperimentinėse ir kontrolinėse grupėse tyrėme mokinių rašytinės ir sakytinės kalbos pokyčius. Tyrimai parodė, kad eksperimentinių grupių mokinių rašytinė ir sakytinė kalba tapo sąlygiškai logiškesnė, jie aiškiai formuluoja ir perteikia savo idėjas, išryškindami pagrindinius savo idėjos komponentus. Tuo pačiu laikotarpiu reikšmingų pokyčių kontrolinių grupių mokinių rašytinėje ir sakytinėje kalboje nebuvo. Remdamiesi pirmiau pateiktais duomenimis, galime daryti išvadą, kad, įtraukiant į mokymo procesą mūsų sukurtą metodiką, pradinių klasių mokinių akademinis lygis matematikos, gimtosios kalbos, gamtos mokslų, vaizduojamojo ir taikomojo meno srityse taip pat reikšmingai pakilo, pastebimi pagerėjo mokinių bendrojo išsilavinimo lygis, mokymo procesas pradinių klasių mokiniams tapo patrauklesnis, o matematikos uždavinių sprendimas jų mokymo veikloje tapo malonumą teikiančiu procesu (Nicolini, Mengis, & Swan, 2011).

Tyrimo rezultatai

- Parengti pradinių klasių mokinių lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių psichologiniai, pedagoginiai ir metodologiniai pagrindai, atlikta I-II klasių mokyklinių matematikos vadovelių mokslienė ir metodologinė analizė.
- Pagrindinis tradicinio mokymo trūkumas yra matematikos uždavinių sprendimo metodų ir būdų trūkumas, todėl uždaviniai tampa monoto-

niški ir nuobodūs. Psichologinės ir pedagoginės prieigos pagrindžia poreikį pradinėse klasėse įtraukti specialius lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sprendimo metodus, tai yra aktyviojo pradinių klasių mokymo būdas.

- Sukūrėme mokymo, kaip kartu spręsti ir sudaryti uždavinius, metodiką, leidžiančią mokytojui kurti teminius su mokinių pomégiais susijusius matematikos uždavinius. Tokio uždavinio sėlyga mokinius sudomina, o mokymo procesas tampa patrauklus.
- Buvo sukurti tikslingai parinktų matematikos uždavinių sprendimo būdai ir speciali metodika jų dėstymui žemesnėse klasėse. Tai pratybos su tarpdalykiniais matematikos ir gamtos mokslų ryšiais ir jų sprendimo mokymo metodika. Akcentuojamos modernios metodinės prieigos.

Sukurtos pradinių klasių mokinių lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sistemos. Parengtos metodinės gairės matematikos mokytojams.

Išvados ir rekomendacijos

Edukacinis eksperimentas leidžia mums padaryti šias išvadas:

1. Mūsų sukurta metodinė prieiga įtraukti lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius į pradinio ugdymo praktiką pasirodė esanti veiksminga ir jos pritaikymas mokymo procese yra tinkamas, nereikalauja papildomo laiko mokymui, mokiniams turi lavinamąjį poveikį, padeda gilinti pradinių klasių dalykų žinias.
2. Lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždaviniai turėtų būti įtraukti į pradinių klasių mokymo procesą, siejant konkrečias dviejų ar daugiau mokomujų dalykų pagrindines temas, tačiau per vieną pamoką reikėtų spręsti daugiausia vieną ar du tokius uždavinius, o vienas panaušus uždavinys, tik ne toks sudėtingas kaip klasėje nagrinėjami uždaviniai, turėtų būti skiriamas namų darbams.
3. Lavinamojo ir tarpdalykinio turinio matematikos uždavinių sprendimas pradinėse klasėse padeda praplėsti mokinių matematikos žinias ir motyvuja mokinius giliai ir nuodugniai mokytis ne tik matematikos, bet ir kitų dalykų (Harding, 2015).

Sukurtos metodinės prieigos prisideda prie to, kad mokymas pradinėse klasėse būtų veiksmingesnis, didina mokinių susidomėjimą mokymusi, lavina jų intelektą ir teikia pagrindą giliam ir nuodugniams mokykliniam ugdymui. Visa tai patvirtino edukacinis eksperimentas.

Literatūra

- Batchelor, S., Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2019). Affect and Mathematics in Young Children: An Introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 100(3), 201–209.
- Beilock, S. L., & Maloney, E. A. (2015). Math anxiety: A factor in math achievement not to be ignored. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences*, 2(1), 4–12.
- Berk, L. E., & Winsler, A. (1995). *Scaffolding children's learning: Vygotsky and early childhood education*. National Association for the Education of Young Children.
- Elbahri, M., Soliman, A., Yliniemi, K., Abdelaziz, R., Homaeigohar, S., & Zarie, E. S. (2018). Innovative Education and Active Teaching with the Leidenfrost Nanochemistry. *Journal of Chemical Education*, 95(11), 1966–1974. Prieiga internete: <https://doi.org/10.1021/acs.jchemed.7b00973>
- Elmore, R. F., Peterson, P. L., & McCarthy, S. J. (1996). *Restructuring in the classroom: teaching, learning and school organization*. Jossey-Bass Inc., Publishers.
- Frye, D., Baroody, A. J., Burchinal, M., Carver, S. M., Jordan, N. C., & McDowell, J. (2013). *Teaching math to young children: A practice guide (NCEE 2014-4005)*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance. Prieiga internete: https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Docs/PracticeGuide/early_math_pg_111313.pdf
- Ginsburg, H., Klein, A., & Starkey, P. (1998). The development of children's mathematical thinking: Connecting research with practice. *Child psychology in practice*, 5, 401–476.
- Ginsburg, H., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Society for Research in Child Development, Social Policy Report*, 22(1), 3–24. Prieiga internete: <https://doi.org/10.1002/j.2379-3988.2008.tb00054.x>
- Godfrey, J. & Stone, J. (2013). Mastering Fact Fluency: Are They Game? *Teaching Children Mathematics*, 20(2), 96–101.
- Harding, J. F. (2015). Increases in Maternal Education and Low-Income Children's Cognitive and Behavioral Outcomes. *Developmental Psychology*, 51(5), 583–599.
- Hayward, P. A. (2019). Active Teaching to Manage Course Difficulty and Learning Motivation. *Journal of Further and Higher Education*, 43(2), 220–235. Prieiga internete: <https://doi.org/10.1080/0309877X.2017.1357073>

- Marotta, S. M. & Hargis, J. (2011). Low-Threshold Active Teaching Methods for Mathematic Instruction. *PRIMUS*, 21(4), 377–392.
- Nicolini, D., Mengis, J., & Swan, J. (2011). Understanding the Role of Objects in Cross-Disciplinary Collaboration. *Organization Science*, 23(3), 612–629.
- Ronald, V. M. (2018). Innovation for Motivation: First-person presentations, *Childhood Education*, 94(5), 14–22.
- Stella, V. (2001). *How children learn. Learning requires the active, constructive involvement of the learner*. International Academy of Education (IAE) Educational Practices series-7.
- Vukovic, R. K., & Lesaux, N. K. (2013). The Language of Mathematics: Investigating the Ways Language Counts for Children's Mathematical Development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 227–244.
- Wickstrom, H., Pyle, A., & DeLuca, C. (2019). Does Theory Translate into Practice? An Observational Study of Current Mathematics Pedagogies in Play-Based Kindergarten. *Early Childhood Education Journal*, 47(3), 287–295.

AKTYVUSIS MOKYMAS SPRENDŽIANT MATEMATIKOS UŽDAVINIUS PRADINĖSE KLASĖSE

Tamar Dograshvili
Akaki Tsereteli valstybinis universitetas, Sakartvelas

Santrauka

Dėl savo turinio praktinis aktyviojo matematikos mokymo pradinėse klasėse įgyvendinimas mokytojams kelia rimtų iššūkių. Norėdami išspręsti šią problemą, sukūrėme originalias metodologines prieigas (schema pateikiama straipsnyje), kurios realizuojamos matematikos pamokoje, įtraukiant tokius tarpdalykinio turinio lavinamuosius matematikos uždavinius, kurių sprendimai yra susiję su konkrečia tema, aptariama matematikos pamokoje, o duomenys, įtraukiama į uždavinyje pateiktamą situaciją, yra paimiti iš kitų dalykų ir pagrįsti tikrais faktais. Sukūrėme tarpdalykinio turinio lavinamujų uždavinių sistemų kūrimo metodiką, kurios pagrindu kūriau tarpdalykinio turinio matematikos uždavinius pradinėms klasėms apie aplinkosauginį švietimą, etnografinę medžiagą, astronomiją, sveiką gyvenimo būdą, sveiką mitybą, kelių eismo taisyklės, ekonomiką, finansinį raštingumą ir pan.

Kūriaus tokius uždavinius, kurių sprendimai susiję su Dirichlet principu, analogija, apibendrinimu, invariantais ir kumulantais, nepilnaja ir pilnaja indukcija, analitiniais ir sintetiniais metodais, dedukcija, apibendrinimo metodais, grafikais, sekomis, bandymo ir atrankos metodais; kombinatorikos ir tikimybių teorijos uždavinius, turinčius aibių teorijos elementų; uždavinius, susijusius su visų galimų porų aibėje išskyrimu, permutacija, poros formavimu, visų galimų porų sudarymu iš dviejų aibių elementų, bandymais, bandymų skaičiumi, bandymo rezultatais, bandymo pasekmėmis, vienodai galimais rezultatais, būtiniomis ir neįmanomomis pasekmėmis, atsitiktiniais reiškiniais, atsitiktine atranka, fasilitacija ir visais įmanomais atvejais, tikimybės apskaičiavimu, tiesioginiu proporcingu, atvirkštiniu proporcingu, skaičiaus padalijimu nurodytu santykiu, tapatybėmis, identiškais reiškiniais, vaizdais, funkcijomis, lygčių ir nelygybių sprendimu, tekstinius uždavinius, taip pat uždavinius, susijusius su aritmetiniu vidurkiu, matematinės logikos elementų naudojimu, skysčių perkėlimo uždavinius ir metodologinius jų sprendimo ypatumus, uždavinius, susijusius su svērimu, matematinius rebusus ir paradoksus, linksmąsias matematikos užduotis ir kt. Pradinių klasių mokiniai ypač domėjos loginiais uždaviniais ir skysčių perkėlimo uždaviniais. Parengėme testus su tarpdisciplininėmis sąsajomis ir lavinamaisiais matematikos uždaviniais pradinių klasių mokiniams.

Sudariau pradinių klasių mokinį lavinamuji matematikos uždavinį pateikimo procedūras, kad uždavinyje pateikiamoje situacijoje būtų pristatyti jų mėgstami ir amžių atitinkantys pasakų ir animacinių filmų personažai, piratai, lobiu ieškotojai ir pan., o turinio požiūriu šie uždaviniai yra lavinamieji, tai yra sukūriaus uždavinius, kurių sprendimas reikalauja ieškojimo, arba, kitaip tariant, tai yra nestandardinis matematikos olimpiados uždavinas. Mokymo praktika parodė, kad mokiniai su dideliu malonumu įsitraukia į šių uždaviniių sprendimo procesą, tuo tarpu jie mažiau domisi uždavinių iš mokyklinio vado-vėlio sprendimu. Kodėl mokinį požiūris į šiuos uždavinius yra toks teigiamas, kokia yra to priežastis? Atsakymas į šį klausimą yra toks: situacija, pateikiama uždavinyje, yra patraukli mokiniams, ir jie su malonumu skaito uždavinio sąlygą; pristatės situaciją, pateikiamą uždavinyje, mokytojas, užduodamas klausimus mokiniams, atgaivina jiems patrauklų pasaulį ir mėgstamus personažus, o tai sukuria mokinį pasirengimą spręsti šiuos uždavinius. O uždavinas savo struktūra yra lavinamojo turinio, jo sprendimui reikalinga paieška, protinė gimnastika, kuri lavina mokinį loginius įgūdžius ir sukuria prielaidą spręsti tokius uždavinius ir ateityje. Sukūriaus rodiklius, kaip tokius uždavinius įtraukti į pradinių klasių matematikos mokymo procesą. Buvo atliktas edukacinis eksperimentas, siekiant nustatyti, ar pradinių klasių mokinį matematikos žinių lygis pakilo įtraukus mūsų metodą į mokymo praktiką. Išanalizavome edukacinių eksperimento statistinius duomenis, kurie buvo įvertinti naudojant c^2 kriterijų.

Mano sukurto metodinio požiūrio pranašumas prieš tradicinį mokymą buvo patvirtintas. Tyrimai, kuriuose buvo pasitelkiami statistiniai metodai, parodė, kad, naudodamiesi tarpdalykinio turinio lavinamųjų matematikos uždavinių sistemomis, mokiniai įgijo daugiau žinių. Be to, pažymėtina, kad edukaciniame eksperimente dalyvavusiu mokinii žinių lygis pakilo ne tik matematikos, bet ir gamtos mokslų, vaizduojamosios ir taikomosios dailės srityse.

Tyrimo radiniai patvirtina, kad mūsų sukurto metodologinės prieigos užtikrina geresnį ir kokybiškesnį pradinių klasių mokinų matematikos ir kitų dalykų išmokimą, daro mokymo procesą įdomesnį ir patrauklesnį bei užtikrina mokinii įtraukimą į aktyvų mokymą sprendžiant šiam tikslui parinktas uždaviniių sistemas.

Autorės el. paštas susirašinėjimui: tamara.dograshvili@mail.ru

ACTIVE TEACHING THROUGH MATHEMATICAL PROBLEMS IN PRIMARY SCHOOL¹

Tamar Dograshvili

Akaki Tsereteli State University, Georgia

Abstract

Active teaching is a key component in the education system at all stages of education. In practice, introduction of active teaching in mathematics teaching in primary school poses significant challenges for teachers. To solve this problem, we have developed a methodological approach described in this article. In particular, we suggest an active teaching model whose realization is linked to the inclusion of problems with developmental and interdisciplinary content in the teaching process in mathematics classes. The solutions of these problems are associated with particular themes in mathematics classes. We discuss the methodology for constructing the systems of problems with developmental and interdisciplinary content in accordance with particular themes in mathematics classes in primary school, which is based on the scheme that we developed. We have also analyzed the indicators of including such problems in mathematics classes in primary school and the results of the educational experiment demonstrating that the author's methodological approaches provide a high quality of mathematical education for primary school pupils, make the teaching process interesting and attractive, and ensure their involvement in the process of active teaching and learning through the systems of specially selected problems.

Keywords: *mathematical problem; active teaching; primary school; statistical evaluation; educational experiment.*

Introduction

Background

In the first grade, pupils are involved in the process of active learning (Stella, 2001) and it is therefore important that the teaching process is interesting for pupils in order for them to form and develop logical thinking (Batchelor, Torbeyns, & Verschaffel, 2019). Using mathematical problems with developmental function makes learning as enjoyable for them as playing (Godfrey & Stone, 2013) and ensures that pupils have school readiness. At the

¹ Shota Rustaveli National Science Foundation of Georgia (YS 17_80)

same time, however, the question is how to achieve all this? How to make a mathematics class interesting and attractive for pupils? (Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008). In the lower grades, mathematics is associated with solving problems, which means we should look for the key in the problems. What is our situation today? (Elmore, Peterson, & McCarthy, 1996). It may be said without exaggeration that situation is unsatisfactory, even regrettable. School mathematics textbooks cannot ensure pupils' interest because of similarity of the problems and the ways to solve them, which makes the teaching process in the lower grades boring and annoying.

Research goals:

- To develop theoretical foundations, methodological approaches and criteria for teaching how to solve systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils;
- To develop solving techniques and teaching methodology for the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils;
- To work out the systems of mathematical problems with developmental (Wickstrom, Pyle, & DeLuca, 2019) and interdisciplinary content for primary school pupils;
- To develop the methodological approaches, which will help primary school pupils in developing their practical skills and active learning by solving systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content;
- To incorporate the process of teaching into a single system through using the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils;
- To raise general level of education;
- To improve the quality of mathematics education for primary school pupils (Frye, Baroody, Burchinal, Carver, Jordan, & McDowell, 2013);
- To encourage readiness of primary school pupils for active learning through mathematical problems with the content of developmental and interdisciplinary links (Elbahri, Soliman, Yliniemi, Abdelaziz, Homaeigohar, & Zarie, 2018);
- To work out new methodological approaches and recommendations through the implementation of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils.

Methodology

We used various research methods, in particular historical, comparative, descriptive, evaluation research and so on. We used historical research when it was necessary to establish the effectiveness of teaching the issues discussed in the past and to draw conclusions. For example, when studying the psychological and pedagogical foundations of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils, we considered the approaches implemented in the past. The same approach was used when analyzing the school mathematics textbooks and so on.

We also applied a comparative method when using historical research to compare different research materials and to identify the benefits of the implemented method of research.

In some cases, we needed to observe directly the process of teaching to generate the required information, in order to investigate different situations and special cases. In this case, we used descriptive research.

Novelty of research

We have studied psychological, pedagogical and methodological patterns of implementation of the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils, indicators of the including the systems of these problems, and expected educational outcomes;

We have studied methodology for working out the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils and have developed specific methodology to solve them that provides the basis for offering new methodological recommendations for teachers, pupils, experts, and education stakeholders.

Target of research

- Mathematical problems considered in the process of teaching for primary school pupils;
- The process of teaching the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content intended for active teaching in primary school.

Research strategy

The study included the qualitative and quantitative components, and was carried out in four phases:

Qualitative component

The quantitative component was preceded by the qualitative study aiming to identify indicators for assessing the quality of learning in primary schools for the quantitative component. Within the qualitative component, the focus groups (respondents) were questioned, including education experts, school principals, resource centers, parents and teachers. The qualitative component was implemented within the first six months from the beginning of the study.

Quantitative component

The purpose of the quantitative component was to collect information from the target groups – teachers, school principals, education experts, resource centers, and parents, according to indicators identified within the qualitative component.

We deemed it optimal to use a random walk method.

Selection method

We used the stratified random selection to select schools, for which we used a geographic region and type of settlement as stratification variables: 1. Schools in the mountainous regions; 2. Village schools; 3. Urban schools.

Respondents in each region/settlement were selected using the random walk principle

The evaluation research was used mainly when we conducted statistical analysis of studies performed as a result of traditional teaching outcomes and approaches that we developed. We assessed the result of the evaluation research using statistical criterion that confirmed the advantage of the methodological approach used.

Studies carried out using statistical methods have proven a progress in the academic performance of pupils, a shift to active teaching and improvement of the quality of general education through the use of the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content.

We applied system analysis research, which we performed in phases:

- The data for analysis were broken down into several parts;

- We assessed each part;
- We received the final result.

The presented methodology ensures high scientific quality of the research, as well as the reliability and validity of the results obtained.

Stages of research

Research was carried out in four stages:

I stage – A survey of the existing situation with mathematics teaching and learning in public and private primary schools; identifying the challenges and strengths; assessment, designing an action plan. In parallel, we started to compose mathematical problems with developmental and interdisciplinary content;

II stage – Implementation of the action plan, working on theoretical and practical issues relevant to active teaching (Hayward, 2019). Holding the trainings for primary school teachers and specialists to introduce the developed materials. Composing mathematical problems with developmental and interdisciplinary content;

III stage – Including the developed materials in the process of teaching. Methodological supervision and control over the teaching process. Adjustments to the plan, where necessary; working on the corrected issues. Holding trainings on the materials developed. Composing mathematical problems with developmental and interdisciplinary the content;

IV stage – Assessing the results obtained using statistical criteria.

Based on our research, we have established that majority of primary school pupils do not like to solve mathematical problems, because they are bored by solving typical problems (Beilock & Maloney, 2015). Moreover, we can say that by solving such problems, it is impossible to achieve high levels of logical thinking among pupils, and they cannot raise pupils' intelligence. Therefore, we started to think about developing different approaches for primary school pupils to mathematical problems that would make the learning process fun and give it a developmental function as well (Marotta & Hargis, 2011). To find out the thing, which the primary school pupils love and in which they are interested most, we conducted a survey. More than 900 pupils were involved in this survey. The results of the survey showed that most of all, pupils love watching cartoons and their characters (34%), fairy tales and their characters (23%), children's computer games (21%), works of fiction and movies about pirates, desert islands, and treasure hunters (16%), and other children's games (6%). After analyzing

these data, we decided to compose mathematical problems for primary school pupils based on the following principle: to compose the problem statement so that we introduce in it their favourite fairy tale and cartoon characters, pirates, treasure hunters, and so on, in accordance with age development of pupils, while in terms of the content, the problems have a developmental content, that is, to compose problems whose solution requires searching, or in other words, non-standard mathematical olympiad problem. The practice shows that pupils like to take part in the process of solving such problems (the statistical analysis of the educational experiment is shown below), while also showing the low interest in solving problems from typical school textbooks. Why do pupils have particularly positive attitude towards such problems? What is the main reason for this? The answer to this question is simple. The problem statement is attractive for pupils and they enjoy reading it without coercion. After reading the problem statement, the teacher, by putting the questions for one or two minutes, revives the pupils' favorite magic world and characters that inspire pupils' readiness to solve the problem. Also, the problem, with its structure, has the developmental content, its solution requires searching, intellectual discipline, which develops logical skills in pupils and creates a prerequisite for solving problems with the same content in the future as well, that is, the scheme that we developed helps primary school pupils to solve developmental problems without any coercion, which develops their logical thinking and promotes in-depth and profound learning of mathematics, raising their intelligence. We have considered the developmental problems that are solved by applying the Dirichlet principle, analogy, generalization, invariants and semi-invariants, the use of incomplete and complete inductions, analytical and synthetic methods, deduction, the use of generalization techniques, graphs, ordered couples, test and sampling method, combinatorial and probabilistic problems containing the elements of the theory of sets and so on. Of particular interest to primary school pupils were logical problems and fluid transfer problems. To question – in what grade should we start solving developmental mathematical problems, we answer that the inclusion of developmental mathematical problems in the teaching process in mathematics class should start from the first grade and continue in all grades. During one lesson, we have to solve one or two problems of such content and no more than one problem should be given to pupils as homework, which is similar to problem that was discussed in classes, but its complexity is relatively low. We would also like to note that only the teacher decides on the topic, extent, content and complexity of problems to be included in the process of teaching, since it depends on the psycho-physiological abilities of pupils (Berk & Winsler, 1995), the level of their mathematical knowledge, their age development and so on.

- We worked out the system of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils according to the scheme that we developed:

Transfer of knowledge from discipline A of primary classes (not from mathematics) → mathematical problem with the content of discipline A, the statement of which is associated with knowledge transferred to pupil → solving the mathematical problem set → after writing down the answer to the solved problem, pupils are given questions, which strengthen their knowledge in discipline A.

- For primary school pupils, we developed the forward and backward interdisciplinary linkages between mathematics and nature study, mathematics and fine and applied arts. The forward interdisciplinary linkage implies explaining any particular event or fact in other discipline using mathematical methods. The backward linkage implies proving particular mathematical provision, or solving mathematical problem using methods and approaches from other discipline. To compose mathematical problems with backward interdisciplinary linkages for primary grades, we used the scheme that we developed:

Mathematical problem with the content of discipline A (not mathematics) for primary grades → solving the mathematical problem → a numerical value of answer to solved problem enhances or/and strengthens the knowledge acquired by pupil in discipline A.

- Based on the questionnaire surveys of teachers, we identified the key topics, during examination of which, the inclusion of the systems of problems containing interdisciplinary links would be most effective. These topics are: the systems of mathematical problems of environmental content, the systems of mathematical problems with the content of ethnographic tour, the systems of the astronomy and space-related mathematical problems, the systems of the economics and finance-related mathematical problems, the systems of mathematical problems related to healthy life-style with the content of interdisciplinary links and so on. Given the psycho-physiological state of primary school pupils, we decided that when implementing interdisciplinary content around any topic, it is necessary to follow the scientific principle, which implies that the theoretical knowledge that was delivered to pupils or any particular data contained in mathematical problem must reflect factual and scientifically justified information, since pupils easily memorize numerical values, and if later the information that they obtained from other sources does not match the data already known to them, this may disappoint them. To that end, we deem it necessary that the teacher, who decided to include the systems of mathematical problems with

interdisciplinary links in the teaching process for primary school pupils, has to create first the information base around the topic which will reflect real numerical data on the basis of which the teacher will compose mathematical problem with interdisciplinary content. We will consider briefly how we worked out the systems of mathematical problems with interdisciplinary content around the above stated topics.

- The process of teaching in primary school is active and effective when the teacher is able to involve all pupils in the process. When is this achieved? While the topic of the lesson is interesting to pupils in terms of content, when they already have some knowledge about the topic of the lesson that they are trying to demonstrate in front of the classroom: "Classroom innovation can involve finding unique ways to present material to students. Engaging students with the material will support their understanding of the broader implications of what they learn and how it relates to their lives" (Ronald, 2018). Such topics may vary in the senior classes, while in primary school the teacher does not have much choice, since the range of knowledge of primary school pupils is not wide and deep. The issues that the teacher can include in the process of teaching in primary school are the environmental education issues, which are naturally of high relevance and can be used thematically to establish interdisciplinary links. We believe that more attention needs to be paid to the nature and environmental education of pupils at school from the very beginning of their education, since environmental issues are of global importance and all humanity is involved in solving them.

Explanation and study of teaching materials with environmental content takes place mainly during classes of nature study, fine and applied arts, mathematics and native language, where, in a form accessible for pupils, the links between animate and inanimate nature, as well as between various components of animate nature (plants, animals, etc.) and human beings are considered. In the later period, pupils get acquainted with the world around them and identify connections that are relevant from the environmental viewpoint, which helps them in establishing logical links.

While teaching in primary schools, it is advisable to use environmental field trips whose purpose and function is practical contact with environmental issues covered in the content of the course of nature study and other disciplines, which is reflected in the observation of plants and animals, as well as some production processes described in the teaching materials, visiting historical sites discussed in classroom materials, verification of data given in a statement of mathematical problem with the environmental content referring to the height and age of trees and plants, and so on. These environmental education field trips arouse pupils'

interest, the pupils go outdoors, to the enterprise or factory, get acquainted with some of the manufacturing processes, take measurements, weigh objects, which helps them to develop practical skills. Sometimes, especially in lower grades, it is also advisable to organize simulated educational field trips. During environmental education field trips, pupils have the opportunity to measure and verify on their own some data that they will use later in solving mathematical problems with environmental content.

It is methodologically justified for primary school mathematics classes to include mathematical problems of developmental and interdisciplinary nature with environmental content, in particular, when covering mathematical problems of the relevant type. The process of teaching implemented in this way does not take up more class time, but it has a high developmental effect of pupils because by incorporating problems with such content, the process of teaching is integrated into a single system which promotes active teaching of pupils, the creation of a new knowledge and modern teaching methodology, which becomes the basis of developing relevant recommendations (Ginsburg, Klein, & Starkey, 1998). It is also effective to include mathematical problems of developmental and interdisciplinary nature with environmental content during extracurricular, facultative and mathematics club activities.

Mathematical problems of developmental and interdisciplinary nature with environmental content are virtually absent from the primary school mathematics textbooks, and therefore, teachers have to compose them, for which, as we said above, the teachers first need to develop a database containing the available information on environmental issues related to the flora, fauna and so on. For example, data related to tree species life, tree height, environmental significance of forest, the environmental role of birds and insects in nature, the length of rivers, the spaces between different human settlements, the distance from the Earth to the Moon, from the Earth to the Sun, country's national parks, nature reserves, etc. It is advisable to write down the collected data in a table format, which will then help pupils to compose different mathematical problems with environmental content by themselves.

- It is known that innovative approaches in primary school are based on interdisciplinary links, which can be even more effective if we use a new form of interdisciplinary links in primary school, such as an ethnographic tour. When conducting an ethnographic tour, pupils and teachers have the opportunity to independently collect data that they will use as a database. Based on them, the teacher composes mathematical problems with interdisciplinary links relevant to the topic of ethnographic tour and includes them in the teaching practice in primary school. The situations described in such mathematical problems are known to pupils, they have already seen and

experienced them, which makes it easier for pupils to perceive the problem situation, to understand its content, which arouses their natural interest in solving this problem. After completing the ethnographic tour, pupil should be able to develop the right attitude towards the selected ethnographic issue, ensure its observation and gather the necessary material surrounding the ethnographic issue, integrate the existing interdisciplinary knowledge and use knowledge acquired in practice for separate disciplines.

- Before working out the systems of mathematical problems with interdisciplinary links related to astronomy and space, we collected the required data on the Earth, a satellite of the Earth – the Moon, and lunar phases. Then we introduced pupils to the information about the first living creatures sent into space, provided them with information about the first spacemen, the first women in space, the records set in space, artificial satellites, and much more. Based on these data, we then worked out the system of mathematical problems with interdisciplinary content, developed exercises requiring to fill in the gaps in the text, and then we launched a mathematical quiz on space exploration.
- We paid special attention to the promotion of a healthy lifestyle for improving the health of primary school pupils, because many primary school pupils are not well aware of the basic details of a healthy lifestyle. A healthy way of living is a prerequisite for human health, longevity, and discharging social responsibilities. It contains numerous components, but we separated the basic parts from them:
 - Acquiring health skills, health skills development starting in early childhood;
 - Ensuring the safety of the outside world, studying its impact on human health;
 - Discarding unhealthy habits (tobacco, alcohol and drug consumption);
 - Eating in moderation, according to individual and physiological characteristics. Awareness of the quality of used products;
 - Movement – a physically active life, including daily special physical exercises, taking into account age and physiological characteristics;
 - Hygiene – personal and social hygiene, knowledge of basic first aid skills;
 - Fitness.

We collected the required data on these basic aspects, designed a system of mathematical problems with interdisciplinary links, and then we included them in the process of teaching. In particular, we developed the systems of

mathematical problems with interdisciplinary content related to human/pupil's body and mathematics, healthy nutrition and mathematics, healthy lifestyle and mathematics, bad habits and mathematics. We specifically addressed the road traffic regulations and mathematics. We believe that primary school teachers must regularly remind pupils of the elementary rules of road safety, when to cross the street according to traffic lights, not to play and not to cross the roadway, the need for a special seat for babies in a car, and so on.

- The socio-economic transformations taking place in the world brought about changes in people's standard of living, which has put on the agenda adaptation of individuals to the demands of the modern market economy. The solution of these challenges is closely linked with pupils' level of education in economics, which in my vision, must be one of the focus areas at all levels of education. It is methodologically acceptable and appropriate that discussion of mathematical problems with economic content should start in primary school, to which end, it is necessary to develop the methodological aspects of teaching mathematical problems with economic content in the early grades, which involves training all pupils at elementary level in economics. When teaching mathematical problems of economic content, the teacher has a concrete task to transfer the basic economic knowledge to pupils which may relate to individual economic behavior, family economy or industrial-economic processes, the forms of ownership, various types of work organization, the basics of social and economic security of young people and so on. It should be noted that the basic economic knowledge alone is not the basis for the formation of economic education of an individual. The active position of each primary school pupil in the process of economic education helps select the way of each pupil's personal development, which defines the range of their self-realization, thus guaranteeing the acquisition of further economic knowledge and skills in a modern market economy. In the process of economic education, the economic knowledge is transformed into the findings that are realized in behaviors and actions which are driven by their economic needs and personal interests, which in turn depend on the economic culture of the society.

Teaching economics to primary school pupils is a social mandate of the society. Their economic education should be implemented in different directions as follows: introduction to economic education of primary school pupils in the main disciplines; integrated course for economic education of primary school pupils; the inclusion of a special economic education course in the teaching process of primary school pupils, etc. Unfortunately, in most primary schools, almost nothing is done in terms of economic education, and in schools where economic issues are introduced to pupils only on the initiative of primary school teachers, this process is disorderly and spontaneous. This is

due to the lack of methodological literature for primary school pupils related to teaching economic issues. According to the interviewed teachers, experts and economists, the main reason for the low level of economic knowledge and economic education is non-systemic teaching. One reason of this is that primary school teachers have not received scientific and methodological training in economics. The second reason is that teachers use traditional approaches, methods and techniques when teaching the economic issues that do not take into account specific features of teaching economic issues. The third reason is that there is no common approved vision of what economic issues should be studied by primary school pupils. The fourth reason is that, despite the numerous scientific and methodological works in economics, the psycho-pedagogical foundations of the economic issues for primary school pupils based on their age and psycho-physiological capabilities have not yet been developed. To date, no coherent methodological system has been created that provides pupils with the required material of economic nature, the teaching of which would be provided by a didactic movement from simple to the complex, and would be consistent with the pupil's age and psycho-physiological abilities and would respond to modern requirements of teaching economics. The approach to teaching economics to primary school pupils is as follows:

- Since economics in primary school is not taught as an independent discipline, economic issues should be taught within the main subjects (mathematics and native language) by including economic issues using the interdisciplinary links;
- The teaching process should be conducted without any coercion; the emphasis should be placed on teaching practical everyday matters, for which simple household economic problems should be used;
- Economic problems should be included in primary school mathematics class, when a teacher explains, proves or repeats a particular arithmetic operation, or uses a particular approach, while the problem of an economic content is solved using the same operation or a specific approach;
- Teaching economic issues in this form in primary school requires neither adding a separate discipline nor additional teaching time;
- The implementation of interdisciplinary content for primary school pupils will contribute to the country's social and economic development, while the issues of the formation of economic cultures of primary school pupils become part of a key strategic problem in the educational system.

We have developed methodological approaches to solving mathematical problems with economic content that are compatible with the third grade

mathematics course. During the class, we offer pupils to transform mathematical problems into lessons in a way that expresses simple concepts of economics, the relationships and operations between the economic concepts. To that end, we consider the system of problems consisting of blocks. By solving such problems, pupils become familiar with economic concepts, perform particular operations and arithmetic calculations. By solving the economic problems, mathematics class becomes more meaningful and diverse, it activates the students' mental activities, enriches and extends the pupils' knowledge with mathematical and economic terms, facilitates the acquisition of basic knowledge of the economic issues and accustoms pupils to the rules applicable to the correct and economically beneficial behavior under market economy conditions, helps them in the analysis of situations and cases, to find independently the right solutions theoretically and practically implement them. Solving the problems with economic content in primary school mathematics class helps teachers to bridge the gap between the daily needs and the pedagogical process.

- When working out the systems of problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils, we used the following scheme:

Problem → theory → problem.

Through this approach, pupils are able to learn better problem solving, and they consider the theoretical and practical issues of the subject as an integral unit, which is important when studying the disciplines such as mathematics and nature study.

- When teaching solving and composing mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils with reference to each other, we used the following schemes:

Sameness → equation and Sameness → equation → problem.

III-Experimental validation of findings

Solving these and similar problems in primary school serves to form pupils' positive attitude towards mathematics, as well as to increase the quality of teaching as evidenced by four pedagogical experiments that we conducted in schools during four semesters.

The experiment involved 605 pupils from primary schools in different regions (high mountain, rural and urban regions). We divided the primary pupils involved in the experiment into two groups: in one group we grouped together pupils from schools where the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content are included in the teaching

process, while in the second group, we grouped pupils from schools where the teaching process does not include such systems of mathematical problems.

The experimental study was conducted in two phases on three forms of teaching during four semesters. Prior to the pedagogical experiment, we analyzed written tests and pupils' independent work that included issues considered in the paper. During the preparation stage, we identified the topics in the syllabus where we deemed it possible to include the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content, and we developed the teaching methodology, which subsequently, during practical work, underwent insignificant changes. The educational experiment demonstrated the effectiveness of the inclusion of the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in the teaching process. The participants in the experiment were aged 8-10. Of 605 pupils, 319 were girls and 286 were boys. We would like to note that based on the results, the involvement of boys and girls in the experiment had no significant differences, all the results of the experiment were fully consistent with the average results for both boys and girls, so gender difference issues did not require consideration during the experiment (Vukovic & Lesaux, 2013).

The specific issues considered in the work are virtually absent from primary school mathematics textbooks, and very few problems we may find in the textbooks in an unsystematic way do not receive due attention from the teachers. Therefore, our primary focus was on teaching to solve mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in primary school based on the materials that we gathered.

During the pedagogical experiment, we used mathematics textbooks, problems taken from the supplementary teaching materials, and problems that we had specially composed.

The experimental study was conducted in two stages on three forms of teaching:

First stage – The preparatory experiment was conducted in classes, facultative and mathematics club activities, during which students worked on mathematical problems from school textbooks as well as the ones with developmental and interdisciplinary content that we composed on the basis of data that we gathered.

Second stage – The educational experiment was conducted in classes, facultative and mathematics club activities.

The purpose of the preparatory experiment was to test the pupils' level of mathematical knowledge. We were particularly interested in pupils' skills of solving mathematical problems with developmental and interdisciplinary

content composed in accordance with the curriculum, which allowed us to check to what degree the acquired knowledge was realized in practice, how they used it when solving these problems.

During the preparatory experiment, in mathematics classes, facultative and mathematical club activities, we included mathematical problems with developmental and interdisciplinary content composed in accordance with the themes of primary school curriculum, which do not require any additional time for teaching.

Based on the results of the preparatory experiment, we can draw conclusions as follows: in order to identify the benefits of including in the curriculum and targeted teaching of the systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in primary school, it was necessary to conduct an educational experiment. We analyzed the available modern methodological literature on interdisciplinary links in mathematics which we adapted to the topics of primary classes. We selected the methodological approaches that are acceptable to us and mathematical problems whose solution gives us a significant time effect and develops pupils' logical thinking. We set out a practical work plan. In addition, we selected and elaborated the issues necessary to develop a theoretical basis which will ensure the methodologically sound inclusion of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in primary school mathematics classes. In other words, we have developed the theoretical foundations for including mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in the teaching process in primary school. To this end:

- We determined the relationships between mathematical problems containing developmental and interdisciplinary links composed in accordance with the themes of primary school curriculum, and problems to be considered within a school course in mathematics;
- We developed the methodological underpinnings for including mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in the teaching process;
- We identified the goals and objectives of including mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in the teaching process.

During the educational experiment, we used the databases that we collected, and on that basis we developed mathematical problems with developmental and interdisciplinary content that we included in the teaching process. Some of them we discussed during classes, facultative and mathematics club activities, some of them we set for independent work. The main goal of the educational

experiment was to confirm the effectiveness of the inclusion of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in the teaching process, and improving mathematics education through the inclusion of interdisciplinary and developmental problems in the teaching process. The educational experiment lasted for five semesters. We did our pre-test at the beginning of the experiment. During this test, pupils had to solve mathematical problems with developmental and interdisciplinary content, quite similar to the ones in the preparatory experiment. This task was fully completed by one third of the pupils. During the semester, some pupils collected the data needed for composing the mathematical problems with developmental and interdisciplinary content, and the teacher examined with them mathematical problems composed on the basis of the material compiled. The subsequent tests were conducted at the end of each semester. Pupils' outcomes were increasingly higher during each subsequent test. During the fifth test, more than two-thirds of the pupils fully completed the task, which demonstrates the need for the inclusion of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in the teaching process, and this improves mathematics education.

In addition to the groups participating in the educational experiment, we also observed the control groups selected. The pupils' level of mathematical knowledge in these groups was almost the same. Average ratings were 7.5 and 7.4 respectively. Pupils from the experimental groups collected the data needed for composing the mathematical problems with developmental and interdisciplinary content, during the teaching process, they solved mathematical problems containing developmental and interdisciplinary content, and teaching was conducted in accordance with the described methodology, while in control groups teaching was conducted in the traditional format.

The effectiveness of the developed methodology was tested at the end of the semester in the form of problems assigned for the final written test. Each test consisted of one question that contained in turn a mathematical problem with developmental and interdisciplinary content, although this problem could also be solved in another way.

Let us take a statistical assessment of the solution of interdisciplinary and developmental mathematical problems for the experimental and control groups during the five semesters of the experiment. The table below shows the results of five tests. The first one aimed to determine the pupils' overall level of mathematical knowledge; the remaining four checkups aimed to test mastering the approaches available.

The experimental and control groups have been assessed on the following two criteria:

1. How many pupils attempted to solve interdisciplinary and developmental mathematics problems?
2. Of them, how many pupils were able to get a right solution?

The experimental results are given in Table 1.

Table 1

Experimental and Control groups

Groups	Experimental					Control				
Number of pupils	310	310	310	310	310	295	295	295	295	295
Solution I	199	201	202	208	200	162	164	167	173	169
Failed to solve	111	109	108	102	110	133	131	128	122	126
Solution II	157	158	159	161	155	110	112	113	115	120
Failed to solve	42	43	43	47	45	52	52	54	58	49

Since there is no large deviation from the solution of each problem, let us move on to the evaluation average values. We calculated the difference between these two values using the χ^2 criterion [1]. The value T_{kr} of the criterion statistics for the data level and $\alpha = 0,005$ and the degree U of freedom $v = 1$ from Table [1] is equal to 7.68, that is, $T_{kr} = 7,68$. A null hypothesis T_0 is that the difference in test scores between the experimental and control group pupils is random. An alternative hypothesis T_1 – is statistical difference, that is, it is not random. The results are shown in Table 2.

Table 2

Solved mathematical problems overall statistics

Groups	Experimental	Control
Number of pupils	310	295
Solution I	202	167
Failed to solve	108	128
Solution II	158	114
Failed to solve	44	53

For statistical calculation T_n of the criterion of the conducted experiment, we used the following formula:

$$T_n = 2 \cdot \frac{N(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})^2}{n_1 n_2 (O_{11} + O_{21})(O_{12} + O_{22})} \quad [1]$$

The values in this formula are taken from Tables 3 and 4, which in turn have been obtained from Table 2.

Table 3

Solved mathematical problems statistics with I sign

I sign	Experimental	Control
Solved	$O_{\backslash 1\backslash 1} = \backslash 20\backslash 2$	$O_{\backslash 2\backslash 1} = \backslash 16\backslash 7$
Failed to solve	$O_{\backslash 1\backslash 2} = \backslash 10\backslash 8$	$O_{\backslash 2\backslash 2} = \backslash 12\backslash 8$
	$O_{\backslash 1\backslash 1} + O_{\backslash 1\backslash 2} = n_1 = \backslash 31\backslash 0$	$O_{\backslash 2\backslash 1} + O_{\backslash 2\backslash 2} = n_2 = \backslash 29\backslash 5$

Where $n_1 + n_2 = N = \backslash 60\backslash 5$.

Table 4

Solved mathematical problems statistics with II sign

II sign	Experimental	Control
Solved	$O'_{\backslash 1\backslash 1} = \backslash 15\backslash 8$	$O'_{\backslash 2\backslash 1} = \backslash 11\backslash 4$
Failed to solve	$O'_{\backslash 1\backslash 2} = \backslash 44$	$O'_{\backslash 2\backslash 2} = \backslash 53$
	$O'_{\backslash 1\backslash 1} + O'_{\backslash 1\backslash 2} = n'_1 = \backslash 20\backslash 2$	$O'_1 \backslash 2\backslash 1 + O'_1 \backslash 2\backslash 2 = n'_2 = \backslash 16\backslash 7$

Where $n'_1 + n'_2 = N' = \backslash 36\backslash 9$.

We got the following values:

For the first criterion – $T_n = 9, \backslash 29\backslash 13$ and for the second criterion – $T'_n = 9, \backslash 34\backslash 99\backslash$. Since both values are greater than T_{kr} , therefore, the decision-making hypothesis T_0 for both criteria is replaced by an alternative hypothesis T_1 , that is, the differences by the first and second criterion between the experimental and control groups are not random. In the first and second signs are not random.

Pupils in the experimental and control groups were under identical training conditions, the only difference being one assignment containing a problem with the developmental and interdisciplinary content, so the obtained difference can be explained only by the fact that the inclusion of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in primary school in the experimental groups has proved to be effective.

We also found that the mean scores of assessments in native language, nature study and fine and applied arts were significantly higher in the experimental groups participating in the educational experiment. In particular, the mean score in the native language in the control groups was 8.7 at the beginning of the

experiment, and 9.3 at the end of the experiment, in nature study, the relevant data were 8.1 and 8.7, and in fine and applied arts – 8.8 and 9.5, while in the control groups, the mean assessment scores were not changed significantly. In addition, throughout the course of the educational experiment, we studied changes in the written and spoken production of pupils in the experimental and control groups. Studies have shown that the written and spoken production of pupils in the experimental groups have become relatively more logical, they formulate and communicate their ideas clearly by highlighting the key components of their idea. During the same period, there were no significant changes in the written and spoken production of pupils in the control groups. Based on the above data, we can conclude that by including the methodology that we developed in the teaching process, the academic level of primary school pupils in mathematics and in their native language, natural sciences, and fine and applied arts increased significantly, as well as the level of general education of pupils improved markedly, the teaching process has become more attractive to primary school pupils, and solving mathematical problems in their teaching activities has become a pleasurable process (Nicolini, Mengis, & Swan, 2011).

Research findings

- Psychological, pedagogical and methodological bases of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils were developed and scientific and methodological analysis of school mathematical textbooks for I-II grades was conducted;
- The major disadvantage of traditional teaching stems from the lack of methods and techniques for solving mathematical problems which makes the problems monotonous and exercises boring. Psychological and pedagogical approaches justify the need for including special techniques of solving mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in primary school, which is the way for active teaching for primary school pupils;
- We developed a methodology for teaching how to solve and compose problems in conjunction, which allows a teacher to compose mathematical problems from the pupils' field of interest that will have relevance to the thematic content attractive to them. The statement of this problem arouses pupils' interest and the process of teaching becomes attractive;
- Methods for solving specially selected mathematical problems and a special methodology for their teaching in the lower grades were developed. In particular, exercises with interdisciplinary links between mathematics and nature study and methodology for teaching how

to solve them. The emphasis is placed on the modern methodological approaches.

- The systems of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content for primary school pupils.
- We worked out methodological guidelines for mathematics teachers.

Conclusions and recommendations

The educational experiment allows us to make the following conclusions:

1. The methodological approach that we developed involving mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in the primary school practice has proved to be effective and its use in the teaching process is appropriate, it does not require additional time for teaching, has a developmental effect on pupils, serves to assimilate in depth the knowledge of primary school disciplines;
2. Mathematical problems with developmental and interdisciplinary content should be included in the teaching process in primary school in connection with specific key topics of two or more school subjects, but one class should address one or two such problems at most, one problem similar but less complex than the problem examined in class should be set as homework.
3. The use of mathematical problems with developmental and interdisciplinary content in primary school contributes to deepening pupils' mathematical knowledge, and motivates pupils to deeply and thoroughly study not only mathematics but also other subjects (Harding, 2015).

The developed methodological approaches contribute to making teaching in primary school more effective, they will increase the pupils' interest in learning, will raise their intellectual level, and will provide the basis for in-depth and thorough school education. All this was confirmed by the educational experiment.

References

- Batchelor, S., Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2019). Affect and Mathematics in Young Children: An Introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 100(3), 201-209.
- Beilock, S. L. & Maloney, E. A. (2015). Math anxiety: A factor in math achievement not to be ignored. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences*, 2(1), 4-12.

- Berk, L. E & Winsler, A. (1995). *Scaffolding children's learning: Vygotsky and early childhood education*. National Association for the Education of Young Children
- Elbahri, M., Soliman, A., Yliniemi, K., Abdelaziz, R., Homaeigohar, S., & Zarie, E. S. (2018). Innovative Education and Active Teaching with the Leidenfrost Nanochemistry. *Journal of Chemical Education*, 95(11), 1966–1974. <https://doi.org/10.1021/acs.jchemed.7b00973>
- Elmore, R. F., Peterson, P. L., & McCarthy, S. J. (1996). *Restructuring in the classroom: teaching, learning and school organization*. Jossey-Bass Inc., Publishers.
- Frye, D., Baroody, A. J., Burchinal, M., Carver, S. M., Jordan, N. C., & McDowell, J. (2013). *Teaching math to young children: A practice guide (NCEE 2014-4005)*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance. Retrieved from: https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Docs/PracticeGuide/early_math_pg_111313.pdf
- Ginsburg, H., Klein, A., & Starkey, P. (1998). The development of children's mathematical thinking: Connecting research with practice. *Child psychology in practice*, 5, 401-476.
- Ginsburg, H., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Society for Research in Child Development, Social Policy Report*, 22(1), 3-24. <https://doi.org/10.1002/j.2379-3988.2008.tb00054.x>
- Godfrey, J. & Stone, J. (2013). Mastering Fact Fluency: Are They Game? *Teaching Children Mathematics*, 20(2), 96-101.
- Harding, J. F. (2015). Increases in Maternal Education and Low-Income Children's Cognitive and Behavioral Outcomes. *Developmental Psychology*, 51(5), 583-599.
- Hayward, P. A. (2019). Active Teaching to Manage Course Difficulty and Learning Motivation. *Journal of Further and Higher Education*, 43(2), 220-235. <https://doi.org/10.1080/0309877X.2017.1357073>
- Marotta, S. M. & Hargis, J. (2011). Low-Threshold Active Teaching Methods for Mathematic Instruction. *PRIMUS*, 21(4), 377-392.
- Nicolini, D., Mengis, J., & Swan, J. (2011). Understanding the Role of Objects in Cross-Disciplinary Collaboration. *Organization Science*, 23(3), 612-629.
- Ronald, V. M. (2018). Innovation for Motivation: First-person presentations, *Childhood Education*, 94(5), 14-22.

Stella, V. (2001). *How children learn. Learning requires the active, constructive involvement of the learner*. International Academy of Education (IAE) Educational Practices series-7.

Vukovic, R. K. & Lesaux, N. K. (2013). The Language of Mathematics: Investigating the Ways Language Counts for Children's Mathematical Development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 227-244.

Wickstrom, H., Pyle, A., & DeLuca, C. (2019). Does Theory Translate into Practice? An Observational Study of Current Mathematics Pedagogies in Play-Based Kindergarten. *Early Childhood Education Journal*, 47(3), 287-295.

ACTIVE TEACHING THROUGH MATHEMATICAL PROBLEMS IN PRIMARY SCHOOL

Tamar Dograshvili

Akaki Tsereteli State University, Georgia

Summary

Due to its content, the introduction of active teaching in mathematics teaching practice in the early grades poses serious challenges for teachers. In order to deal with that, we have developed the original methodological approaches (the scheme is given in the article), which are realized in mathematics class by including such developmental problems with the content of interdisciplinary links, whose solutions are related to a specific topic to be discussed in mathematics class, and the data included in the problem situation are taken from other school subjects and are based on real data. I have developed a methodology for building systems of developmental problems with the content of interdisciplinary links, on the basis of which, I have composed mathematical problems for the early grades with the content of interdisciplinary links, on environmental education, ethnographic materials, astronomy, healthy lifestyle, healthy diet, road traffic regulations, economics, financial literacy and so on.

I have composed such problems, whose solution is associated with the use of the Dirichlet principle, analogy, generalization, invariants and semi-invariants, the use of incomplete and complete inductions, analytical and synthetic methods, method of deduction, the use of generalization technique, diagrams, ordered couples, test and trial methods, combinatorial and probabilistic problems containing the elements of set theory, singling out the number of all possible couples from the set, permutation, forming a couple, composition of

all possible couples of the elements of two sets, test, the number of tests, test result, test outcome, the equally possible results, the necessary and impossible outcomes, random phenomenon, random selection, facilitating and all possible cases, probability calculation, direct proportionality, inverse proportionality, dividing the number in a given ratio, identity, the identically equal expressions, image, function, solution of equations and inequalities, story problems, arithmetic mean, the use of the elements of mathematical logic, problems on transfer of liquid and methodological specificities of solving them, problems on weighing, mathematical rebus puzzles and paradoxes, fun math problems, and so on. Particular interest of primary school pupils focused on logical problems and problems on transfer of liquid. We have drawn up the tests containing interdisciplinary links and developmental mathematical problems for primary school pupils.

I composed the assignments of developmental mathematical problems for primary school pupils so that in the problem situation we introduced their favorite age-appropriate fairy tale and cartoon characters, pirates, treasure hunters, and so on, while in terms of content, these problems are developmental, that is, I composed problems, whose solution requires searching, or in other words, a non-standard mathematical Olympiad problem. Teaching practice has shown that pupils are engaged with great pleasure in the process of solving these problems, while they have lower interest in solving problems from the school textbook. Why do pupils have such a positive attitude towards these problems, what is the reason for that? The answer to this question is as follows: the problem situation is attractive to pupils, and they read the problem statement with pleasure, after getting acquainted with the problem situation, the teacher, through the questions to pupils, revives the world attractive to them and their favorite characters, which creates pupils' readiness to solve these problems. Meanwhile, the problem with its structure is of developmental content, its solution requires searching, mental gymnastics, which develops pupils' logical skills and creates a precondition for solving these problems in the future as well. I have developed indicators for including such problems in the primary school mathematics teaching process. An educational experiment was conducted to determine whether the level of knowledge of primary school pupils in mathematics was increased by the inclusion of our method in teaching practice. We analyzed the statistical data of the educational experiment, which were evaluated using the criterion.

The advantage of the methodological approach that I developed over traditional teaching has been confirmed. Studies with the use of statistical methods have shown that using the systems of developmental mathematical problems with the content of interdisciplinary links, pupils have increased their knowledge. In addition, it is noteworthy that the level of knowledge of

pupils participating in the educational experiment was increased not only in mathematics, but also in natural sciences, fine and applied arts.

Findings confirm that the methodological approaches that we developed ensure better and more qualitative mastery of mathematical and other subjects in primary school pupils, make the teaching process more interesting and attractive, and ensure the involvement of pupils in active teaching through the specially selected problem systems.

Corresponding author: tamara.dograshvili@mail.ru